



УДК 621.396

© В. В. Березин, А. К. Цыцулин, 2008

## ОБНАРУЖЕНИЕ И ОЦЕНИВАНИЕ КООРДИНАТ ИЗОБРАЖЕНИЙ ТОЧЕЧНЫХ ОБЪЕКТОВ В ЗАДАЧАХ АСТРОНАВИГАЦИИ И АДАПТИВНОЙ ОПТИКИ

*Березин В. В.* – д-р техн. наук, проф. кафедры «Вычислительная техника» (ТОГУ); *Цыцулин А. К.* – д-р техн. наук, проф., замдиректора по науке ФГУП (НИИ Телевидения)

Теоретически рассмотрено кодирование изображений в ходе дискретно-аналоговой обработки сигналов для достижения потенциальной помехоустойчивости в задаче совместного обнаружения-оценивания сигналов точечных объектов.

Image coding is considered in a discrete and analog signal processing to achieve potential noise immunity in a combined finding and evaluation of point object signals.

При создании твердотельных систем реального времени, например, астродатчиков или систем контроля космического пространства большое внимание уделяется обнаружению и оцениванию координат точечных объектов [1, 2]. Подобные научные задачи являются характерными и при разработке систем анализа искажений волнового фронта, возникающих в силу турбулентности атмосферы [1, 3]. Основная дискретно-аналоговая обработка видеоинформации в твердотельных телекамерах производится непосредственно в фотоприёмной матрице, в частности на КМОП видеосистемах на кристалле [4, 5]. Пространственно-временная дискретизация изображения фотоприёмником – главный инструмент для достижения потенциального качества передачи телевизионных сигналов и измерения их параметров. В отличие от вещательных телевизионных систем, в научно-прикладном телевидении вследствие меньшей априорной неопределённости передаваемых сигналов такая оптимизация получает аналитическое решение, пример которого приведен ниже. С методологической точки зрения общим в согласовании источника оптического сигнала с вычислителем координат является согласование размеров импульсной характеристики объектива с размером элемента разложения в фотоприёмнике. Такое согласование

должно учитывать цель разрабатываемой телевизионно-компьютерной системы (критерий качества) - обнаружение объекта или измерение его координат, а также контраст объекта относительно фона и уровень собственных шумов телекамеры.

### Обнаружение сигналов точечных объектов

В простой постановке задачи обнаружения оптического сигнала точечного объекта (звезды)  $\alpha S(x - x_0)$  считается известной форма сигнала  $S(x)$  и неизвестными амплитуда сигнала  $\alpha$  и координата  $x_0$ . При проверке гипотезы о наличии сигнала минимум риска достигается оптимизацией значения порога и максимизацией отношения сигнал/шум, обеспечивающей максимум правдоподобия при аддитивном гауссовском шуме. Для упрощения синтеза аналого-дискретной обработки сигнала в фотоприёмнике твердотельной телекамеры обычно выбор порога считают известной задачей: при равенстве цен ошибок и вероятностей гипотез порог обеспечивает равенство вероятностей ошибок первого и второго рода. При этом максимум правдоподобия достигается при максимуме отношения сигнал/шум  $\Psi$ . Для его вычисления учитывают различие дисперсий шума на уровне фона и на сигнале, считая шумы сигнала, фона и телекамеры независимыми. Тогда зависимость отношения сигнал/шум от числа сигнальных  $N_s$  фотоэлектронов, числа фоновых  $N_b$  фотоэлектронов и дисперсии  $D$  шума считывания составляет

$$\Psi^2 = \frac{N_s^2}{N_s + N_b + D}. \quad (1)$$

Форма полезного сигнала обычно не известна абсолютно точно; бывают известны диапазоны изменения ее основных характеристик. Обычно можно считать, что априорная неопределенность не функциональная, а параметрическая. В этом случае вариации формы полезного сигнала могут быть сведены к вариации некоторых параметров: амплитуды, радиуса (зависящего от качества фокусировки объектива), эксцентриситета (зависящего от наличия комы объектива) и т. п. Возможны несколько путей решения задачи совместного обнаружения и оценивания в условиях параметрической априорной неопределенности. Один из путей – нахождение оптимальных процедур для среднего значения параметров с последующей оценкой устойчивости показателей качества к отклонению параметров. Второй путь – применение алгоритмов, не являющихся оптимальными для принятой модели типичного сигнала, но обладающих большой устойчивостью к изменению параметров сигнала [1, 2]. При обоих подходах форму полезного сигнала либо варьируют, либо просто принимают гауссовской с радиусом  $r$  и неизвестными амплитудой  $\alpha$  и координатой  $x_0$ .



$$s(x) = \alpha S(x - x_o) = \frac{\alpha}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[ - \left( \frac{x - x_o}{2r} \right)^2 \right]. \quad (2)$$

Усреднённое по фазе полезного сигнала относительно дискретной структуры твердотельного фотоприёмника отношение сигнал/шум вычисляется с учетом шумов фона и шумов считывания, дисперсии которых не зависят от номера отсчета:

$$\Psi_s^2 = \frac{\frac{1}{\Delta} \left[ \int_0^{\Delta} dx_o \int_0^{\Delta} \alpha S(x - x_o) dx \right]^2}{\frac{1}{\Delta} \int_0^{\Delta} dx_o \int_0^{\Delta} \alpha S(x - x_o) dx + B\Delta + D}. \quad (3)$$

При оценке амплитуды сигнала и проверке гипотезы о его наличии обычно рассматривается отсчет, содержащий максимум сигнала, при оценке координаты сигнала – группа отсчетов, содержащая максимальный сигналный отсчет. При обнаружении сигнала полагается, что решение о его наличии принимается путем сравнения амплитуд сигналов без дополнительной фильтрации. Это означает, что согласование интервала дискретизации с полезным сигналом звезды (по радиотехнической терминологии – с импульсной характеристикой объектива, по оптической – с функцией рассеяния точки, по телевизионной – с «кружком рассеяния» объектива) является исчерпывающей процедурой оптимизации. Поэтому в первом приближении (без учета влияния изменения формы выходного сигнала при изменении координаты  $x_o$  сигнала) можно положить  $x_o = (i + 1/2)\Delta$  и, введя обозначение  $\Phi(x)$  для табулированного интеграла вероятности

$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-t^2/2} dt$ , привести формулу (3) к виду:

$$\Psi_s^2 \approx \frac{\alpha^2 \Phi^2 \left( \frac{\Delta}{2r} \right)}{\alpha \Phi \left( \frac{\Delta}{2r} \right) + B\Delta + N_c}. \quad (4)$$

Анализ показывает, что максимум помехоустойчивости обнаружения зависит от интенсивности  $\alpha$  сигнала звезды и интенсивности  $B$  фона (рис. 1). Отношение  $\alpha/B$ , которое может трактоваться как потенциальный контраст звезды относительно фона, определяет не только достижимое отношение сигнал/шум, но и оптимальный размер элемента разложения.

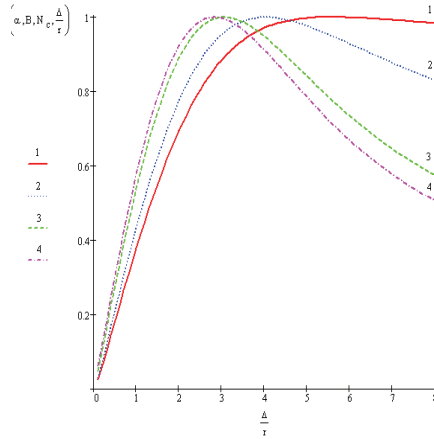


Рис. 1. Зависимость отношения сигнал/шум  $\Psi_n^2$  от соотношения размеров элемента разложения и функции рассеяния точки объективом  $\Delta/r$  при постоянном уровне полезного сигнала  $\alpha = 100$  и шума считывания ( $D = 3$ ) и различных значениях фона:  
 1 –  $V=1$ ,  
 2 –  $V=10$ ;  
 3 –  $V=100$ ,  
 4 –  $V=1000$

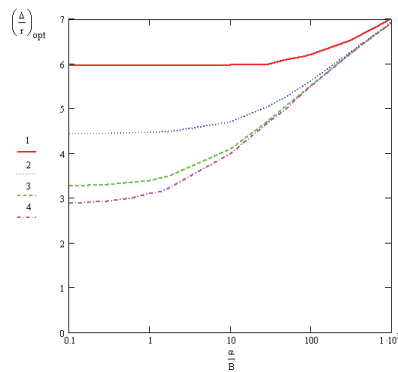


Рис. 2. Зависимость оптимального размера элемента разложения от потенциального контраста:  
 1 –  $V = 10, D = 1000$ ;  
 2 –  $V = 10, D = 100$ ;  
 3 –  $V = 10, D = 10$ ;  
 4 –  $V = 10, D = 1$

Зависимость оптимального размера элемента от потенциального контраста (рис. 2) может быть выражена приближенной формулой

$$\Delta_{opt} \approx 1,45 r \max \left\{ \left[ 1,5 + \log \frac{\alpha}{B} \right]; \max \left[ 1,9; \left( 2 + \log \frac{D}{B} \right) \right] \right\}. \quad (5)$$

В широком, имеющем большое практическое значение, диапазоне изменения соотношения шумов фона и считывания оптимальный по критерию отношения сигнал/шум нормированный на радиус сигнала звезды размер элемента разложения изменяется в пределах от 3 до 7 (рис. 2). Формула (5) позволяет осуществить предварительную оценку помехоустойчивости обнаружения и найти ориентировочное значение оптимального соотношения размеров зоны накопления и кружка рассеяния объектива не только в хорошо исследованном случае преобладания шумов фона, но и в условиях действия трёх источников шума, т. е. в широком диапазоне изменения контраста звезды относительно фона.



### Оценивание координат сигналов точечных объектов.

Построение оптимальной телевизионной системы для второй задачи астрономических телевизионных систем – оценивания координат (параметров смещения) изображения – распадается на две *взаимосвязанные* задачи:

- 1) вычисление оптимального интервала дискретизации  $\Delta$  непрерывного оптического сигнала;
- 2) выбор оптимального (приемлемого по вычислительным затратам) алгоритма вычисления оценки.

Связь этих задач проявляется в том, что *значение оптимального интервала дискретизации зависит от используемого алгоритма*. Это подчёркивает единство телевизионной системы, в которой три важнейших звена – *объектив, фотоприёмник и устройство обработки не могут просто сопрягаться попарно, а должны оптимизироваться совместно*.

Оптимизация измерения координат звезд требует применения другого критерия помехоустойчивости. Наиболее употребительным на этом этапе является минимум среднеквадратической ошибки (СКО) измерения координаты  $x_0$ . В отличие от задачи обнаружения, в которой обработка для принятия решения сводится к сравнению с порогом и не подвержена существенным вариациям, при оценке координаты возможны различные алгоритмы оценки. В случае присутствия единственного источника аддитивного шума оптимальный алгоритм оценки координаты включает операцию согласованной фильтрации и нахождения нуля производной. При этом для исключения грубых ошибок прибегают к временной селекции основного максимума сигнала.

Вариации алгоритмов не только связаны с различиями формы полезного сигнала, но также стимулированы различным количеством априорной информации о форме полезного сигнала и различными отношениями проектировщиков системы к сложности вычислителя, которую надо затратить на получение некоторой точности измерений.

Точность, сложность и априорная неопределенность формы сигнала – это главная триада, которая определяет облик вычислителя координат звезд. На практике компромисс между точностью и сложностью достигают выбором алгоритма, весьма устойчивого к изменению формы сигнала – оценку координаты центра тяжести полезного сигнала [1,2,6]:

$$\hat{x} = \frac{\sum_i i \Delta U_i}{\sum_i U_i} . \quad (6)$$

Метод центра тяжести обосновывают трактовкой отклика оптической системы на излучение точечного источника как плотности вероятности его координат. При этом считается, что процедура получения оценок координат по центру тяжести не зависит ни от вида, ни от мас-

штаба реакции оптической системы на излучение точечного источника» [2]. Для алгоритма центроида (6) вычисления по каждой оси ведут по трем отсчетам, т. е. оптимальный по критерию минимума СКО размер элемента разложения считают близким к удвоенному радиусу  $r$  в формуле (6) [1]. Этот результат, полученный в предположении о преобладании собственных шумов матрицы ПЗС, нуждается в уточнении, так как требует учета фотонного шума сигнала и различной зависимости шума внешнего фона и шума считывания от размера элемента разложения.

Различие в вычислении отношения сигнал/шум и СКО в основном состоит в том, что при вычислении координат решающую роль играет шум не в отсчете с максимум сигнала звезды, а в соседних с ним. Это обусловлено тем, что алгоритм (6) может быть преобразован к виду, содержащему номер  $i_m$  отсчета с максимальным значением сигнала звезды и дробную часть, вычисляемую через значения сигнала в соседних отсчетах с номерами  $i_{m-1}$  и  $i_{m+1}$ :

$$\bar{x} = \Delta \left( i_m + \frac{\sum_{j=1}^{\infty} j(U_{i_m-j} - U_{i_m+j})}{\sum_{j=-\infty}^{\infty} U_{i_m+j}} \right).$$

В широко распространенном варианте использования алгоритма при дискретизации сигнала звезды по каждой оси на три элемента разложения такая оценка определяется сигналами в двух соседних с максимальным отсчетах с номерами  $i_{m-1}$  и  $i_{m+1}$ :

$$\hat{x} = \Delta \left( i_m + \frac{U_{i_{m-1}} - U_{i_{m+1}}}{U_{i_{m-1}} + U_{i_m} + U_{i_{m+1}}} \right). \quad (7)$$

Ошибка измерения координат при использовании алгоритма центроида имеет несколько компонент, обусловленных шумом. Известно [7], что «шум вызывает два явления: одно – обычное уменьшение точности, другое – неоднозначность. Оценка может быть отброшена от своего правильного положения настолько, что она будет казаться соответствующей совершенно ложному значению координаты». Неоднозначность из-за ложных тревог вне полезного сигнала устраняется с помощью введения порога обнаружения  $\gamma$ . Вместе с тем специфика обработки дискретных отсчетов сигнала при оценке координат в отличие от непрерывного варианта задачи не позволяет полностью абстрагироваться от неоднозначности результатов вычислений. Даже при достаточно высоком пороге обнаружения и при исключении ложных тревог вне сигнала при слишком подробной дискретизации полезного сигнала возникает неоднозначность из-за неправильного назначения отсчета на роль соответствующего истинной координате сигнала. Поэтому полная ошибка измерения координат  $\varepsilon$  будет содержать как минимум две



компоненты:  $\varepsilon_n$ , определяемую «обычным уменьшением точности», и которая может быть названа нормальной ошибкой, и  $\varepsilon_a$ , определяемую неоднозначностью внутри самого сигнала, которая может быть названа аномальной ошибкой:  $\varepsilon = \varepsilon_n + \varepsilon_a$ . Нормальная ошибка родственна пропуску полезного сигнала при обнаружении. Аномальная ошибка, родственная ложной тревоге при обнаружении сигнала, определяется вероятностью неправильного определения отсчета, сигнал в котором максимален. Нормальная ошибка в общем случае разложения сигнала звезды на большое число элементов вычисляется по формуле

$$\varepsilon_n = 2\Delta^2 \left( \sum_{j=1}^{\infty} j \sigma_{i_m-j}^2 \right) / \left( \sum_{j=-\infty}^{\infty} U_{i_m-j} \right)^2. \quad (8)$$

В частном случае использования алгоритма (7) для вычисления нормальной ошибки, воспользовавшись независимостью шумов сигнала, фона и считывания, и тем, что дисперсия суммы независимых случайных величин равна сумме их дисперсий, из формулы получим

$$\varepsilon_n \approx \Delta^2 \frac{2(\sigma_s^2 + \sigma_b^2 + \sigma_c^2)}{(\sum U_i)^2} = \Delta^2 \frac{\left\{ \alpha \left[ \Phi\left(\frac{3\Delta}{2}\right) - \Phi\left(\frac{\Delta}{2}\right) \right] + 2(B\Delta + D) \right\}}{\alpha^2 \Phi^2\left(\frac{3\Delta}{2}\right)}. \quad (9)$$

Анализ формулы (8) показывает, что нормальная ошибка при увеличении размера элемента монотонно возрастает.

Аномальная ошибка определяется вероятностями  $p(U_{i_m+j} > U_{i_m})$  превышения смесью сигнала и шума в соседних элементах над содержащим истинный максимум сигнала звезды:

$$\varepsilon_a = \sum_{j=-\infty}^{\infty} (j\Delta)^2 p(U_{i_m+j} > U_{i_m}) = 2 \sum_{j=1}^{\infty} (j\Delta)^2 p(U_{i_m+j} > U_{i_m}). \quad (10)$$

Можно показать [8], что для гауссовских случайных величин  $\zeta$  и  $\nu$ , с помощью которых моделируются сигналы соседних элементов разложения в фотоприёмнике, искомая вероятность составляет

$$p(\zeta > \nu) = \frac{1}{2} \left[ 1 - \Phi \left( \frac{\bar{x}_\nu - \bar{x}_\zeta}{\sqrt{\sigma_\nu^2 + \sigma_\zeta^2}} \right) \right]. \quad (11)$$

С учетом формы сигнала (2) можно найти амплитуды сигнала для центрального и соседнего с ним отсчетов. С учетом зависимости шума фона от размера элемента аналогично использованному в формуле (4) для отношения сигнал/шум можно найти дисперсии шума в этих элементах разложения. Тогда аномальная ошибка составит

$$\varepsilon_a \approx \Delta^2 \left[ 1 - \Phi \left( \frac{\frac{\alpha}{2} \left\{ 3\Phi\left(\frac{\Delta}{2}\right) - \Phi\left(\frac{3\Delta}{2}\right) \right\}}{\sqrt{\frac{\alpha}{2} \left[ \Phi\left(\frac{\Delta}{2}\right) + \Phi\left(\frac{3\Delta}{2}\right) \right] + 2(B\Delta + N)}} \right) \right]. \quad (12)$$

Анализ формулы (11) показывает, что anomальная ошибка при увеличении размера элемента в отличие от нормальной ошибки монотонно убывает. Эти две противоположные тенденции и определяют наличие оптимального для измерения координат размера элемента разложения. Расчет полной ошибки измерения координат в общем случае производится с использованием формул (8) для нормальной ошибки и (10) для anomальной ошибки.

При расчете ошибок для малых значений аргумента число слагаемых тем больше, чем меньше размер элемента разложения. В пределе, при стремлении размера элемента разложения к нулю, суммы в формулах (8) и (10) имеют бесконечное число слагаемых. Например, при  $\Delta/r=1/2$  в формуле суммирование ведется для  $j \leq 4$ , при  $\Delta/r=1$  для  $j \leq 2$ , для больших значений аргумента  $j=1$ .

Расчет показывает, что в широком диапазоне изменения соотношения интенсивности сигнала и шумов фона и считывания имеется оптимальное значение размера элемента  $\Delta/r_{opt} \approx 1,5$  (рис. 3).

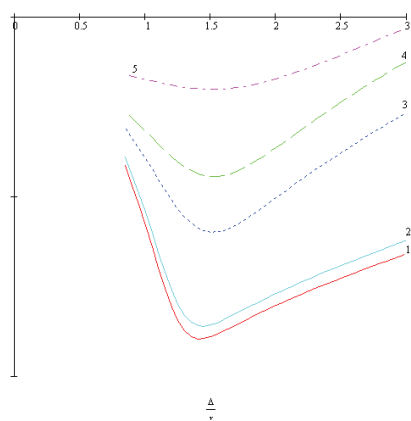


Рис. 3. Зависимость среднеквадратической ошибки измерения координат звезды от соотношения размеров элемента разложения и функции рассеяния точки объективом при различных соотношениях шума фона и собственного шума телекамеры:  
 1 –  $\alpha = 100, B = 5, D = 5$ ;  
 2 –  $\alpha = 100, B = 5, D = 10$ ;  
 3 –  $\alpha = 100, B = 50, D = 5$ ;  
 4 –  $\alpha = 100, B = 100, D = 5$ ;  
 5 –  $\alpha = 10, B = 1, D = 1$ .

Это означает, что расчет, учитывающий три источника шума (полезного сигнала, фона и считывания) и влияние двух типов ошибок при использовании алгоритма измерения центра тяжести подтвердил правило дискретизации сигнала звезды на три элемента по каждому направлению для достижения минимума ошибки измерения координат. Вместе с тем соотношение между радиусом сигнала и размером элемента уточнено. При этом, как и при доминировании шумов телекамеры, точность измерения координат растёт с увеличением отношения сигнал/шум. При соответствующей калибровке системы для коррекции неоднородности чувствительности элементов мат-





рицы ошибка измерения координат при типовой ёмкости элемента разложения порядка  $10^5$  электронов может достигать нескольких сотых долей элемента разложения.

Сопоставление зависимостей отношения сигнал/шум и СКО оценки координат от соотношения размеров элемента разложения и функции рассеяния точки объективом показывает, что их экстремумы достигаются при существенно различных значениях аргумента. Самым важным является то, что интервал дискретизации, оптимальный для оценивания координаты, практически постоянен  $\Delta/r_{opt \varepsilon} \approx const$ , а оптимальный для обнаружения – зависит от контраста и соотношения шумов фона и камеры  $\Delta/r_{opt \psi} = var$ .

При этом, чем меньше дисперсия собственного шума телекамеры по сравнению с дисперсией шума фона, тем сильнее выражены указанные экстремумы. Важными количественными соотношениями являются возможные выигрыши в помехоустойчивости при правильном выборе критерия качества. Так, при типичном для астродатчиков соотношении сигнала и шумов значение СКО может быть в 3 раза меньшим, чем при размере элемента разложения, оптимальном по критерию максимума отношения сигнал/шум. Аналогично значение отношения сигнал/шум может быть в 1,8 раза больше, чем при размере элемента разложения, оптимальном по критерию минимума СКО. Важным конструктивным результатом такого сопоставления является тезис: изменение критерия помехоустойчивости при переходе от обнаружения к оцениванию координат ведёт к адаптации размера элемента к интенсивности полезного сигнала. Соотношение размера элемента при измерении координат и обнаружении позволяет строить систему так, чтобы при измерении координат размер элемента составлял 1,5 радиуса функции рассеяния точки, а при обнаружении увеличивался в 2–3 раза [4].

Такое различие оптимальных параметров системы при её различных целях может быть использовано двояко: созданием параллельной системы и реализацией адаптивного алгоритма её работы.

**Заключение.** Передовые зарубежные страны в настоящее время постоянно наращивают объемы исследований и разработок в области видеосистем на кристалле, которые представляют собой сочетание элементов оптики, многоэлементных полупроводниковых фотоприемников и цифровых БИС в едином интегральном исполнении, т.е. по сути являются микрооптоэлектронными схемами, преобразующими пространственно-временное распределение фотонов в цифровой код заданного типа [9]. Сочетание новейших достижений в технологии, воплощаемых в видеосистемах на кристалле, с нетрадиционными методами алгоритмической обработки приводит к качественному улучшению результата. В системах астроориентации адаптивной оптики требования к точности измерения координат звезд экспоненциально

уменьшаются при увеличении количества наблюдаемых звезд. Поэтому измерение координат слабых звезд даже с пониженной точностью (до одного элемента разложения) позволяет увеличить достоверность идентификации наблюдаемого участка звездного неба. Значимость, казалось бы, незначительного выигрыша в энергетике сигналов определяется существенным приростом информации при классификации созвездий в системах астроориентации, что иллюстрирует роль информационной парадигмы при проектировании твердотельных телевизионно-компьютерных систем обнаружения-оценивания сигналов.

### Библиографические ссылки

1. Цыцулин А. К. Телевидение и космос. СПб., 2003.
2. Звездные координаторы систем ориентации космических аппаратов / Г. А. Аванесов, С. В. Воронков, А. А. Форш, М. И. Куделин // Известия вузов. Приборостроение. 2003. Вып. 4.
3. Быстродействующая телевизионная измерительная система для оценки искажений волнового фронта методом Гартмана / В. В. Войцехович, С. Н. Анкудинов, А. А. Манцветов и др. // Оптический журнал 2000. № 2.
4. Твердотельная революция в телевидении: Телевизионные системы на основе приборов с зарядовой связью, систем на кристалле и видеосистем на кристалле / В. В. Березин, А. А. Умбиталиев, Ш. С. Фахми, А. К. Цыцулин, Н. Н. Шипилов. М., 2006
5. Березин В. В., Фахми Ш. С. Проектирование устройств обработки сигналов на основе технологии «система на кристалле». СПб., 2005.
6. Березин В. В. Обработка сигнала матричного ФППЗ при определении координат малоразмерного объекта // Радиоэлектроника и связь. 1992. № 2–3.
7. Захаренков В. Ф., Раковский Ю. Н., Шибеев С. Н. Об ошибках определения координат точечного источника методом центраида // Оптический журнал. 2001. № 8.
8. Адаптация дискретизации в астрономической системе на матричном ПЗС / В. В. Березин, В. В. Березин, А. В. Переспелов, А. К. Цыцулин. // Вопросы радиоэлектроники. 2006. Вып. 1.
9. Иванов В. Г. Твердотельная революция в телевидении. К истории начального этапа // Вопросы радиоэлектроники. 2007. Вып. 1.