



УДК 621.436:656.6.001.24

© А. И. Каминский, 2005

## МЕТОД УЕДИНЕННЫХ ВОЛН КОНЕЧНОЙ АМПЛИТУДЫ ДЛЯ РАСЧЕТА ОДНОМЕРНОГО ГАЗОВОГО ПОТОКА

*Каминский А. И.* – первый проректор д-р техн. наук, проф. кафедры «Двигатели внутреннего сгорания» (ТОГУ)

При численном моделировании процессов в элементах системы воздухообеспечения дизелей существенное значение приобретает достоверное описание сложных волновых явлений, протекающих во впускном и выпускном трубопроводах двигателя. Расширения возможностей численного моделирования обычно добиваются внедрением в практику достаточно простых и вместе с тем эффективных методов расчета, основанных на решении системы дифференциальных уравнений нестационарного одномерного течения газа. Одним из наиболее эффективных и точных методов решения исходных уравнений движения одномерного потока является метод характеристик. В данной работе для решения уравнений одномерного нестационарного потока предлагается метод уединенных волн конечной амплитуды, который может рассматриваться как один из частных случаев метода характеристик.

For numerical simulation of the processes in the units of the air-supply engine system, the precise description of the complicated wave phenomena in the input/output engine pipeline is of great importance. Wide possibilities of the numerical simulation are achieved through practical introduction of simple and effective calculation methods. They are based on the solution of systems of differential equations for the non-stationary one-dimensional gas flow. One of the most precise methods of solving these equations is the method of characteristics. This method of solitary waves with a final amplitude is proposed for the non-stationary one-dimensional gas flow calculation. It can be viewed as a special case of the method of characteristics.

Для изэнтропного течения идеального газа в трубе постоянного поперечного сечения система дифференциальных уравнений, выражающих законы сохранения газовой динамики для одномерного нестационарного потока, может быть представлена виде [1]

$$\frac{\partial P}{\partial t} + (u + a) \frac{dP}{dx} = 0; \quad (1)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + (u - a) \frac{dQ}{dx} = 0. \quad (2)$$

Здесь  $P = na + u$  и  $Q = na - u$  – инварианты Римана;  $a$  – скорость звука;  $u$  – скорость потока;  $x$  – координата;  $t$  – время;  $n = 2/k - 1$ ;  $k = c_p / c_v$  – отношение удельных теплоемкостей.

Уравнения (1) и (2) описывают распространение волн конечной амплитуды. Решения этих нелинейных дифференциальных уравнений с частными производными в общей форме неизвестны. Поэтому для получения аналитических решений необходимо введение соответствующих допущений или упрощение самого вида основных уравнений. В зависимости от степени принимаемых допущений можно получить либо точные, либо приближенные решения.

Если предположить, что при течении газов возникают волны бесконечно малой амплитуды, распространяющиеся с постоянной скоростью, то в этом случае можно получить точные аналитические решения. Так, пренебрегая скоростью частиц  $u$  и изменениями скорости звука  $\Delta a = a - a_0$  по сравнению со скоростью распространения звука в невозмущенном газе  $a_0$  (так как согласно приближениям линейной акустики  $u$  и  $\Delta a \ll a_0$ ), получают решения в виде  $P = P(x - a_0 t)$  и  $Q = Q(x + a_0 t)$ , которые описывают распространение двух независимых, перемещающихся в противоположных направлениях и не изменяющихся по форме звуковых волн.

Уравнения (1) и (2) показывают, что заданное состояние среды, определяемое величиной  $P = na + u$ , распространяется со скоростью  $u + a$  в положительном направлении оси  $x$ , а состояние, определяемое величиной  $Q = na - u$ , распространяется со скоростью  $u - a$  в противоположном направлении. При этом величины  $P = na + u$  и  $Q = na - u$  имеют размерность скорости. Первые члены выражений  $na$  связаны с термодинамическими параметрами состояния газа, вторые же  $u$  характеризуют скорость частиц. При этом, если известны значения  $P$  и  $Q$ , то можно определить значения  $u$  и  $a$ , так как  $u = (P - Q)/2$  и  $a = (P + Q)/2n$ .

Возмущения величин  $u$  и  $a$  приводят в общем случае к возмущенным значениям как величины  $P$ , так и величины  $Q$ . Однако, если  $u = n(a - a_0)$ , то  $Q = na_0 = const$  и возмущение  $Q$  отсутствует. Анало-



гично, если  $u = n(a - a_0)$ , то  $P = na_0 = const$  и возмущение  $P$  отсутствует. В первом случае будет распространяться простая  $P$ -волна, во втором – простая  $Q$ -волна.

Если предположить, что распространяются отдельные простые волны конечной амплитуды, то в этом случае для каждой такой волны можно получить приближенные решения.

Так, для простых  $P$ -волн  $P = na + u$  и  $Q = Q_0 = na_0 = na - u = const$  решение уравнения (1) можно представить в виде  $Z = F(x - Zt)$ , где  $F$  – произвольная функция от  $x$ ,  $Z = [(k+1)/(k-1)(a - a_0) + a_0]$ .

Аналогично при распространении простых  $Q$ -волн при  $Q = na - u$  и  $P = P_0 = na_0 = na + u = const$  найдем решение уравнения (2) в виде  $Z = F(x + Zt)$ .

Рассматривая распространение единичного возмущения, составляющего простую  $P$ -волну для начального момента времени  $t = t_0$  при  $x = x_0$ , получим  $Z = F(x_0 - Zt_0)$ . Это же возмущение в произвольный момент времени будет описываться уравнением  $Z = F(x - Zt)$ . Приравняв правые части уравнений при сохранении  $Z$  его значений, найдем

$$x - x_0 = \pm \frac{2}{k-1} \left[ \frac{k+1}{2} \left( \frac{p}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{2k}} - 1 \right] a_0 (t - t_0), \quad (3)$$

где  $p$  и  $p_0$  – давление соответственно в возмущенном и невозмущенном потоке.

Решения для простых волн конечной амплитуды, в отличие от решений для волн бесконечно малой амплитуды, описывают распространение волн, форма которых в процессе распространения изменяется.

Волну конечной амплитуды можно представить в виде волны постепенного сжатия, состоящей из отдельных элементарных волн, каждая из которых распространяется со скоростью звука. Поскольку отдельные элементарные волны имеют разные скорости звука, форма волны непрерывно изменяется. Элементарные волны, относящиеся к областям с более высокими давлениями и температурами, имеют большие скорости звука. Поэтому при распространении фронт волны становится более крутым, а обратная сторона волны более пологой. При достаточно большой длине трубопровода волна постепенного сжатия может трансформироваться в ударную волну. Решения же.

описывающие распространение волн конечной амплитуды, приемлемы в рамках допустимости гипотезы об изоэнтропичности потока.

Для учета особенностей наложения волн конечной амплитуды волны противоположных направлений представляются как волны постепенного сжатия, параметры в которых от одного временного шага к другому отличаются на малую величину. Это обеспечивает справедливость использования фундаментальных законов наложения волн малых амплитуд и позволяет определить результирующие параметры при наложении двух элементарных возмущений, распространяющихся в противоположные стороны.

Рассмотрим процесс наложения в произвольном сечении трубопровода двух уединенных простых  $P$ - и  $Q$ -волн, двигающихся навстречу друг другу в покоящейся среде.

Скорость частиц в правобегущей  $P$ -волне и левобегущей  $Q$ -волне можно представить как

$$W_1 = \frac{2}{k-1} \left[ \left( \frac{p_1}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{2k}} - 1 \right] = \frac{2}{k-1} (A_1 - 1); \quad (4)$$

$$W_2 = \frac{2}{k-1} \left[ \left( \frac{p_2}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{2k}} - 1 \right] = \frac{2}{k-1} (A_2 - 1), \quad (5)$$

где  $W = \frac{u}{a_0} = \frac{\bar{P} - \bar{Q}}{2}$ ;  $A = \frac{a}{a_0} = \left( \frac{p}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{2k}} = \frac{k-1}{4} (\bar{P} + \bar{Q})$ ;

$\bar{P} = \frac{2}{k-1} \frac{a}{a_0} + \frac{u}{a_0} = \frac{2}{k-1} A + W$ ;  $\bar{Q} = \frac{2}{k-1} \frac{a}{a_0} - \frac{u}{a_0} = \frac{2}{k-1} A - W$  – безразмерные параметры.

В последних соотношениях величины  $A_1$  и  $W_1$  представляют скорость звука и скорость частиц для элемента простой  $\bar{P}$ -волны при движении в невозмущенном потоке с параметрами  $a_0$ ,  $p_0$ , а величины  $A_2$ ,  $W_2$  относятся к элементу простой  $\bar{Q}$ -волны, распространяющейся в тех же условиях.

Относительная скорость частиц при наложении для простых  $\bar{P}$ - и  $\bar{Q}$ -волн



$$W_p = -\frac{2}{k-1} \frac{a_1}{a_0} \left[ \left( \frac{p_\Sigma}{p_1} \right)^{\frac{k-k}{2k}} - 1 \right] = -\frac{2}{k-1} A_1 \left[ \left( \frac{p_\Sigma}{\rho_1} \right)^{\frac{k-1}{2k}} - 1 \right] = -\frac{2}{k-1} (A_\Sigma - A_1); \quad (6)$$

$$W_Q = \frac{2}{k-1} \frac{a_2}{a_0} \left[ \left( \frac{p_\Sigma}{p_2} \right)^{\frac{k-1}{2k}} - 1 \right] = \frac{2}{k-1} A_2 \left[ \left( \frac{p_\Sigma}{p_2} \right)^{\frac{k-1}{2k}} - 1 \right] = \frac{2}{k-1} (A_\Sigma - A_2). \quad (7)$$

Здесь величины  $A_\Sigma$  и  $W_\Sigma$  выражают результирующую скорость звука и скорость частиц при наложении волн.

Результирующая абсолютная скорость частиц при наложении волн

$$W_\Sigma = W_1 + W_p = \frac{2}{k-1} (A_1 - 1) - \frac{2}{k-1} (A_\Sigma - A_1) = \frac{2}{k-1} (2A_1 - A_\Sigma - 1), \quad (8)$$

$$W_\Sigma = W_2 + W_Q = -\frac{2}{k-1} (A_2 - 1) + \frac{2}{k-1} (A_\Sigma - A_2) = \frac{2}{k-1} (A_\Sigma - 2A_2 + 1). \quad (9)$$

Приравняв выражения для  $W_\Sigma$ , найдем уравнения связи между параметрами падающих волн и результирующими параметрами:

- для скорости звука

$$(A_\Sigma - 1) = (A_1 - 1) + (A_2 - 1); \quad (10)$$

- для скорости частиц

$$W_\Sigma = W_1 + W_2 = \frac{2}{k-1} [(A_1 - 1) - (A_2 - 1)]. \quad (11)$$

Связи между результирующими параметрами и величинами  $\bar{P}$  и  $\bar{Q}$  при наложении волн устанавливаются соотношениями

$$\bar{P} - \bar{Q} = 2W_\Sigma = \left( \frac{2}{k-1} A_1 + W_1 \right) - \left( \frac{2}{k-1} A_2 - W_2 \right); \quad (12)$$

$$\bar{P} + \bar{Q} = \frac{4}{k-1} A_\Sigma = \left( \frac{2}{k-1} A_1 + W_1 \right) + \left( \frac{2}{k-1} A_2 - W_2 \right) \quad (13)$$

Для определения параметров нестационарного потока у открытого конца трубопровода используются соотношения процессов отражения

волн, устанавливающие связи между  $\bar{P}$  - и  $\bar{Q}$  -величинами, обусловленные взаимодействием волн в граничном сечении. Условия отражения обычно представляют в виде совокупности непрерывных процессов, когда каждый элемент падающей волны достигает конца трубопровода, образуя при этом отраженный элемент волны, начинающий распространяться в обратном направлении, проходя сквозь падающую волну. Поэтому условия протекания процессов отражения у открытого конца трубопровода аналогичны условиям наложения двух волн, движущихся в противоположных направлениях.

Для определения параметров отраженных волн в качестве исходных используются соотношения для результирующей скорости звука  $A_2$  и скорости частиц  $W_2$  при наложении уединенных простых  $\bar{P}$  - и  $\bar{Q}$  -волн. При этом результирующие параметры  $A_2$  и  $W_2$  в граничных сечениях у открытого или закрытого конца трубопровода обусловлены наложением первичной падающей волны (параметры  $A_1$  и  $W_1$ ) с образующейся отраженной волной (параметры  $A_2$  и  $W_2$ ).

Когда возмущения достигают открытого конца, в рабочем теле снаружи формируются расходящиеся сферические волны, которые порождают сходящиеся, распространяющиеся внутрь трубопровода волны противоположного типа. При скорости истечения из трубопровода со звуковой или сверхзвуковой скоростями отраженная волна в трубопровод не проникает и граничные условия для этого случая истечения не устанавливаются. При дозвуковой скорости истечения принимается, что суммарное давление  $p_2$  у открытого конца трубы является атмосферным. Это предполагает при распространении волны сжатия образование у открытого конца трубопровода или вблизи от него отраженной волны разрежения, при этом суммарное давление  $p_2$ , образующееся в результате наложения каждого элемента падающей волны на свое отражение, остается атмосферным. Таким образом, для имитации эффекта отражения у открытого конца необходима дополнительная отраженная волна, которая должна быть волной противоположного знака, нейтрализующей давление первичной волны. Поэтому в акте отражения у открытого конца волна изменяет свой характер волны сжатия на волну разрежения или волны разрежения на волну сжатия. Это обеспечивает равенство результирующего давления на выходе из трубопровода  $p_2$  давлению окружающей среды  $p_0$ .

Параметры в граничном сечении на выходе из трубопровода могут быть описаны уравнениями прямой  $\bar{P}$  -волны и отраженной  $\bar{Q}$  -волны



$$\bar{P} = \frac{2}{k-1}A_1 + W_1 \quad \text{и} \quad W_1 = \frac{2}{k-1}(A_1 - 1);$$

$$\bar{Q} = \frac{2}{k-1}A_2 + W_2 \quad \text{и} \quad W_2 = \frac{2}{k-1}(A_2 - 1).$$

Результирующая скорость звука в результате наложения прямой и отраженной волн

$$A_\Sigma = (A_1 + A_2 - 1).$$

Принимая  $A_\Sigma = A_0$ , можем определить результирующую скорость частиц

$$W_\Sigma = \frac{2}{k-1}(A_1 - A_2) = \frac{2}{k-1}A_1 - \frac{2}{k-1}(2 - A_1) = \frac{4}{k-1}(A_1 - 1) = 2W_1.$$

Выразим суммарную скорость  $W_\Sigma$  через  $P$ - и  $Q$ -величины:

$$2W_\Sigma = \bar{P} - \bar{Q} = \left( \frac{2}{k-1}A_1 + W_1 \right) - \left( \frac{2}{k-1}A_2 - W_2 \right) = \frac{4}{k-1}(A_1 - A_2).$$

Из соотношения

$$2 \frac{2}{k-1} A_\Sigma = \bar{P} + \bar{Q} = \left( \frac{2}{k-1}A_1 + W_1 \right) + \left( \frac{2}{k-1}A_2 - W_2 \right)$$

можем определить величину давлений в отраженной волне. Так, при  $A_\Sigma = A_0 = 1$  найдем  $A_2 = 2 - A_1$ . Поскольку  $A_\Sigma = A_0$  и  $W_\Sigma = 2W_1$ , граничные условия при отражении от открытого конца трубопровода можно представить в виде

$$A_\Sigma = \frac{k-1}{4}(\bar{P} + \bar{Q}) = 0 \quad \text{и} \quad \bar{Q} = -\bar{P}. \quad (14)$$

В граничном сечении у цилиндра, когда выпускные клапаны закрыты, имеет место отражение волн как от закрытого конца трубопровода.

При установлении граничных условий у закрытого конца трубопровода принимается, что результирующая скорость в граничном сечении у стенки  $W_\Sigma$  равна нулю. Поскольку  $W_2 = 0$ , эффект отражения у закрытого конца трубопровода можно имитировать, введя отраженную



волну сжатия, движущуюся в обратном направлении. Так как обе эти волны являются волнами сжатия и распространяются в противоположных направлениях, то скорости в обеих волнах равны и противоположны и поэтому нейтрализуют друг друга при наложении.

В этом случае результирующая скорость звука  $A_{\Sigma}$  и скорость частиц  $W_{\Sigma}$  при наложении прямой и отраженной волн могут быть представлены выражениями

$$A_{\Sigma} = (A_1 + A_2 - 1) \text{ и } W_{\Sigma} = \frac{2}{k-1}(A_1 - A_2).$$

Поскольку  $W_{\Sigma} = 0$  и  $A_1 = A_2$ , поэтому получим  $A_{\Sigma} = 2A_1 - 1$ .

Выразив результирующую скорость частиц  $W_{\Sigma}$  через величины  $\bar{P}$  и  $\bar{Q}$ , найдем граничные условия для случая отражения волн у твердой стенки:

$$2W_{\Sigma} = \bar{P} - \bar{Q} = 0 \text{ и } \bar{P} = \bar{Q}. \quad (15)$$

Таким образом, процессы отражения у открытого или закрытого конца являются процессами наложения двух волн, распространяющихся в противоположных направлениях. При отражении у закрытого конца трубопровода эти две волны имеют один и тот же знак, а при отражении у открытого конца знаки меняются на противоположные.

В случае численного решения уравнений газовой динамики для одномерного нестационарного течения с учетом трения и теплообмена (течение с переменной энтропией) методом характеристик используется математическая модель, описывающая взаимодействие трех семейств элементарных волн возмущения или характеристик газа: первое возмущение –  $P$ -волна, распространяющаяся в положительном направлении оси  $x$  со скоростью  $u + a$ , второе возмущение – обратная  $Q$ -волна, распространяющаяся в отрицательном направлении оси  $x$  со скоростью  $u - a$ , и третье возмущение  $S$  – массовая волна, распространяющаяся со скоростью течения газа  $u$ .

При течении с переменной энтропией процесс наложения элементарных волн противоположных направлений сопровождается их взаимодействием, что наряду с действием диссипативных эффектов обуславливает дополнительное изменение параметров в фиксированном возмущении при его распространении от цилиндра к турбине.

При распространении уединенных волн процесс наложения элементарных волн не сопровождается их взаимодействием, что обеспечивает перенос фиксированного возмущения по выпускному трубо-





проводу от цилиндра к турбине только с учетом реальных потерь, имеющих место в газовыпускном тракте без изменения наклона характеристик, обусловленного изменением параметров в результате взаимодействия элементарных волн противоположных направлений при их наложении. Поэтому метод уединенных волн, в отличие от метода характеристик, позволяет наряду с упрощением вычислительного алгоритма с большей полнотой проследить за процессами распространения и срабатывания импульсов давления в турбине, что становится особенно важным в случае решения задач, связанных с созданием и совершенствованием систем наддува дизелей. Однако в случае расчета нестационарных потоков методом характеристик расчет ведется при переменной энтропии с учетом диссипативных сил сопротивления и теплообмена со стенками трубопровода. При использовании метода уединенных волн течение принимается гомоэнтропным. При гомоэнтропном течении пренебрегают внешним теплообменом и приращением энтропии за счет тепла, обусловленного работой сил сопротивления, и полагают, что вдоль характеристик положения  $dX/d\tau = W$  изменения энтропии не происходит ( $dS = 0$ ). Уровни ее при этом одинаковы для всех линий тока. Однако, в отличие от изоэнтропного, при гомоэнтропном течении влияние трения учитывается при определении приращений для  $\bar{P}$ - и  $\bar{Q}$ -волн.

Для трубопровода постоянного сечения с учетом трения и принятых допущений исходную систему уравнений (1) – (2) можно записать в виде:

$$\frac{\partial \bar{P}}{\partial \tau} + (W + A) \frac{\partial \bar{P}}{\partial X} + \frac{\lambda L W |W|}{D} = 0; \quad (16)$$

$$\frac{\partial \bar{Q}}{\partial \tau} + (W - A) \frac{\partial \bar{Q}}{\partial X} - \frac{\lambda L W |W|}{D} = 0, \quad (17)$$

где  $X = \frac{x}{L}$ ;  $\tau = \frac{a_0 t}{L}$  – безразмерные параметры;  $L$  – длина трубопровода;  $D$  – гидравлический диаметр трубопровода;  $\lambda$  – коэффициент трения.

Решения вдоль характеристических направлений на плоскости  $X, \tau$  для случая распространения уединенных волн можно представить:

- для простых  $\bar{P}$ -волн при  $\bar{Q} = \bar{Q} = const$  как



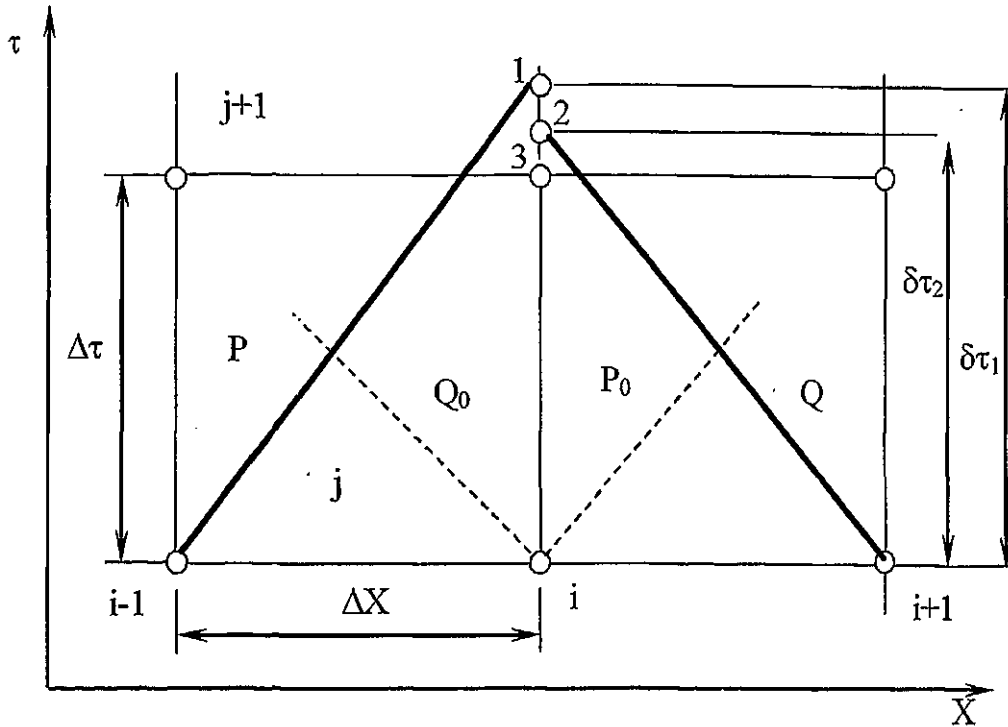
$$\begin{cases} \frac{\Delta X}{\Delta \tau} = W + A = \frac{2}{k-1} \left[ \frac{k+1}{2} \left( \frac{p}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{2k}} - 1 \right], \\ \bar{P} = \bar{P}_s + \delta \bar{P}, \end{cases} \quad (18)$$

где  $\bar{P}_s$  – инвариант  $\bar{P}$  для изоэнтропного потока;  $\delta \bar{P} = \frac{\lambda L}{D} \frac{W|W|}{2} \Delta \tau$  – приращение инварианта  $\bar{P}$ , обусловленное действием трения;  $p$  и  $p_0$  – давление в  $\bar{P}$ -волне и невозмущенном потоке; для простых  $\bar{Q}$ -волн при  $\bar{P} = \bar{P}_0 = const$  как

$$\begin{cases} \frac{\Delta X}{\Delta \tau} = W - A = \frac{2}{k-1} \left[ 1 - \frac{k+1}{2} \left( \frac{p}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{2k}} \right], \\ \bar{Q} = \bar{Q}_s - \delta \bar{Q}, \end{cases} \quad (19)$$

где  $\bar{Q}_s$  – инвариант  $\bar{Q}$  для изоэнтропного потока;  $\delta \bar{Q} = \frac{\lambda L}{D} \frac{W|W|}{2} \Delta \tau$ ;  $p$  – давление в  $\bar{Q}$ -волне.

При расчете течений характеристическими методами численные решения могут быть построены с использованием либо характеристической, либо прямоугольной сетки. При построении численного решения в плоскости  $X, \tau$  с использованием характеристической сетки нельзя контролировать положение точек, в которых определяется решение. При решении практических задач необходимо иметь решение в заданных сечениях трубопровода и в заданные моменты времени, что вызывает трудоемкую интерполяцию на характеристической сетке по двум переменным  $X$  и  $\tau$ . Упростить решение задачи удастся с помощью неподвижной прямоугольной сетки. В этом случае узловые точки сетки, в которых определяются искомые параметры, заранее задаются как в пространстве, так и во времени. При этом на каждом расчетном шаге интерполяция ведется только по одной переменной (либо по  $X$ , либо по  $\tau$  в зависимости от принятой схемы построения характеристик). Поэтому в данной работе численное решение задачи в плоскости  $X, \tau$  отыскивается с использованием прямоугольной сетки с фиксированными шагами по времени и длине (рисунок).



Элементарная ячейка  
для расчета течений методом уединенных волн

В этом случае расчет ведется по слоям, а характеристики проводятся от исходного временного слоя  $j$  к рассчитываемому слою  $j+1$ , где посредством линейной интерполяции вдоль оси  $\tau$  находятся значения инвариантов  $\bar{P}$ ,  $\bar{Q}$  в узловой точке сетки нового временного слоя (точка 3 на рисунке). При построении решения в качестве известных принимаются параметры потока на исходном временном слое в узловых точках сетки  $i-1$ ,  $i$ ,  $i+1$ .

При проведении расчета с учетом трения изменениями  $\bar{P}$ ,  $\bar{Q}$  вдоль характеристик на данном расчетном шаге пренебрегаем. В этом случае наклон характеристик можно оценить, используя выражения для скорости волн при изоэнтропийном течении:

$$\frac{\Delta X}{\Delta \tau_1} = W + A = \frac{k+1}{4} \bar{P}'_{i-1} - \frac{3-k}{4} \bar{Q}_0; \quad \frac{\Delta X}{\delta \tau_2} = W - A = \frac{3-k}{4} \bar{P}_0 - \frac{k+1}{4} \bar{Q}'_{i+1}.$$

Значения  $\bar{P}$  - и  $\bar{Q}$  -волн в узловой точке сетки на новом временном слое находятся посредством линейной интерполяции вдоль оси  $\tau$ :



$$\bar{P}_i^{j+1} = \bar{P}_i^j + \frac{\Delta\tau}{\Delta X} \left( \frac{k+1}{4} \bar{P}_{i-1}^j - \frac{3-k}{4} \bar{Q}_0 \right) \left[ (\bar{P}_{i-1}^j + \delta\bar{P}) - \bar{P}_i^j \right]; \quad (20)$$

$$\bar{Q}_i^{j+1} = \bar{Q}_i^j + \frac{\Delta\tau}{\Delta X} \left( \frac{3-k}{4} \bar{P}_0 - \frac{k+1}{4} \bar{Q}_{i+1}^j \right) \left[ (\bar{Q}_{i-1}^j + \delta\bar{Q}) - \bar{Q}_i^j \right]. \quad (21)$$

Величины приращений для  $\bar{P}$  - и  $\bar{Q}$  -волн

$$\delta\bar{P} = -\frac{\lambda L}{2D} \frac{(\bar{P}_{i-1}^j - \bar{Q}_0) \bar{P}_{i-1}^j - \bar{Q}_0}{4} \delta\tau_1;$$

$$\delta\bar{Q} = \frac{\lambda L}{2D} \frac{(\bar{P}_0 - \bar{Q}_{i-1}^j) \bar{P}_0 - \bar{Q}_{i-1}^j}{4} \delta\tau_2.$$

В случае расчета изоэнтропийного потока методом уединенных волн величина приращения для  $\bar{P}$  - и  $\bar{Q}$  -волн принимается равной  $\delta\bar{P} = \delta\bar{Q} = 0$ .

Необходимым условием сходимости решения разностных и дифференциальных уравнений является требование Куранта, когда выбор величины расчетных шагов ограничен условием устойчивости численного метода. Поэтому при проведении расчета с использованием фиксированной сетки относительный шаг по длине трубопровода  $\Delta X$  задается, а величина относительного шага по времени  $\Delta\tau$  принимается равной наибольшему значению, удовлетворяющему условиям устойчивости:

$$\left| \frac{\Delta X}{\Delta\tau} \right|_P \geq \frac{k+1}{4} \bar{P}_{i-1}^j - \frac{3-k}{4} \bar{Q}_0; \quad \left| \frac{\Delta X}{\Delta\tau} \right|_Q \geq \frac{3-k}{4} \bar{P}_0 - \frac{k+1}{4} \bar{Q}_{i+1}^j.$$

При определении параметров потока с учетом наложения волн расчет строится так, что на каждом временном шаге в узлах сетки первоначально определяются параметры потока, принесенные в ячейку отдельно  $\bar{P}$  -,  $\bar{Q}$  - волнами. После этого могут быть определены результирующие параметры потока:

$$W_i^{j+1} = \frac{\bar{P}_i^{j+1} - \bar{Q}_i^{j+1}}{2}; \quad A_i^{j+1} = \frac{k-1}{4} (\bar{P}_i^{j+1} + \bar{Q}_i^{j+1}). \quad (22)$$



Целесообразность использования метода уединенных волн конечной амплитуды становится очевидной при численном моделировании процессов в цилиндре и трубопроводах двигателя в случае решения задач, связанных с совершенствованием систем газотурбинного наддува дизелей.

Для решения практических задач по выбору оптимальных параметров систем воздухообеспечения комбинированных двигателей предложена математическая модель рабочих процессов в основных элементах комбинированного двигателя, которая включает в себя ряд частных моделей, описывающих процессы в цилиндрах дизеля, элементах газозвушного тракта и агрегатах наддува [2, 3].

В целях выбора рациональной расчетной схемы проведено сопоставление результатов численного моделирования с экспериментальными данными, полученными на дизеле 8 ЧН 18/22, оборудованном импульсной системой наддува.

Установлено, что метод уединенных волн с учетом трения обеспечивает практически одинаковую точность, как и метод характеристик. Относительная погрешность определения расхода воздуха при расчете методом характеристик составила 3,4 %, а для случая расчета методом уединенных волн – 4,6 %. Величина погрешности в определении максимальной амплитуды импульса давления на входе в турбину при проведении расчета методом уединенных волн составила 3,8 %.

На основе разработанного математического и программного обеспечения проведены расчетно-экспериментальные исследования по выбору оптимальных конструктивных параметров систем наддува ряда судовых и стационарных дизелей.

Практические рекомендации по оптимизации систем наддува восьмицилиндровых дизелей ряда ЧН 18/22 с различными степенями форсирования проверены экспериментально на стендах завода «Дальдизель» и внедрены в серийное производство. Применение более совершенных систем наддува для восьмицилиндровых дизелей ряда ЧН 18/22 со средней ( $P_e = 0,85$  МПа) и повышенной ( $P_e = 1,07$  МПа) степенями форсирования позволило снизить среднюю температуру выпускных газов за цилиндром на 25–30 °С, сократить удельные эффективные расходы топлива на 2,5–3,0 %. При этом существенно снижена металлоёмкость систем наддува. Вместо четырехтрубной импульсной системы наддува и четырехзаходной газовой турбины, были применены более компактные комбинированные двухтрубные системы наддува с преобразователями импульсов и двухзаходной газовой турбиной.



### Библиографические ссылки

1. Эммонс Г. и др. Основы газовой динамики: Пер. с англ. М., 1963.
2. Kaminsky A. I., Vasilyev L. A., Lunin S. V. The joint work coordination of the engine and supercharging units // Proceedings of the fifth international symposium. The actual problems of the scientific and technological progress of the Far Eastern region. Khabarovsk, 1997.
3. Каминский А.И. Расчетная оптимизация систем наддува судовых дизелей с учетом нестационарных процессов в газовыпускных трактах // Актуальные проблемы создания и эксплуатации комбинированных двигателей внутреннего сгорания: Материалы международной научно-технической конференции. Хабаровск, 2002.