



УДК 536.25

© В. К. Булгаков, С. В. Соловьев, 2012

МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНВЕКЦИИ В ЗОНЕ СУБДУКЦИИ

Булгаков В. К. – д-р физ.-мат. наук, проф. кафедры «Программное обеспечение вычислительной техники и автоматизированных систем», e-mail: blvic@rambler.ru;
Соловьев С. В. – д-р физ.-мат. наук, проф. кафедры «Прикладная математика», e-mail: solovjovsv@rambler.ru (ТОГУ)

Приведены результаты математического моделирования конвекции литосферной плиты в зоне субдукции. Движущаяся литосферная плита сталкивается с континентальной плитой и погружается в мантию. В результате численного решения задачи были получены поля температуры, скорости, функции тока, напряженности вихря и числа Нуссельта на верхней и нижней границе расчетной области.

The mathematical modeling results of the lithosphere plate convection in a subduction zone are given. The lithosphere plate collides with a continental plate to immerse into the mantle. As a result of the numerical solution of the task the fields of temperature, velocity, stream function, intensity of vortex, and Nusselt numbers at the upper and lower border of the prediction area have been derived.

Ключевые слова: литосфера, конвекция, субдукция, мантия Земли.

В работе [1] приведены результаты численного моделирования конвективного теплообмена в мантии Земли в зоне субдукции для четырех заданных схем погружения литосферы: начальная, малая, средняя и полная (в зависимости от глубины погружения). В данной работе рассматривается модель непрерывной субдукции литосферной плиты вблизи океанического желоба (без задания какой-либо схемы погружения). Глубина погружения литосферной плиты в мантию определяется в результате решения задачи. Принято [2], что ускорение свободного падения по глубине мантии изменяется по линейному закону $g = Ay + B$ (в работе [1] оно было принято постоянным).

Целью данной работы является исследование влияния скорости движения континентальной и литосферной плит, угла погружения, ускорения свободного падения, внутренних источников теплоты, физических параметров литосферы и мантии на конвекцию и теплообмен в зоне непрерывной субдукции и глубину погружения литосферной плиты в мантию Земли.

Согласно гипотезе, выдвинутой Г. Хессом, движение литосферных плит от мест образования до зон подвига происходит прямолинейно, поэтому решение можно искать в плоском вертикальном срезе поверхности планеты на глубину порядка 1000 км. На рис. 1 представлена рассматриваемая область.

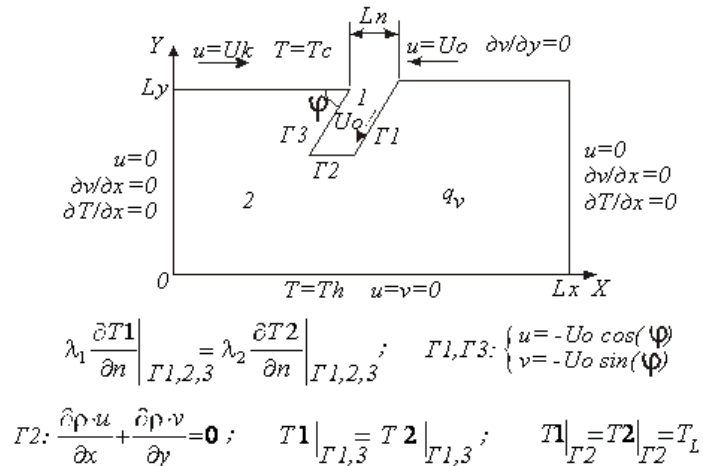


Рис. 1. Физическая постановка задачи

Здесь T_c и T_h – температуры на верхней и нижней границе области; U_k – скорость континентальной плиты, U_0 – скорость океанической (литосферной) плиты; φ – угол погружения океанической плиты; $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$ – границы желоба, по которому погружается плита. Местонахождение желоба $X = L_x / 2$. Нижняя граница Γ_2 , до которой скорость погружения плиты известна (плита движется как твердое тело со скоростью погружения U_0), определяется температурой солидус T_s , значение которой меняется в процессе вычислений. При достижении температуры (точнее, интервала плавления) ликвидус T_L литосферная плита плавится. По координате Y интервала плавления литосферной плиты определяется глубина ее погружения в мантию.

В безразмерной форме математическая постановка задачи в приближении Буссинеска в переменных вихрь – функция тока – температура имеет вид:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial Y} \frac{\partial W}{\partial X} - \frac{\partial \Psi}{\partial X} \frac{\partial W}{\partial Y} = \frac{\eta}{\rho \text{Re}} \Delta W - \frac{\text{Gr}}{\text{Re}^2} \frac{AYL_y + B}{g_0} \frac{\partial \Theta}{\partial X}, \quad (1)$$

$$W = - \left[\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} \right], \quad (2)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial Y} \frac{\partial \Theta}{\partial X} - \frac{\partial \Psi}{\partial X} \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = \frac{a}{\text{Pe}} \Delta \Theta + \frac{Q}{\rho C_p \text{Pe}}. \quad (3)$$

Приняты следующие обозначения безразмерных переменных:



$X = \frac{x}{Ly}$, $Y = \frac{y}{Ly}$, $\Theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c}$ – температура, $\Lambda = \frac{\lambda_i}{\lambda_2}$ – коэффициент теп-

лопроводности, $\rho = \frac{\rho_i}{\rho_2}$ – плотность, $\eta = \frac{\mu_i}{\mu_2}$ – динамическая вязкость,

$a = \frac{\Lambda}{\rho C_p} = \frac{a_i}{a_2}$ – коэффициент температуропроводности ($i = 1, 2$);

$Q = \frac{q_v Ly^2}{\lambda_2 (T_h - T_c)}$ – внутренний источник тепла, $W = \frac{wLy}{U_0}$ – напряженность

вихря, $\Psi = \frac{\Psi}{U_0 Ly}$ – функция тока, $C_p = \frac{C_{эф}}{c_p}$ – теплоемкость;

$Re = \frac{\rho_2 Ly U_0}{\mu_2}$, $Pe = \frac{U_0 Ly}{a_2}$, $Gr = \frac{\rho_2^2 g_0 \beta (T_h - T_c) Ly^3}{\mu_2^2}$ – числа Рейнольд-

са, Пекле и Грасгофа соответственно.

$$\eta = \frac{\mu_1}{\mu_2} (1 + (A-1)) \left(0,5 + \frac{1}{\pi} \operatorname{tg} \left(\frac{T_s - (T_h - T_c) \Theta - T_c}{(1-Y) \cdot Ly} \right) \right), \text{ где } A = [0; 1]. \quad (4)$$

$$C_p = \begin{cases} 1 & , \Theta < \Theta_s \\ 1 - \frac{1}{Ste} \frac{\partial \gamma}{\partial \Theta} & , \Theta_s \leq \Theta \leq \Theta_L \\ 1 & , \Theta > \Theta_L \end{cases} \quad (5)$$

$Ste = \frac{c_p (T_h - T_c)}{L_F}$ – число Стефана, $\Theta_s = \frac{T_s - T_c}{T_h - T_c}$, $\Theta_L = \frac{T_L - T_c}{T_h - T_c}$ – безраз-

мерные температуры solidus и liquids. Относительное количество твердой фа-

зы γ :

$$\gamma = \begin{cases} 1 & , \Theta < \Theta_s \\ 1 + 2 \left(\frac{\Theta (T_h - T_c) + T_c - T_s}{T_L - T_s} \right)^3 - 3 \left(\frac{\Theta (T_h - T_c) + T_c - T_s}{T_L - T_s} \right)^2 & , \Theta_s \leq \Theta \leq \Theta_L \\ 0 & , \Theta > \Theta_L \end{cases}$$

Граничные условия:

– для температуры:

$$\Theta = 0 \text{ при } Y = 1; \quad \Theta = 1 \text{ при } Y = 0; \quad \frac{\partial \Theta}{\partial X} = 0 \text{ при } X = 0 \text{ и } X = Lx/Ly;$$

$$\frac{\partial \Theta_2}{\partial n} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \frac{\partial \Theta_1}{\partial n}; \quad \frac{\partial \Theta_k}{\partial n} = \frac{\partial \Theta_k}{\partial x} \sin(\varphi) + \frac{\partial \Theta_k}{\partial y} \cos(\varphi), \quad (k = 1, 2) \text{ на } \Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3;$$

$$\Theta_1 = \Theta_2 \text{ на } \Gamma_1, \Gamma_3; \quad \Theta_1 = \Theta_2 = \Theta_L \text{ на } \Gamma_2.$$

– для функции тока:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial Y} = \frac{U_K}{U_0} \text{ при } X = [0; (Lx/2Ly - Lp/2Ly)]; Y = 1; \frac{\partial \Psi}{\partial Y} = -1 \text{ при } X = [(Lx/2Ly$$

$$- Lp/2Ly); Lx/Ly]; Y = 1; \frac{\partial \Psi}{\partial X} = 0, \frac{\partial^2 \Psi}{\partial^2 X} = 0 \text{ при } X = [0; Lx/Ly]; \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X \partial Y} = 0$$

$$\text{при } Y = 1. \Psi = 0 \text{ при } Y = 0; \text{ на } \Gamma_2: \frac{\partial \Psi}{\partial X} - \frac{\partial \Psi}{\partial Y} = 0; \text{ на } \Gamma_1, \Gamma_3 \text{ и внутри}$$

$$\text{желоба: } \frac{\partial \Psi}{\partial Y} = -\frac{U_0}{U_M} \cos(\varphi), \quad \frac{\partial \Psi}{\partial X} = \frac{U_0}{U_M} \sin(\varphi).$$

– для напряженности вихря W граничные условия вычислялись из (3) с учетом граничных условий для функции тока.

В качестве численного метода решения использовался метод контрольного объема [3]. В расчетах применялась неравномерная сетка со сгущением в области желоба, вертикальных границ ($X = 0; Lx/Ly$) и дневной поверхности ($Y = 1$). При задании начального приближения для температуры предполагается, что ее распределение на участке от нижней границы расчетной области до верхней части астеносферы изменяется линейно по зависимости:

$$\Theta = 1 - \left[\frac{1 - \Theta_s}{0,93} \right] Y, \quad \begin{cases} X = \left[0; \frac{Lx}{Ly} \right] \\ Y = [0; 0,93] \end{cases}$$

В области литосферы начальное значение температуры изменялось также по линейной зависимости от температуры солидус до температуры $\Theta_c = 0$:

$$\Theta = \Theta_s \left[\frac{1 - Y}{0,07} \right], \quad \begin{cases} X = \left[0; \frac{Lx}{Ly} \right] \\ Y = [0,93; 1] \end{cases}$$

Начальные значения функции тока и напряженности вихря приняты равными нулю: $\Psi = W = 0$. Значения температуры на верхней и нижней границе расчетной области приняты равными $T_c = 1400$ К и $T_h = 2400$ К соответственно [2]. Протяженность расчетной области по оси x принята равной 3000 км, а по оси y – 1000 км. Толщина литосферы L_n принималась равной 100 км. Температуры T_s и T_L , согласно данным работы [2], были приняты 1800К и 1900К соответственно. Скорость движения континентальной плиты U_K принята равной 1 см/год, а скорость океанической плиты U_0 изменялась в интервале 1–9 см/год [2]. Числа Нуссельта вычислялись по формуле:

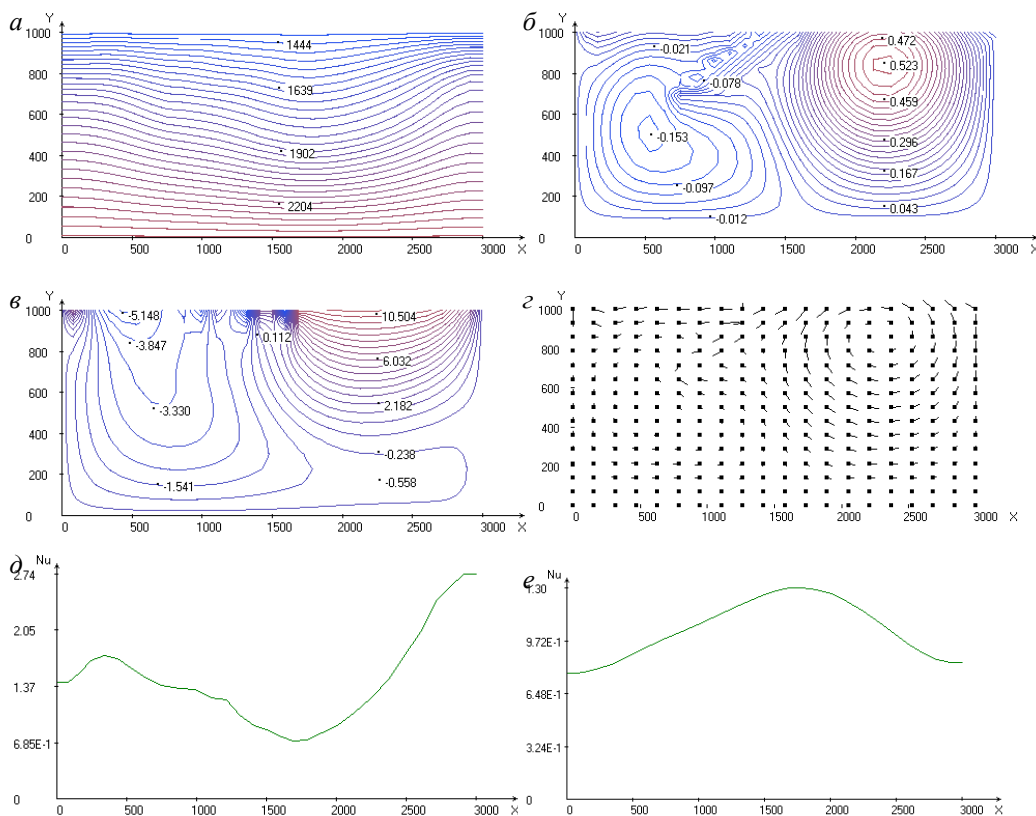
$$Nu|_{Y=1,0} = - \left. \frac{\partial \Theta}{\partial Y} \right|_{Y=1,0}. \text{ В результате численного решения задачи были получе-}$$



ны поля температуры, функции тока, напряженности вихря, скорости и распределение локальных чисел Нуссельта.

На рис. 2 представлены результаты расчета погружения океанической плиты под континентальную для $U_0 = 1$ см/год и $\varphi = 30^\circ$.

Рис. 2. Расчетные поля для $\varphi = 30^\circ$, $U_0 = 1$: а – температура; б – функция тока;



в – напряженность вихря; г – векторное поле скорости; распределение чисел Нуссельта на верхней (д) и нижней (е) границе

Величина ускорения свободного падения $g = 9,8$. Безразмерные числа принимали следующие значения: $Re = 1,05 \cdot 10^{-19}$; $Gr = 3,2 \cdot 10^{-14}$; $Pe = 251$; $Ste = 3$. Для всех вариантов расчетов число Стефана Ste оставалось постоянной величиной.

Из рисунка видно, что в области желоба изотермы «прогибаются» книзу (см. рис. 2 а). Под океанической и континентальной плитой образуются две крупномасштабные конвективные ячейки, жидкость в которых движется в противоположных направлениях. Причем конвективная ячейка и вихрь под континентальной плитой обтекают погружающуюся литосферу и проникают в область океанической конвективной ячейки и вихря, расположенных справа от зоны субдукции (см. рис. 2 б и в), подвигая их вправо. Погружаемая океа-

ническая плита как будто «деформирует» континентальную конвективную ячейку, подминая ее под себя. Глубина погружения литосферы h составляет примерно 300 км.

На рис. 2 д и е приведены распределения чисел Нуссельта на верхней и нижней границах расчетной области, причем при значении $x \sim 1700$ км на верхней границе (см. рис. 2 д) имеет место минимум теплового потока, а на нижней (см. рис. 2 е) – максимум. По-видимому, смещение положения минимума и максимума теплового потока от оси желоба ($x = 1500$ км) вправо на 200–300 км можно объяснить изменением температурного поля в конвективной ячейке под континентальной плитой, связанным с ее проникновением за погружаемую плиту.

На рис. 3 приведены результаты для тех же значений безразмерных чисел, но без учета подъемных сил ($Gr = 0$).

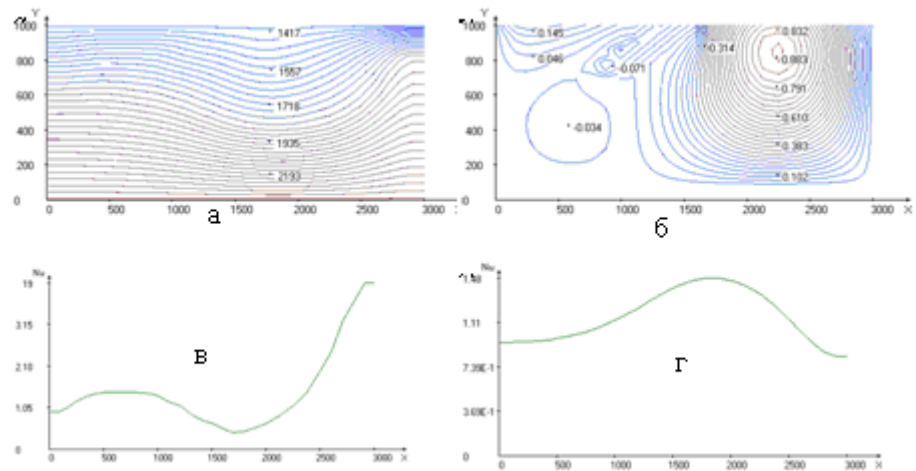


Рис. 3. Расчетные поля для $\varphi = 30^\circ$, $U_0 = 1$: а – температура; б – функция тока; в – распределение чисел Нуссельта на верхней (в) и нижней (г) границе

Сравнивая результаты рис. 2 и 3, можно отметить, что при отсутствии подъемных сил картина течения заметно изменилась, конвективная ячейка под континентальной плитой стала мелкомасштабной по сравнению с океанической (см. рис. 3 б). Теплообмен на верхней границе области увеличивается под океанической плитой и уменьшается под континентальной (см. рис. 3 в). На нижней границе тепловой поток практически не изменился (см. рис. 3 г) по сравнению с результатом, приведенным на рис. 2 е. Глубина погружения несколько уменьшилась.

С увеличением скорости движения океанической плиты U_0 до значения 3 см/год (см. рис. 4; $Re = 3,15 \cdot 10^{-19}$; $Gr = 3,2 \cdot 10^{-14}$; $Pe = 753$; $g = 9,8$) поля температуры, функции тока изменяются по сравнению с результатами, приведенными на рис. 2 (из-за ограничения объема публикации здесь и далее распределения напряженности вихря и чисел Нуссельта не приводятся).

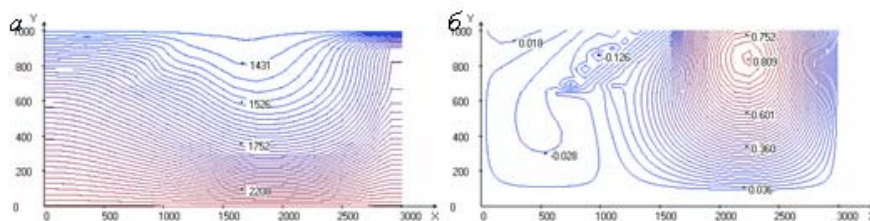


Рис. 4. Расчетные поля для $\varphi = 30^\circ$, $U_0 = 3$: a – температура; b – функция тока

На верхней и нижней поверхности расчетной области теплообмен интенсифицируется, а минимум теплового потока на верхней границе под влиянием океанической конвективной ячейки сдвигается к оси желоба. Глубина погружения литосферы увеличивается до 370 км.

На рис. 5 приведены результаты для скорости движения океанической плиты $U_0 = 5$ см/год ($Re = 5,25 \cdot 10^{-19}$; $Gr = 3,2 \cdot 10^{-14}$; $Pe = 1255$; $g = 9,8$).

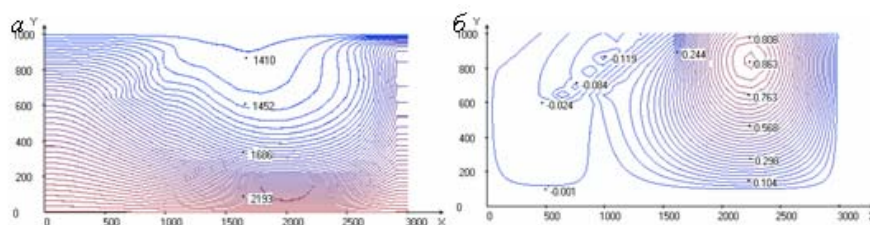


Рис. 5. Расчетные поля для $\varphi = 30^\circ$, $U_0 = 5$: a – температура; b – функция тока

Глубина погружения составила величину порядка 400 км. Поле температуры (см. рис. 5 а) заметно отличается от результата рис. 4 а. Океаническая конвективная ячейка практически полностью вытеснила континентальную в область слева от оси желоба (см. рис. 5 б). По сравнению с результатами рис. 4 теплообмен на верхней границе увеличился и практически не изменился на нижней.

На рис. 6 представлены результаты для скорости движения океанической плиты $U_0 = 9$ см/год ($Re = 9,45 \cdot 10^{-19}$; $Pe = 2259$; $g = 9,8$). Глубина погружения увеличивается, достигая величины ~ 500 км. Поле температуры изменилось значительно (см. рис. 6 а) по сравнению с предыдущим результатом. Интенсивность теплообмена продолжает увеличиваться. Океаническая конвективная ячейка занимает практически всю область (см. рис. 6 б).

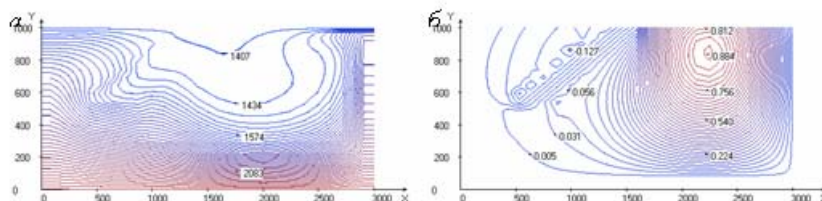


Рис. 6. Расчетные поля для $\varphi = 30^\circ$, $U_0 = 9$: a – температура; b – функция тока

На рис. 7 приведены результаты для $g = 9,8$; $U_0 = 3$ см/год, но значение коэффициента теплового расширения β увеличилось на порядок ($\beta = 2 \cdot 10^{-4}$) по сравнению с предыдущими результатами. Увеличение β на порядок приводит к тому, что континентальная конвективная ячейка проникает во всю область, находящуюся за погружаемой плитой (см. рис. 7 б). Размер по вертикали континентальных конвективной ячейки и вихря составляет примерно 400 км и 600 км соответственно, а океанических – 450 и 400 км. Градиенты температуры в области желоба менее значительны (см. рис. 7 а) по сравнению с результатами, приведенными на рис. 4 а, что приводит к уменьшению интенсивности теплообмена на верхней и нижней поверхности зоны субдукции в полтора-два раза. Причем на верхней границе зоны субдукции имеет место и качественное отличие в характере теплообмена: для результата рис. 7 теплообмен интенсифицируется под континентальной плитой ($x \sim 0-500$ км), а для результата рис. 4 – под океанической ($x \sim 1700-3000$ км). Максимум теплового потока на нижней границе достигается при $x \sim 1700$ км (для рис. 7), а для результата, представленного на рис. 4, при $x \sim 2000$ км.

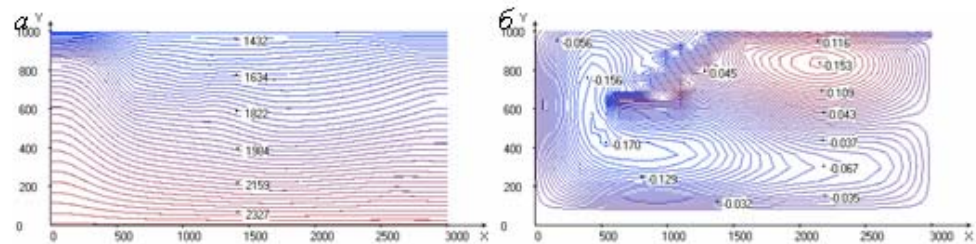


Рис. 7. Расчетные поля для $\varphi = 30^\circ$, $U_0 = 3$: а – температура; б – функция тока

На рис. 8 приведены результаты для угла подвига $\varphi = 60^\circ$ и скорости океанической плиты $U_0 = 3$ см/год. Сравнивая этот результат с результатом рис. 4 ($\varphi = 30^\circ$; $U_0 = 3$ см/год), можно отметить, что увеличение угла подвига приводит к заметным изменениям по сравнению с результатами рис. 4. В области желоба градиенты температуры возрастают, температурное поле «прогибается» вслед за погружающейся литосферой (см. рис. 8 а). Глубина погружения увеличивается до 400 км по сравнению с 370 км (см. рис. 4 б).

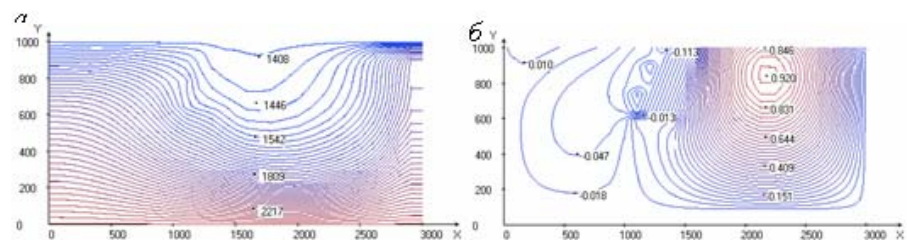


Рис. 8. Расчетные поля для $\varphi = 60^\circ$, $U_0 = 3$: а – температура; б – функция тока



На рис. 9 приведены результаты, для которых угол погружения океанической плиты $\phi = 60^\circ$, а скорость океанической плиты $U_o = 9$ см/год.

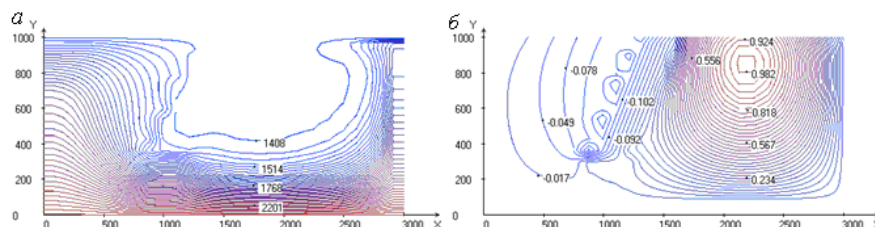


Рис. 9. Расчетные поля для $\phi = 60^\circ$, $U_o = 9$: a – температура; b – функция тока

По сравнению с результатами рис. 6 интенсивность конвекции и теплообмена возрастает. Особенно это заметно проявляется в изменении поля температуры (см. рис. 9 а и б а). Глубина погружения литосферы достигает величины порядка 700 км (см. рис. 9 б). Для результата рис. 6 б глубина погружения составляет ~ 500 км. Сравнение результатов, представленных рис. 9 и 8 показывает, что с увеличением угла подвига интенсивность теплообмена и конвекции возрастает (см. рис. 9 а, б; рис. 8 а, б). Поле температуры (см. рис. 9 а) претерпевает значительные изменения. Распределение чисел Нуссельта качественно не изменяется, но их значения возросли. Глубина погружения литосферы увеличилась до 700 км против 400 км (см. рис. 8 б).

Результаты, приведенные на рис. 10, получены для случая, когда ускорение свободного падения линейно зависело от глубины [3]: $g(y) = Ay + B$, где $A = 1,531 \cdot 10^{-3}$ ($6400 \text{ км} \leq y \leq 5400 \text{ км}$), $B = 0$. На верхней границе расчетной области $g = 9,8$ ($y = 6400 \text{ км}$), а на нижней $\sim 8,3$ ($y = 5400 \text{ км}$).

Сравнивая эти результаты с результатами, приведенными на рис. 9, можно отметить, что они практически одинаковы как качественно, так и количественно, как по структуре течения, так и по интенсивности теплообмена.

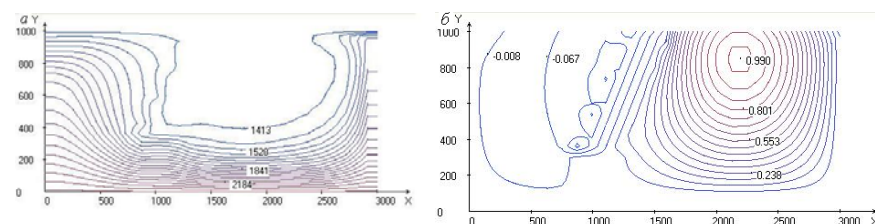


Рис. 10. Расчетные поля для $\phi = 60^\circ$, $U_o = 9$: a – температура; b – функция тока

По результатам математического моделирования процесса погружения литосферной плиты в зоне субдукции и анализу полученных данных можно сделать следующие выводы:

- для рассмотренных значений угла погружения литосферы и скорости континентальной плиты $U_k = 1$ см/год в мантии образуются две конвективные ячейки – континентальная и океаническая;



- с увеличением скорости движения океанической плиты U_0 континентальная конвективная ячейка становится мелкомасштабной;
- глубина погружения литосферной плиты зависит от скорости ее погружения и угла подвига;
- неучет подъемных сил и изменение величины коэффициента теплового расширения вещества мантии ведут к существенным изменениям конвективного теплообмена в зоне субдукции;
- учет ускорения свободного падения от глубины практически не влияет на тепловые и гидродинамические процессы в зоне субдукции по сравнению со случаем, когда ускорение свободного падения постоянное.

Библиографические ссылки

1. Соловьев С. В. Конвективный теплообмен в зоне субдукции // Тихоокеанская геология. – 1998. – Т. 17. – № 5.
2. Жарков В. Н. Внутреннее строение Земли и планет. – М.: Наука, 1983.
3. Патанкар С. В. Численное решение задач теплопроводности и конвективного теплообмена при течении в канале / Пер. с англ. Е. В. Калабина; под ред. Г. Г. Янькова. – М.: Изд-во МЭИ, 2003.