



УДК 621.436: 621.43.052

© Д. В. Тимошенко, А. И. Каминский, 2012

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ РЕЖИМОВ ЧЕТЫРЕХТАКТНОГО ДИЗЕЛЯ С ГАЗОТУРБИНЫМ НАДДУВОМ<sup>1</sup>

*Тимошенко Д. В.* – канд. техн. наук, доцент кафедры «Двигатели внутреннего сгорания», тел.: 37-52-17; *Каминский А. И.* – д-р техн. наук, экономический советник, проф. кафедры «Двигатели внутреннего сгорания», тел.: 22-44-12 (ТОГУ)

В работе представлены основные подходы и уравнения, используемые в математической модели переходных режимов дизельного двигателя с газотурбинным наддувом. Приведены результаты проверки адекватности рассматриваемой модели.

The paper presents the main approaches and equations used in the mathematical model of transient performance of four-stroke supercharging diesel engine. The results of the model adequacy are shown.

*Ключевые слова:* математическая модель, переходный процесс, дизельный двигатель, газотурбинный наддув, турбокомпрессор, радиальная центростремительная турбина, центробежный компрессор.

Динамические качества дизеля с газотурбинным наддувом определяются не только совершенством системы регулирования скорости и топливной аппаратуры. Как показали многочисленные исследования, не меньшее влияние оказывает система наддува. Значительная сложность экспериментальных исследований в данной области не позволяет расшифровать физику процессов в переходном режиме, что дает основание широкому использованию математического моделирования.

### **Математическая модель переходных режимов.**

*Общие подходы к моделированию.* Дизельный двигатель с газотурбинным наддувом рассматривается как следующая термогазодинамическая система:

- неразветвленный выпускной трубопровод;
- радиальная центростремительная турбина;
- центробежный компрессор;
- охладитель наддувочного воздуха;
- цилиндр двигателя.

<sup>1</sup> Работа выполнена в рамках Государственного контракта № П-618

Исходными уравнениями математической модели являются уравнения динамики двигателя и турбокомпрессора:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{M_i - M_{TP} - M_H}{J_{ДВ} + J_H}, \quad (1)$$

$$\frac{d\omega_{TK}}{dt} = \frac{N_T \eta_{TM} - N_K}{\omega_{TK} J_{TK}}, \quad (2)$$

где  $M_i$ ,  $M_H$ ,  $M_{TP}$  – индикаторный момент двигателя, момент внешней нагрузки и момент механических потерь;  $N_T$ ,  $N_K$  – мощности турбины и компрессора соответственно;  $\eta_{TM}$  – механический КПД турбины;  $J_{ДВ}$ ,  $J_H$ ,  $J_{TK}$  – моменты инерции двигателя, внешней нагрузки и ротора турбокомпрессора соответственно.

Момент внешней нагрузки и изменение цикловой подачи в переходном процессе задаются по экспериментальным данным в виде функций  $M_H = f(\tau)$  и  $q_u = f(\tau)$ , задаваемых массивами числовых данных. Индикаторный момент двигателя является результатом моделирования рабочего процесса поршневой части двигателя. Мощности турбины и компрессора, давление наддува и другие параметры определяются в ходе расчета характеристик турбины и компрессора.

Перед моделированием заданного переходного режима осуществляется расчет исходного установившегося режима, что необходимо для определения начального состояния термогазодинамической системы. В этом случае используется принцип замкнутого моделирования рабочего цикла. Цикл замыкается по трем параметрам:

- давление в выпускном трубопроводе в момент открытия выпускного клапана  $p_p$ ;
- баланс мощностей турбины и компрессора  $N_T = N_K$ ;
- давление в цилиндре в момент открытия выпускного клапана  $p_c$ .

Моделирование начинается с момента открытия выпускного клапана. Для периода выпуска (включая перекрытие фаз газораспределения) рассчитывается изменение давлений в выпускном трубопроводе и цилиндре, а также выполняется расчет мгновенных параметров турбины. Практика расчетов подтвердила незначительное отклонение начальных и конечных значений давления в выпускном трубопроводе по импульсу. Это позволяет принять допущение о равенстве начальных и конечных давлений по импульсу и использовать это положение при моделировании. Если равенство не соблюдается (с заданной точностью), то расчет повторяется с новым значением давления  $p_p$ . После установления давления  $p_p$  рассчитываются параметры компрессора. Если интегральная мощность турбины и мощность компрессора не совпадают, то расчет повторяется от момента открытия выпускного клапана с новым значением  $n_{TK}$ . Внутренний цикл по  $p_p$  также повторяется. После установления равенства мощностей и, соответственно, давления наддува выполняется расчет процессов в цилиндре и установление давления  $p_c$ . Схема замкнутого моделирования представлена на рис. 1. Таким образом, рассматриваемая модель позволяет рассчи-



тывать любой установившийся режим по скоростной или нагрузочной характеристике.

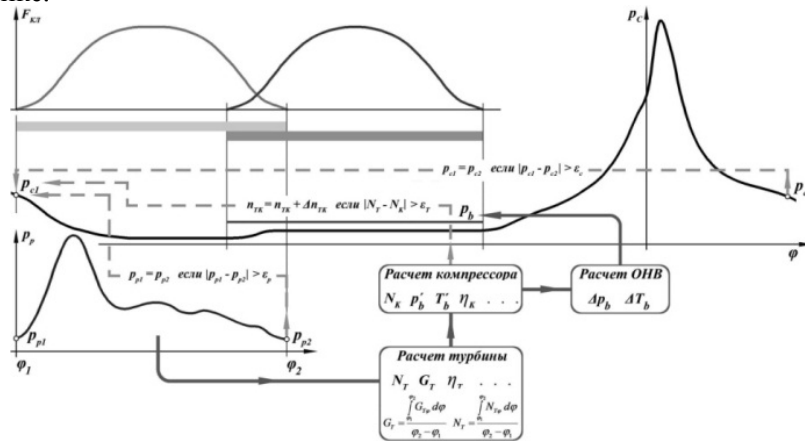


Рис. 1. Схема замкнутого моделирования рабочего цикла двигателя

При переходе к расчету переходного режима замкнутая модель «размыкается». Переходный режим разбивается на ряд квазиустановившихся циклов, соответствующих рабочим циклам двигателя, в этом случае параметры текущего цикла становятся начальными для следующего.

Общая блок-схема математической модели представлена на рис. 2.

**Выпускной трубопровод.** Основой при моделировании газодинамических процессов является решение смешанной задачи Коши для неразветвленного выпускного трубопровода с постоянной площадью поперечного сечения. Газ – идеальный, вязкий; течение – одномерное, энергоизолированное. Движение газа описывается следующей системой дифференциальных уравнений неразрывности, движения и энергии:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\lambda}{D} \frac{u |u|}{2} = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial t} + u \frac{\partial S}{\partial x} = 0 \end{cases} \quad (3)$$

где  $p, \rho, T, u, S$  – соответственно давление, плотность, температура, скорость и энтропия потока;  $x, t$  – координата и время;  $\lambda$  – коэффициент трения.

При выборе метода решения данной системы уравнений предпочтение было отдано методу характеристик. В этом случае существенно упрощаются исходные уравнения. Так система дифференциальных уравнений гиперболического типа (3) преобразуется в две системы обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{array}{l}
 \text{для прямой волны} \\
 \left\{ \begin{array}{l} R = A + \frac{k-1}{2} U \\ \frac{dR}{dZ} = -\frac{\lambda}{D} \frac{u|u|}{4} L_{TP} (k-1) \\ \frac{dX}{dZ} = U + A \end{array} \right. \\
 \text{для обратной волны} \\
 \left\{ \begin{array}{l} Q = A - \frac{k-1}{2} U \\ \frac{dQ}{dZ} = \frac{\lambda}{D} \frac{u|u|}{4} L_{TP} (k-1) \\ \frac{dX}{dZ} = U - A \end{array} \right.
 \end{array} \quad (4)$$

где  $R, Q$  – инварианты для прямой и отраженной волн;  $U, A$  – безразмерные скорости потока и звука в среде;  $X, Z$  – безразмерные координата и время;  $D, L_{TP}$  – диаметр и длина трубопровода.

Численное интегрирование полученной системы осуществляется методом Эйлера. Для изоэнтропийного потока применена явная разностная схема как наиболее удобная. Используется фиксированная сетка в плоскости  $X, Z$  (рис. 3). Расчет ведется по слоям, параметры потока известны на предыдущем временном слое в каждой узловой точке, затем по соотношениям (5, 6) определяются параметры на новом временном слое в  $i$ -ом сечении трубопровода.

$$R_{i+1,2} = \frac{\Delta Z}{\Delta X} \left( \frac{k+1}{2(k-1)} R_{i,1} - \frac{3-k}{2(k-1)} Q_{i,1} \right) (R_{i,1} - R_{i+1,1}) + R_{i+1,1} - \frac{\lambda}{D} \frac{U|U|}{4} L_{TP} (k-1) \Delta Z, \quad (5)$$

$$Q_{i,2} = \frac{\Delta Z}{\Delta X} \left( \frac{3-k}{2(k-1)} R_{i+1,1} - \frac{k+1}{2(k-1)} Q_{i+1,1} \right) (Q_{i+1,1} - Q_{i,1}) + Q_{i,1} + \frac{\lambda}{D} \frac{U|U|}{4} L_{TP} (k-1) \Delta Z \quad (6)$$

Течение газа в выпускном канале принимается как истечение через эквивалентное сопло. Связь между параметрами в цилиндре и трубопроводе устанавливаются уравнения энергии, неразрывности и адиабатического изменения состояния. Они решаются совместно с уравнениями прямой и отраженной волн в граничных сечениях. Отличие модели от реальной картины течения учитывается коэффициентом расхода канала  $\mu$ . Дополнительно принимается допущение о равенстве статических давлений на участке минимальное сечение – входное сечение выпускного трубопровода.

Поставленные цели требуют оценки эффективности срабатывания импульса давления в турбине, определения ее мощности и КПД. Это необходимо учесть при установлении граничных условий у турбины.

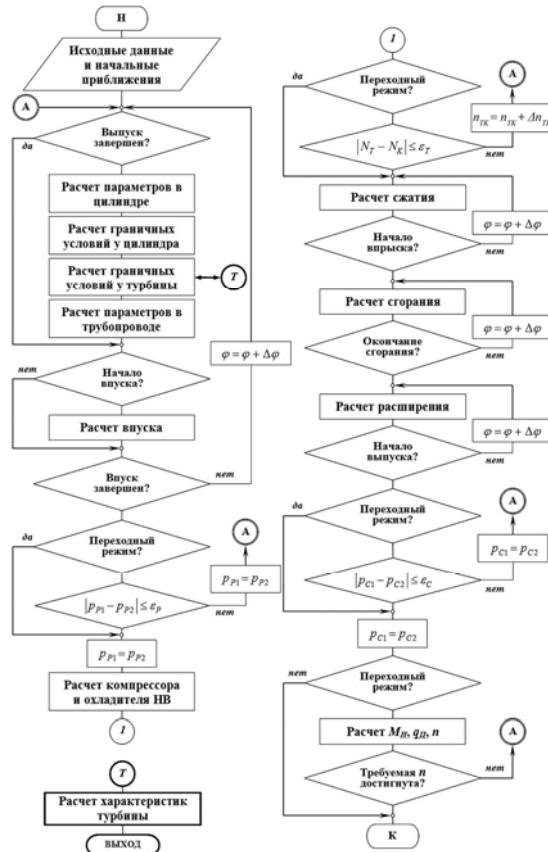


Рис. 2. Блок-схема математической модели

В работе используется следующий тип граничных условий – модель эквивалентного сопла (для всей турбины) пропускная способность, которого определяется через расчет характеристик турбины. Течение через сопло принимается квазистационарным, изоэнтальпическим. Давление на срезе сопла считается равным давлению за турбиной  $p_C = p_{T0}$ . Уравнения граничных условий решаются методом Ньютона. Блок-схема расчета представлена на рис. 4, где  $\mu f_T$  – эффективное проходное сечение турбины;  $f_{CA}$  – площадь проходного сечения соплового аппарата;  $p_T, T_T$  – давление и температура перед турбиной;  $\Delta G(p_T) = G_C - G_{TP}$ ,  $G_C$  и  $G_{TP}$  – расходы газа через эквивалентное сопло и расчетное сечение трубопровода соответственно.

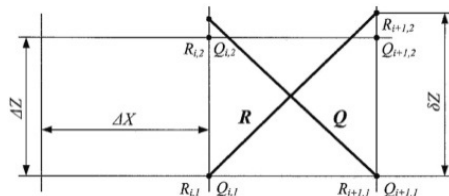


Рис. 3. Расчетная сетка метода характеристик

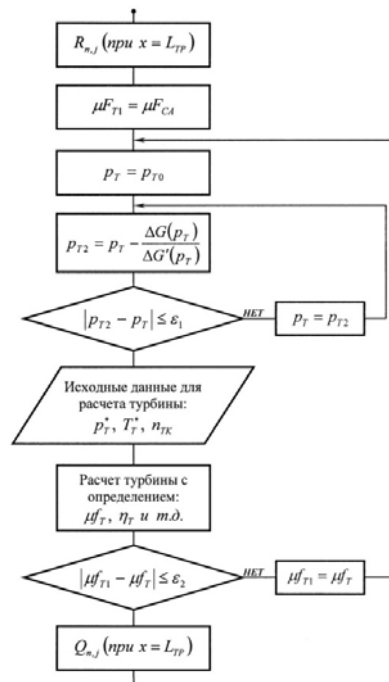


Рис. 4. Блок-схема расчета граничных условий у турбины

*Турбина.* Характеристики радиально-осевой турбины определяются путем газодинамического расчета параметров потока на среднем диаметре меридиального сечения в одномерном квазистационарном приближении. В этом случае используются уравнения энергии, неразрывности, моментов количества движения и адиабатического изменения состояния, а также ряд эмпирических зависимостей для определения потерь в элементах проточной части. Незвестное давление на выходе из соплового аппарата находится методом последовательных приближений из условия равенства расходов через сопловой аппарат и рабочее колесо.

Коэффициент скорости в сопловом аппарате определяется с учетом профильных и концевых потерь, режима течения газа (числа  $Re$ ) и конструктивных параметров решетки. Коэффициент скорости в рабочем колесе на произвольном режиме с учетом потерь при нерасчетных углах входа определяется по модифицированному уравнению Степанова Г.Ю. [1]. Учитываются потери с выходной скоростью, потери от утечек, трения и отдельного подвода газа [1, 2].

*Компрессор и охладитель надувочного воздуха.* Расчет характеристик центробежного компрессора сводится к определению параметров газа в характерных элементах проточной части при заданной их геометрии. Рассматривается одномерное установившееся течение на среднем диаметре меридиального сечения. Это позволяет использовать уравнения неразрывности, энергии и политропного изменения состояния. Для учета реальной картины течения эти уравнения дополнены эмпирическими зависимостями, позво-



ляющими учесть потери в элементах проточной части и неоднородность потока в поперечных сечениях каналов. Коэффициент мощности компрессора на произвольном режиме работы определяется по уравнению, предложенному Левковичем С.А. [3]. Для определения потерь в рабочем колесе, диффузоре и улитке используются зависимости, предложенные в работах [1, 4, 5].

Снижение температуры и потери давления в охладителе надувочного воздуха определялись по полуэмпирическим уравнениям гидравлической характеристики охладителя, представленным в работе [6].

*Цилиндр двигателя.* Процессы в цилиндре в общем случае описываются уравнением первого закона термодинамики для открытых систем, уравнениями массового баланса и состояния идеального газа. Эта система решается методом последовательных приближений на каждом расчетном шаге по углу поворота коленчатого вала в следующем виде:

для процесса сгорания

$$p_i = \frac{T_i^{(H)} G_i R}{V_i}$$

$$T_i = \left[ C'_{V_i} T_i^{(H)} G_i - p_i (V_i - V_{i-1}) + dQ_X + dQ_W \right] \frac{1}{C'_{V_i} G_i}, \quad (7)$$

$$|T_i - T_i^{(H)}| \leq \varepsilon$$

для процессов сжатия и расширения

$$p_{i+1} = p_i \left( \frac{V_i}{V_{i+1}} \right)^{n'}$$

$$T_{i+1} = T_i \left( \frac{V_i}{V_{i+1}} \right)^{n'-1}, \quad (8)$$

$$n = 1 + \frac{p_{i+1} V_{i+1} - p_i V_i}{(C'_{V_{i+1}} G_{V_{i+1}} + C''_{V_{i+1}} G_{r_{i+1}}) T_{i+1} - (C'_{V_i} G_{V_i} + C''_{V_i} G_{r_i}) T_i - dQ_W}$$

$$|n - n'| \leq \varepsilon$$

где  $C_V$ ,  $C''_V$ ,  $C'_V$  – теплоемкости «чистого» воздуха, «чистых» продуктов сгорания и рабочего тела при постоянном объеме;  $G_V$ ,  $G_r$ ,  $G$  – масса «чистого» воздуха, масса «чистых» продуктов сгорания и масса рабочего тела в цилиндре;  $dQ_X$  – количество выделившегося тепла;  $dQ_W$  – количество тепла, участвующее в теплообмене;  $T_i^{(H)}$  и  $T_i$  – температуры первого и второго приближения соответственно;  $n'$  и  $n$  – показатели политропы первого и второго приближения соответственно.

При расчете газообмена расход через впускные и выпускные каналы определяется с учетом режима и направления течения в зависимости от перепада давления в цилиндре двигателя и смежных с ним системах.

Расчет дифференциальной характеристики тепловыделения производится по методу, предложенному Петровым В.А. и Алексеевым В.А. [7]. Метод был

использован авторами при моделировании переходного процесса и показал приемлемую точность.

Периоды от начала сгорания до первого и второго максимумов кривой тепловыделения, доли тепла, выделившиеся в первой и второй фазах сгорания ( $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  и  $x_1$ ,  $x_2$  соответственно), определяются в зависимости от относительной длительности периода задержки воспламенения  $\bar{\varphi}$ .

$$\frac{dX}{d\varphi} = \frac{2,5x_1}{\varphi_1^{3,5}} \varphi^{2,5} \exp\left(-0,714\left(\frac{\varphi}{\varphi_1}\right)^{3,5}\right) + \frac{0,5x_2}{\varphi_2^{1,5}} \varphi^{0,5} \exp\left(-0,33\left(\frac{\varphi}{\varphi_2}\right)^{1,5}\right), \quad (9)$$

$$\bar{\varphi} = \Delta\varphi_i / \Delta\varphi_{ВПР},$$

$$x_1 = 0,474\bar{\varphi} - 0,129 \text{ при } \bar{\varphi} \leq 1,1, \quad x_1 = 0,475 - 0,088\bar{\varphi} \text{ при } \bar{\varphi} > 1,1,$$

$$x_2 = 0,99 - 0,0163(\bar{\varphi} - 0,5)^2 - x_1,$$

$$\varphi_1 = 2,325 - 0,25\bar{\varphi}, \quad \varphi_2 = 3,5 + 1,284(\bar{\varphi} - 2,75)^2.$$

где  $\Delta\varphi_i$  – период задержки воспламенения, град. п.к.в.;  $\Delta\varphi_{ВПР}$  – продолжительность впрыска топлива, град. п.к.в.

Коэффициент теплоотдачи от газов стенкам цилиндра рассчитывается по уравнению Г. Эйхельберга.

#### Проверка адекватности математической модели.

В качестве объекта исследований был выбран дизель-генератор ДГРА 200/750 с дизелем 6 ЧН 18/22 ( $P_{me} = 1,07$  МПа) и турбокомпрессором ТКР-14С.26.

Проверка адекватности математической модели осуществлялась на трех уровнях:

- настройка и проверка адекватности моделей основных элементов термодинамической системы (выпускной трубопровод, турбина, компрессор);
- настройка и проверка адекватности моделирования установившихся режимов;
- проверка адекватности моделирования переходных режимов.

На рис. 5 представлено сравнение расчетного и экспериментального импульса давления перед турбиной. Видно, что они достаточно хорошо совпадают между собой, особенно в области пика давления.

Сравнение расчетной и экспериментальной характеристики турбины турбокомпрессора ТКР-14С.26, представленное на рис. 6, показывает хорошую точность модели в области рабочего диапазона  $\bar{H}_T$  турбины (максимальное расхождение не более 2,5 %).

Наибольшие расхождения наблюдаются при  $\bar{H}_T$  менее 1,7, что объясняется недостаточно точным определением потерь в данной области.

Сравнение характеристик компрессора с безлопаточным диффузором, представленное на рис. 7, показывает приемлемое совпадение экспериментальных и расчетных данных. Наибольшее расхождение составляет не более 2,5 %.



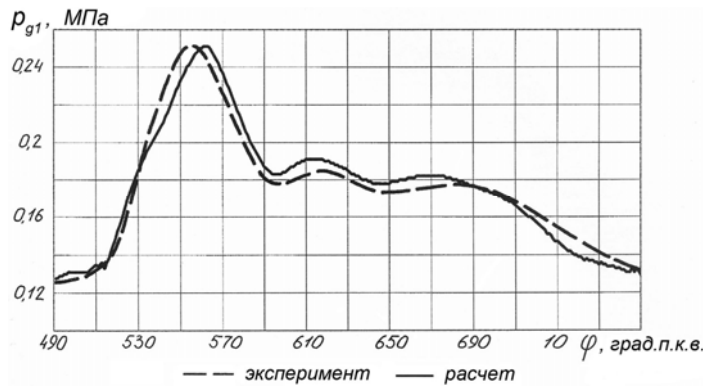


Рис. 5. Импульс давления перед турбиной дизеля 6ЧН 18/22

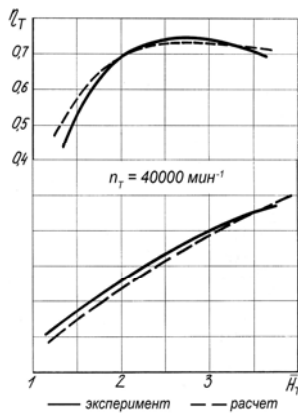


Рис. 6. Характеристика турбины ТКР-14С.26

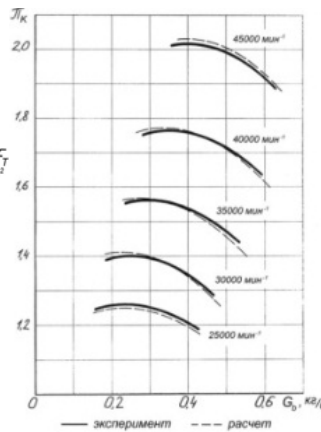


Рис. 7. Характеристика компрессора ТКР-14С.26

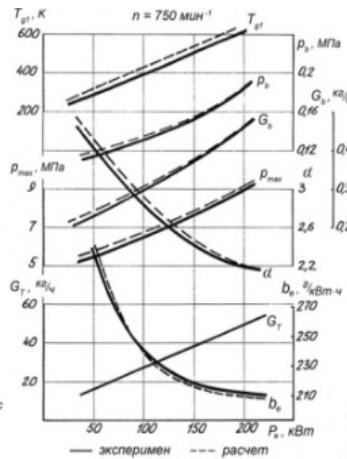


Рис. 8. Нагрузочная характеристика дизеля 6ЧН 18/22

Нагрузочные характеристики, дизеля 6 ЧН 18/22 (рис. 8) показывают хорошее совпадение экспериментальных и расчетных данных (особенно в области высоких нагрузок). Наибольшие расхождения наблюдаются при малых и средних нагрузках, но они вполне допустимы (не более 3 %). Сравнение результатов испытаний и моделирования переходного режима при набросе нагрузки от 0 до 100 % (рис. 9) показывает приемлемое их совпадение. В целом характер изменения все параметров одинаков. Разница по провалу частоты вращения составляет около 5 %, по продолжительности переходного процесса – 6 %. Наибольшие отличия в изменении частоты вращения наблюдаются в первой фазе процесса. Это объясняется принятыми допущениями и неполным отражением математической моделью особенностей процесса сгорания при малых значениях коэффициента избытка воздуха.

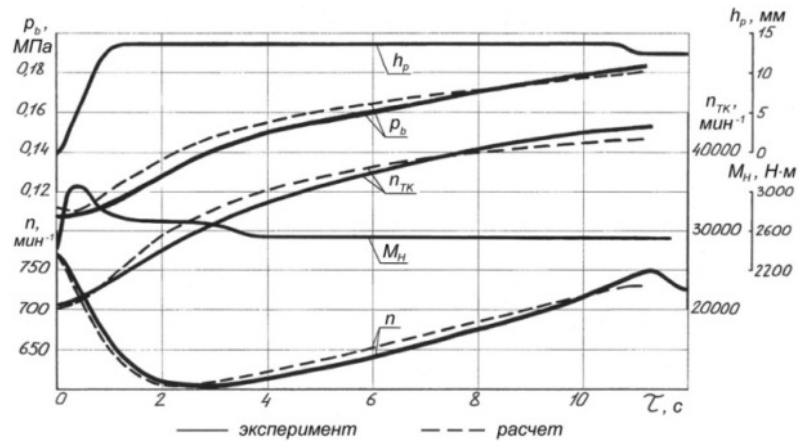


Рис. 9. Переходный процесс дизеля 6 ЧН 18/22 при набросе 100% нагрузки

### Вывод

Разработанная математическая модель переходных режимов имеет приемлемый уровень адекватности и может быть использована для численного исследования влияния конструктивных и регулировочных параметров двигателя на динамику переходного процесса.

### Библиографические ссылки

1. Васильев Л. А. Моделирование газодинамических процессов в дизелях / Л. А. Васильев. – Хабаровск: Изд-во ХГТУ, 1996.
2. Расчет коэффициента потерь кинетической энергии в проточной части турбины как одна из проблем реализации комплексного подхода / В.А. Лашко, А.В. Пасар // Вестник Тихоокеанского государственного университета. – 2011. – № 1 (20).
3. К вопросу об определении коэффициента работы компрессоров для наддува двигателей внутреннего сгорания / С.Л. Левкович, Ю.П. Волошин, Д.М. Кельштейн // Двигатели внутреннего сгорания. – Харьков, 1972. – Вып. 15.
4. Ден Г. Н. Проектирование проточной части центробежных компрессоров / Г. Н. Ден. – Л.: Машиностроение, 1980.
5. Рис В. Ф. Центробежные компрессорные машины / В.Ф. Рис. – Л.: Машиностроение, 1981.
6. Турбокомпрессоры для наддува дизелей. Справочное пособие / Б.П. Байков [и др.]. Л.: Машиностроение, 1975.
7. Математическое описание характеристик тепловыделения в турбопоршневых двигателях на различных режимах / В.А. Петров, В.А. Алексеев // Двигательное строительство. – 1981. – № 6.