



УДК 535. 537

© Б. Б. Авербух, М. П. Джаныбаев, 2012

**МЕХАНИЗМ ПРЕЛОМЛЕНИЯ НА ВЫХОДЕ ИЗ  
ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОГО ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО СЛОЯ И  
ИНТЕРФЕРЕНЦИОННАЯ ПРИРОДА ПРИНЦИПА ФЕРМА В  
СЛУЧАЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ КОГЕРЕНТНОГО СВЕТА**

*Авербух Б. Б.* – канд. физ.-мат. наук, доц. кафедры «Физика», тел.: (4212) 74-22-92, e-mail: aviwork@rambler.ru; *Джаныбаев М. П.* – студент 5-го курса специальности «Физика» e-mail: marat1989@yandex.ru (ТОГУ)

Показано, что в однородной среде за плоскопараллельным диэлектриком существует область пространства, в которой распространение поля подобно рефракции в неоднородной среде. В этой области, находящейся в пределах ближней зоны, направление волнового вектора прошедшего поля плавно меняется, стремясь при удалении от диэлектрика к направлению волнового вектора падающей на слой волны. Показано, что подобное поведение поля обусловлено интерференцией поля падающей волны и полей вторичных источников, возбуждаемых в диэлектрике полем падающей волны. Показано, что рефракция поля в однородной среде за диэлектриком соответствует принципу Ферма.

It is shown that in a homogeneous environment for the plane-parallel dielectric, there is a region of space where the field propagation is similar to refraction in an inhomogeneous medium. In this area, within the near zone, the direction of the wave vector of the transmitted field varies smoothly approaching the direction of the incident wave vector with increasing distance. It is shown that this behavior of the field is due to the interference of the incident wave fields and those of secondary sources excited in the dielectric by the incident wave. The refraction of the field in a homogeneous medium behind the dielectric is established to correspond to Fermat's principle.

*Ключевые слова:* интерференция, неоднородная среда, ближняя зона, рефракция поля, принцип Ферма.

Одним из методов анализа физических процессов является использование различных вариационных принципов. Каждый из этих принципов обычно утверждает, что из всех допустимых в данной физической ситуации процессов реализуются такие, при которых некоторый вполне определенный для данного процесса функционал принимает экстремальное значение. В настоящей работе исследуются механизм преломления когерентной электромагнитной волны на выходе из плоскопараллельного диэлектрического слоя и прин-



цип Ферма в оптике, утверждающий, что из всех мыслимых путей из одной точки в другую свет выбирает тот, которому соответствует экстремальное время распространения. Если обозначить через  $n$  показатель преломления среды, то математически принцип Ферма сводится к утверждению, что функ-

ционал  $\int_{(S)} n ds$ , имеющий смысл оптической длины пути и зависящий от вы-

бора траектории распространения света  $S$ , принимает экстремальное значение. Принцип Ферма может быть положен в основу геометрической оптики, поскольку из него следуют законы прямолинейного распространения, отражения и преломления света, а также обратимость световых лучей [1,2]. Основываясь на принципе Ферма можно исследовать траекторию распространения света при различных зависимостях показателя преломления вещества от пространственных координат. Например, в недавнем обзоре [3] это было сделано при анализе распространения света в цилиндрическом метаматериале.

Доказательство принципа Ферма, основанное на использовании уравнений Максвелла, приведено, например, в [1,4]. Сама по себе возможность получения этого принципа, исходя из уравнений Максвелла, позволяет говорить о том, что принцип Ферма, видимо, является следствием волновой природы света [5].

Но теория оптических явлений, построенная на уравнениях Максвелла, не раскрывает физический механизм явления и не объясняет, как и почему свет “выбирает” ту траекторию распространения, которой соответствует экстремальное время распространения. Ответ на эти вопросы может дать только анализ, основанный на молекулярных представлениях о строении вещества. Поэтому целью настоящей работы является анализ физического механизма преломления и “выбора” светом траектории распространения, или, иными словами, молекулярное обоснование принципа Ферма.

С точки зрения молекулярной оптики среда рассматривается как вакуум, в котором находятся атомы вещества. Под действием внешнего поля эти атомы становятся источниками вторичных когерентных электромагнитных волн. Интерференция этих волн и определяет структуру электромагнитного поля в среде. Вторичные волны, распространяющиеся назад, интерферируя, дают отраженную волну. Вторичные волны, распространяющиеся вперед, интерферируя между собой и с падающей волной, дают преломленную волну.

Расчет интерференционной картины – это суммирование вторичных полей, излучаемых атомами под действием падающего поля. Простейшей моделью излучающего атома является точечный электрический диполь с переменным дипольным моментом. Поэтому фактически надо суммировать поля, излученные различными диполями среды. В данной работе среда рассматривается как состоящая из плоскопараллельных монослоев точечных диполей (плоскость  $xu$ ), расположенных периодически на расстоянии  $a$  друг от друга (слоистая среда). Если поле рассеянного монослоем излучения известно, можно рассчитать поле рассеяния всей среды. Диполи одного монослоя расположены равномерно и неупорядоченно и не взаимодействуют между со-



бой. Так как внешнее поле распространяется вперед, рассматривается рассеяние последовательными монослоями диполей, причем учитывается то, что каждый дипольный монослой находится в поле излучения других монослоев.

В основе такой модели среды лежит расчет поля, рассеянного монослоем диполей. Поэтому определим сначала это поле. Рассмотрим монослой диполей с линейной поляризуемостью  $A = A' - iA''$  и с плотностью  $N$  диполей в монослое, расположенный в плоскости  $xy$ , пересекающей ось  $z$  в точке  $z_1$ . Пусть на монослой падает под углом  $\alpha$  поляризованное вдоль оси  $x$  монохроматическое поле  $\mathbf{E}_0 = \mathbf{e}_0 E_0 \exp(i\omega t - i\mathbf{k}_0 \mathbf{r})$  с частотой  $\omega$ , волновым вектором  $\mathbf{k}_0$  и вектором поляризации  $\mathbf{e}_0$ . Вектор  $\mathbf{k}_0$  лежит в плоскости  $yz$  и имеет две ненулевые составляющие, т.е.  $\mathbf{k}_0 = (0, k_{0y}, k_{0z})$ . Под действием этого поля диполи монослоя сами начинают излучать. Электрическое и магнитное поля, излученные всем дипольным монослоем вперед, определяются выражениями [6]

$$\mathbf{E}_{10}(x_2, y_2, z_2 > z_1) = -iPE_0 \mathbf{e}_0 \exp(i\omega t - ik_{0y}y_2 - ik_{0z}z_2), \quad (1)$$

$$\mathbf{H}_{10}(x_2, y_2, z_2 > z_1) = -iPE_0 (\cos \alpha \mathbf{e}_y - \sin \alpha \mathbf{e}_z) \exp(i\omega t - ik_{0y}y_2 - ik_{0z}z_2), \quad (2)$$

где  $P = 2\pi N A k^2 / k_{0z}$ ,  $k = \omega/c$ , а  $\mathbf{e}_y$  и  $\mathbf{e}_z$  - единичные векторы вдоль соответствующих осей.

При выводе выражений (1) и (2) суммирование по координатам диполей было заменено интегрированием по плоскости монослоя, т.е. дискретные излучающие центры (диполи) были заменены непрерывно распределенными источниками. Как показано в [1], в этом случае поле излучения реальной среды не отличается от соответствующего поля ее идеализированной модели уже на расстояниях от границы порядка среднего межатомного расстояния. Поэтому выводы настоящей работы будут заведомо справедливыми на расстояниях от границы раздела, много больших, чем средние межатомные.

Поле в точке нахождения диполя второго монослоя складывается из падающего поля  $\mathbf{E}_0(x_2, y_2, z_2)$  и поля  $\mathbf{E}_{10}(x_2, y_2, z_2)$  и равно  $(1 - iP)\mathbf{E}_0(x_2, y_2, z_2)$ . Индуцированный дипольный момент атома второго монослоя, равный  $A(1 - iP)\mathbf{E}_0(x_2, y_2, z_2)$ , в  $(1 - iP)$  раз отличается от индуцированного дипольного момента атома первого монослоя. Поле, рассеянное вперед вторым монослоем, в точке нахождения диполя третьего монослоя находится аналогично (1) и равно  $-iP(1 - iP)\mathbf{E}_0(x_3, y_3, z_3)$ . Поле в точке нахождения диполя третьего монослоя складывается уже из трех полей (падающего и рассеянных первым и вторым монослоями) и равно  $(1 - iP)^2 \mathbf{E}_0(x_3, y_3, z_3)$ . И так далее. Поле излучения вперед всех дипольных монослоев (т.е. всего диэлектрика в целом) в точке наблюдения  $(x, y, z_n + b)$ ,

находящейся на расстоянии  $b$  от слоя, равно  $(1-iP)^n \mathbf{E}_0(x, y, z_n + b)$ . При  $|P| \ll 1$  это можно представить в виде

$$\mathbf{e}_0 E_0 \exp[i\omega t - ik_{0y}y - ik_{0z}z_1 - ik_{2z}l - i(k_{0z} + \frac{P}{b})b], \quad (3)$$

где  $l = (n-1)a$  - толщина среды, а  $k_{2z} = k_{0z} + P/a$  - это  $z$  - компонента волнового вектора преломленной волны в диэлектрике. Аналогичные рассуждения показывают, что магнитное поле определяется выражением

$$E_0 \mathbf{e}'_1 \exp[i\omega t - ik_{0y}y - ik_{0z}z_1 - ik_{2z}a(n-1) - i(k_{0z} + \frac{P}{b})b], \quad (4)$$

где  $\mathbf{e}'_1$  - соответствующий вектор поляризации.

Выражения (3) и (4) показывают, что за диэлектрическим слоем распространяется поле (т.е. прошедшее через диэлектрик поле), у которого вещественная часть  $z$  - компоненты волнового вектора

$$k_{3z}' = k_{0z} + \frac{P'}{b}, \quad P' = \text{Re } P, \quad (5)$$

зависит от расстояния  $b$  между точкой наблюдения и диэлектриком. При  $b = a$  имеем  $k_{3z}' = k_{2z}$ . С ростом  $b$  величина  $k_{3z}'$  уменьшается, стремясь к значению  $k_{0z}$ . Пусть, например,  $n$ -ый монослой является последним (т.е. рассматривается среда конечной толщины). При измерениях в оптическом диапазоне точка наблюдения обычно находится в дальней зоне и  $b \gg \lambda \gg a$ . В этом случае  $k_{3z}' \approx k_{0z}$  и волновой вектор выходящей из диэлектрика волны практически параллелен волновому вектору падающей на него волны.

Непрерывное изменение компоненты  $k_{3z}'$  с расстоянием  $b$  при неизменном  $k_{3y} = k_{0y}$  означает плавный поворот вектора  $\mathbf{k}_3 = (0, k_{3y} = k_{0y}, k_{3z}')$  в пространстве за диэлектрическим слоем, что аналогично явлению рефракции в неоднородной среде (хотя здесь среда за слоем однородна)[7]. Учитывая, что  $k_{3z}'/k_{3y} = \text{ctg}\gamma$ , и представляя  $\text{ctg}\gamma$  как  $db/dy$ , зависимость (5) можно представить в виде  $db/dy = \text{ctg}\alpha(1 + P'/bk_{0z})$ . А отсюда следует следующая зависимость  $b$  от  $y$ :  $\xi - \ln(1 + \xi) = By$ , где  $\xi = bk_{0z}/P'$ , а  $B = k_{0z}\text{ctg}\alpha/P'$ . Графики зависимости  $b(y)$  при различных значениях параметра  $NA/a = \beta$  и угле падения  $\alpha$  приведены на рисунках 1, 2, 3.

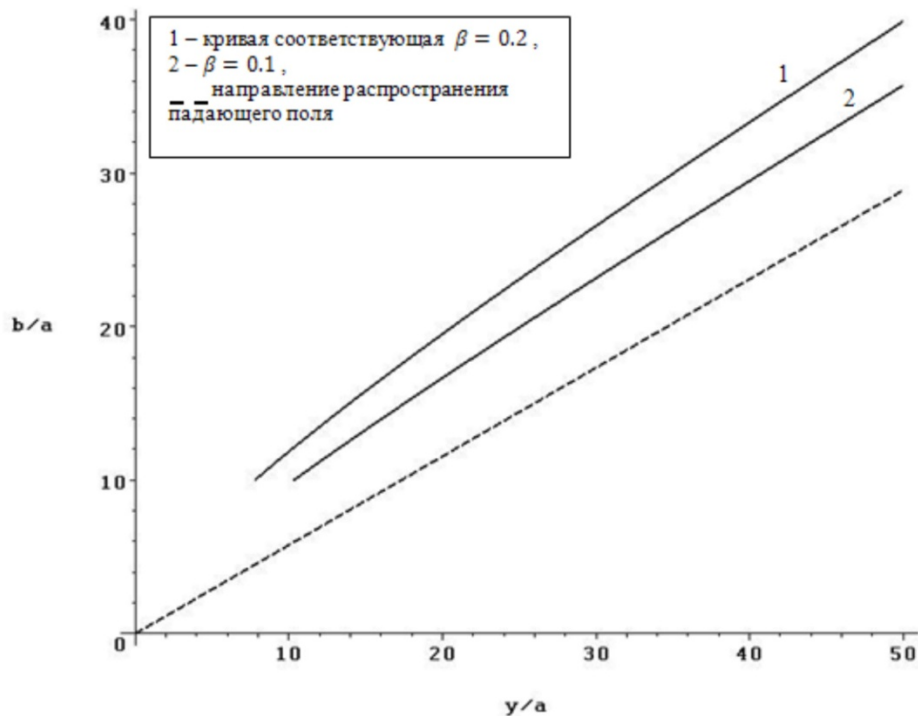


Рис.1. График зависимости  $b(y)$  при  $\alpha = 60^\circ$

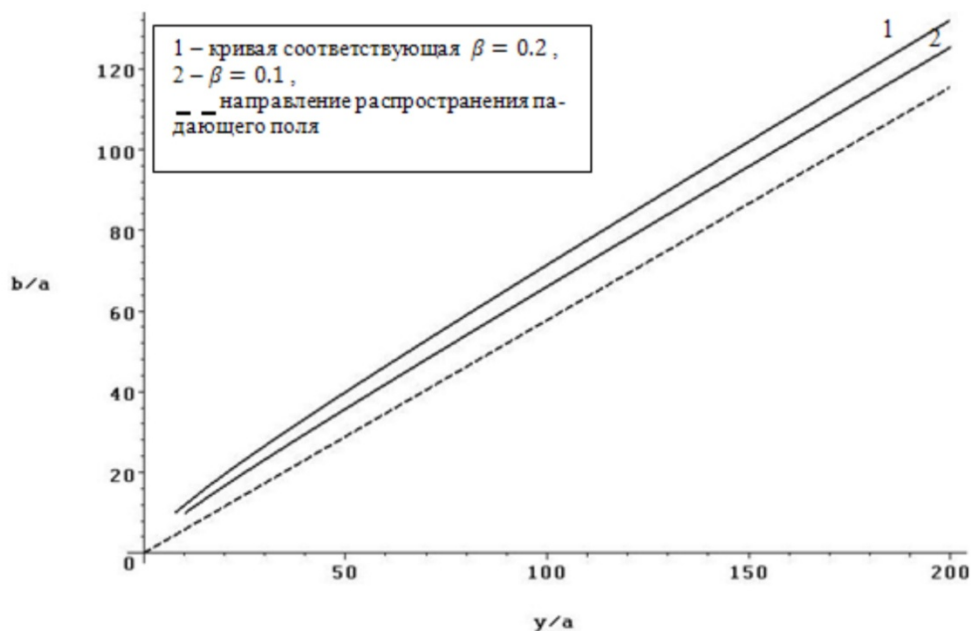


Рис.2. График зависимости  $b(y)$  при  $\alpha = 60^\circ$

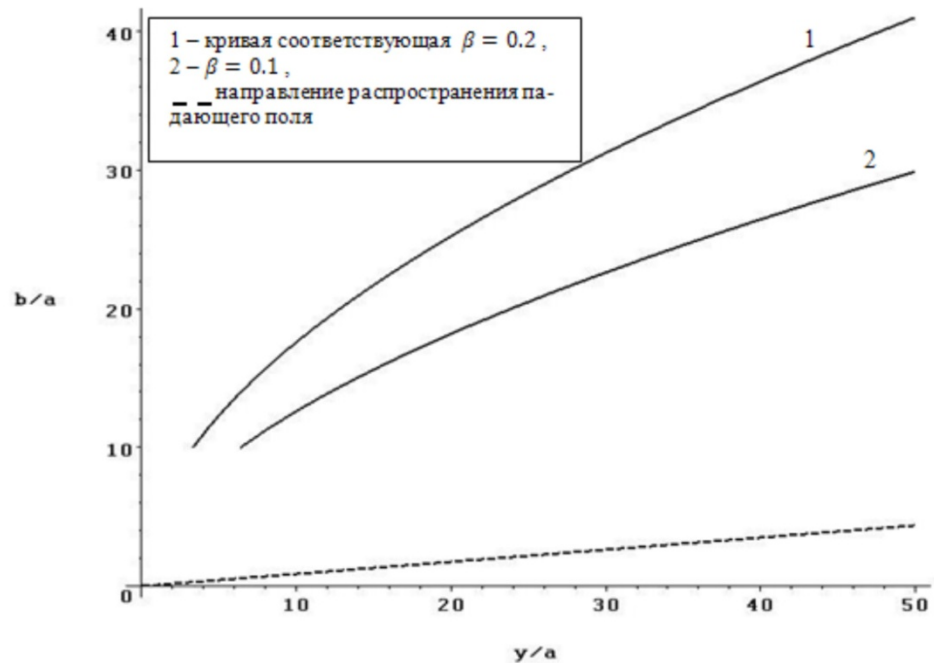


Рис.3. График зависимости  $b(y)$  при  $\alpha = 85^\circ$

Из рис. 1 можно сделать вывод о том, что с увеличением параметра  $\beta$ , возрастает кривизна траектории распространения света. На рис.2 отображена зависимость  $b(y)$  при тех же условиях, но в большем диапазоне изменения величины  $(b/a)$ . Видно, что кривые становятся практически параллельными направлению распространения падающего поля, при  $b$  много больших  $a$ .

Из графиков на рис.1 и рис.3 видно, что с увеличением угла падения возрастает область формирования прошедшей волны, так как при одних и тех же расстояниях от диэлектрика, кривые на рис. 3 еще существенно не параллельны направлению волнового вектора падающего поля.

Таким образом, хотя среда за диэлектриком сама по себе и однородна, присутствие диэлектрика делает пространство позади него неоднородным (различные пространственные слои находятся на разных расстояниях от границы диэлектрика и компонента  $k_{3z}'$  в них различна), что и приводит к рефракции прошедшего через диэлектрик поля. Объяснить это можно тем, что вторичные волны, излученные различными диполями последнего монослоя, приходят в точку наблюдения с разными фазами. Поэтому результирующая волна, излученная всеми диполями последнего  $n$ -го монослоя, отстает по фазе от падающей на этот монослой волны. При  $\lambda \gg a$  размер области, в которой формируется направление распространения прошедшей волны, по-



рядка длины волны. Сопоставляя уравнение  $\frac{db}{dy} = \operatorname{ctg} \alpha \left(1 + \frac{P'}{bk_{0z}}\right)$  с уравне-

нием  $\frac{db}{dy} = \frac{\sqrt{[n(b)]^2 - \sin^2 \alpha}}{\sin \alpha}$ , описывающим распространение волн в неод-

нородной среде с показателем преломления  $n(b)$  [4,5], находим, что этот по-  
казатель преломления равен

$$n(b) = \sin \alpha \sqrt{1 + \left(\frac{db}{dy}\right)^2} = \sin \alpha \sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha \left(1 + \frac{P'}{bk_{0z}}\right)^2}.$$

Видно, что  $n(b)$  уменьшается с увеличением расстояния  $b$ . Подобная ситуа-  
ция возникает, например, при рефракции радиоволн в ионосфере [4], где по-  
казатель преломления монотонно убывает с высотой и вследствие этого лучи  
отклоняются к горизонтали. В нашем случае это соответствует уменьшению  
величины  $k_{3z}'$  с увеличением  $b$  при постоянном  $k_{3y} = k_{0y}$ . Иными словами,  
поле, прошедшее через диэлектрический слой, распространяется дальше так,  
как будто за этим слоем находится некоторый переходной слой - неоднород-  
ная среда с показателем преломления  $n(b)$ , зависящим от расстояния до ди-  
электрика.

Выполнение условия  $\frac{n(b)}{\sqrt{1 + (db/dy)^2}} = \sin \alpha = \operatorname{const}$  означает, что инте-

грал  $\int n(b) \sqrt{1 + (db/dy)^2} dy$ , где интегрирование идет по кривой  $b(y)$ , при-  
нимает минимальное значение [5], что соответствует принципу Ферма. По-  
этому, учитывая, что излучение на выходе из диэлектрика (и зависимость (5))  
формируется в результате сложения падающего поля и полей, рассеянных  
диполями среды, можно сделать вывод о том, что принцип Ферма действи-  
тельно является следствием интерференции электромагнитных волн [5].

Надо отметить, что в настоящей работе рассматривается случай коге-  
рентного падающего поля. Излучение реальных источников в общем случае  
частично когерентное. Эту ситуацию, как и учет взаимодействия диполей в  
рамках одного монослоя, планируется рассмотреть в дальнейшем.

### Библиографические ссылки

1. Сивухин Д.В.. Общий курс физики. Оптика. М.:Наука,1980.
2. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1973.
3. Кильдишев А.В., Шалаев В.М. Трансформационная оптика и метамате-  
риалы // УФН, Т.181, №1, 2011.



4. *Неганов В. А., Осипов О. В., Раевский С. Б., Яровой Г. П.* Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Радио и связь, 2005.
5. *Зельдович Я.Б., Мышкис А.Д.* Элементы прикладной математики. М.: Наука, 1965.
6. *Авербух Б.Б., Авербух И.Б.* Нелинейное резонансное рассеяние света многоатомной системой // Изв. Вузов: Физика 52, 8, 2009.
7. *Авербух Б.Б., Авербух И.Б.* Рефракция электромагнитной волны в однородной среде после прохождения плоскопараллельного диэлектрического слоя // В сб. трудов международного оптического конгресса “Оптика – XXI век”, конф. “Фундаментальные проблемы оптики – 2010” Т. 1, Санкт – Петербург: ИТМО, 2010.