ВЕСТНИК ТОГУ. 2012. № 2(25)

УДК 603.226 : 603.31

ОПТИМИЗАЦИЯ РЕЖИМОВ ДВИЖЕНИЯ ВЕЗДЕХОДА ПО ПОВЕРХНОСТИ, ПОКРЫТОЙ КОЧКАМИ

Иванов Н. А. – канд. техн. наук, доц. каф. «Машины и оборудование лесного комплекса», тел.: (4212) 37–51–90, (ТОГУ); *Мясников Е. А* – канд. физ. - мат. наук, доц. каф. «Высшая математика» (ХГАЭП)

Представлен анализ режимов движения легкого трехколесного вездехода при его перемещении по поверхности, покрытой кочками, с целью выбора усилий, действующих на его раму и колеса, при проведении прочностных расчетов.

Analysis of the light three-wheeled cross-country vehicle moving along a tussock surface is presented in order to adequately choose forces operating on its frame and wheels at making durability calculations.

Ключевые слова: вероятность, колесо, режим движения, столкновение, кочка.

При расчете на прочность легкого трехколесного вездехода необходимо выбрать такой режим движения, который формирует в расчетном элементе наибольшие нагрузки. Как показывает анализ, применительно к расчету его ходовой части (рамы и колес) таким режимом является движение вездехода по местности, покрытой кочками. Силы сопротивления движению вездехода формируются в точках контакта его колес, как передних, так и задних, с опорной поверхностью и с расположенными на ней препятствиями. Движущая же сила действует только на задних ведущих колесах и передается на переднее колесо через раму. Поэтому нагрузки, действующие на колеса вездехода и на его раму, будут определяться не только режимом движения каждого из колес, но и их сочетанием с другими.

В работах [1, 2, 3] представлены результаты статистических исследований таких параметров кочек, как их высота, длина, плотность расположения на местности и расстояние между кочками. С практической точки зрения знание характеристик распределения этих величин позволяет рассчитать вероятность столкновения с кочками для вездеходов с различными параметрами движителей. Зная численные характеристики кочек, а также вероятности столкновения трехколесного вездехода с кочками одним, двумя или тремя колесами одновременно, можно более точно определять усилия, действующие на ходовую часть при проведении прочностных расчетов рамы и колес.

При решении задачи оценим вначале вероятность столкновения вездехода с кочкой отдельным колесом при его прямолинейном движении без маневрирования.

Схема взаимодействия колеса с кочкой представлена на рис. 1. Пусть r – радиус колеса (для целей задачи можно принять статический радиус примерно равным динамическому), h – высота кочки. Тогда при столкновении нижняя точка колеса находится на расстоянии от нижнего края кочки, где ;

Если l – расстояние между последней кочкой, преодолённой вездеходом, и следующей кочкой в направлении движения, то вероятность свободного перемещения можно оценить как

(1)

Если учесть, что движение по последней кочке также можно считать свободным (т. к. работа по её преодолению уже совершена), то вероятность повысится до величины

, (2)

где d – длина последней кочки.

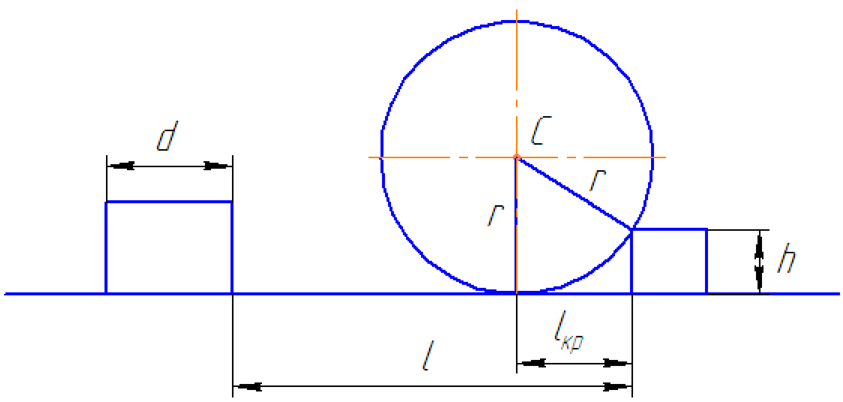


Рис. 1. Схема к расчету вероятности свободного перемещения колеса вездехода

Величины длины и высоты кочек d и h распределены случайно по известным законам [1].

Величину l определим, исходя из плотности распределения кочек. Непосредственно среднее расстояние между кочками здесь не подходит, поскольку ближайшая кочка не обязательно находится на пути движения вездехода.

Пусть $\rho -$ плотность размещения кочек, тогда одна отдельная кочка находится в среднем на площади . В направлении движения такая площадь – это прямоугольный участок со сторонами t и l, где $t -$ ширина колеса вездехода, а l и есть среднее расстояние между кочками в направлении движения в отличие от среднего расстояния между кочками в произвольном направлении.

Таким образом, ,

откуда $$l = \frac{1}{\rho t}.$$
(3)

Подставив эту величину в формулу (2) для вероятности P, можно получить

, (4)

где .

Для предварительной оценки можно воспользоваться средними значениями параметров кочек, полученных экспериментально [1], и характеристи-

$\rho = 1{,}5$

ками исследуемого вездехода ($h = 0{,}358$ м; $d = 0{,}336$ м; $r = 0{,}65$ м, а также шириной колеса $t = 0{,}45$ м) .

Подставив, находим

тогда $$P = 1 - \frac{0{,}58}{1{,}409 + 0{,}336} = 0{,}668\,,$$

здесь – расстояние между кочками.

Для переднего колеса пренебрежем тем, что кочки, центры которых расположены вне участка, могут частично оказаться на нём и помешать движению.

Таким образом, предварительная оценка вероятности того, что в данный момент отдельно взятое колесо перемещается свободно, составляет 0,668 .

Уточнение результатов заключается в замене средних величин их случайными значениями и интегрировании по области возможных по общему правилу.

Если $P = f(l)$ и l распределено на $(a;b)$ по закону $g(l)$, то среднее значение составляет

. (5)

Наиболее существенным представляется учёт закона распределения расстояния между кочками, поскольку эта величина равномерно изменяется в широком интервале.

Известно [2], что расстояние r между двумя ближайшими кочками равномерно распределено в интервале (0,25–0,90) м с плотностью $f(r) = 1{,}2$ и нормально распределено при $r > 90$ м с параметрами $a = 0{,}593$ м и $\delta = 0{,}283$ м.

При этом нижняя граница распределения определяется нечётко и может быть найдена теоретически, исходя из свойства

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(r)dr = 1 . \qquad (6)$$

Поэтому из условия

$$\int_{l_{\text{н}}}^{0{,}9} 1{,}2\,dr + \int_{0{,}9}^{+\infty} \frac{1}{0{,}283}\varphi\left(\frac{r-0{,}593}{0{,}283}\right)dr = 1 \qquad (7)$$

определяем, что второй интеграл равен и тогда $1{,}2(0{,}9 - l_{\text{н}}) = 1 - 0{,}14$, откуда $l_{\text{н}} = 0{,}18$ м.

Здесь φ и Φ соответственно локальная и интегральная функция Лапласа.

Итак, нижняя граница расстояния между кочками принимается за 0,18 м.

Теперь учтём, что расстояние l между кочками в направлении движения пропорционально расстоянию r между ближайшими кочками без учёта направления в том смысле, что увеличение параметров распределения одного из расстояний приводит к такому же увеличению параметров распределения другого.

Среднему значению соответствует среднее значение Поэтому коэффициент увеличения расстояний

.

Тогда расстояние между кочками в направлении движения равномерно распределено в интервале $(0{,}18\,\text{к} + 0{,}90\,\text{к})$, т.е. (0,428 ÷ 2,138) с функцией плотности $f(l) = \frac{1{,}2}{2{,}376} = 0{,}505;$ и нормально распределено при $l > 2{,}138$ м с параметрами $a = \text{к} \cdot 0{,}593 = 1{,}409$ м и $\delta = \text{к} \cdot 0{,}283 = 0{,}672$ м.

Тогда, обращаясь к формуле (4) , получаем

. (8)

Последний интеграл не берётся в элементарных функциях. Для приближённого вычисления численными методами заменяем $+\infty$ на величину $a + 3 \cdot \delta = 4{,}138$ $\cdot$.

Подставив в упрощённом варианте среднее значения и $d = 0{,}336$ м, находим четыре интеграла:

1. $\int_{0{,}428}^{2{,}138} 0{,}505\, dl = 0{,}505(2{,}138 - 0{,}428) = 0{,}864$;

2.;

$= 0{,}5 - 0{,}36 = 0{,}14;$

$= \frac{0{,}58}{0{,}672}$ 2. $\int_{0{,}428}^{4{,}138} \varphi\left(\frac{l - 1.409}{0.672}\right)\frac{dl}{l + 0.336} = 0{,}029$

Подставив полученные значения в формулу (6) , получаем

.

Результат уменьшается из-за учёта возможных малых расстояний между кочками.

Другим возможным способом уточнения будет пересчёт среднего расстояния между кочками, поскольку значение $a = 0{,}593$ м соответствует области нормального распределения.

Общее среднее значение можно найти как

1. $\int_{0{,}18}^{0{,}9} l \cdot 1{,}2dl = 0{,}6l^2 \int_{0{,}18}^{0{,}9} dl = 0{,}6(0{,}81 - 0{,}0324) = 0{,}467;$

2. $\int_{0{,}9}^{+\infty} \frac{1}{0{,}283} l\varphi\left(\frac{l - 0{,}593}{0{,}283}\right)dl = 0{,}114$;

.

Это значение также уменьшит вероятность, поскольку среднее расстояние между кочками уменьшится до $0{,}581$ к $= 0{,}581 \cdot 2{,}376 = 1{,}380$ м вместо $1{,}409$ м.

Покажем, что столкновения колёс с кочками практически независимы, т.е. столкновение переднего колеса с кочкой не меняет вероятности столкновения заднего и наоборот.

Центры кочек распределяются по закону Пуассона с параметром ρ и функцией плотности вероятности $f(r) = \rho e^{-\rho r}$. Появление центра кочки в каком–либо месте не меняет вероятности появления центра другой кочки в любом другом заранее указанном месте, в том числе перед другим колесом.

Исключение из правила связано с ненулевыми размерами самих кочек, а не их центров. Очевидно, что расстояние между центрами не может быть меньше минимальной длины кочки. Поскольку расстояние между колесами (1500 мм между задними и 2410 мм между передним и задними) превышает величину минимальной длины кочки (111,3 мм) на порядок, то события независимы.

В заключение оценим вероятность одновременного столкновения с кочками, применив формулу произведения вероятности $P(AB) = P(A)P(B)$ для независимых событий A и B.

Пусть $P(A) -$ вероятность свободного движения колеса. Считаем, что для каждого отдельного колеса $P(A) = 0{,}67$.

Обозначим события: *A* свободное движение переднего колеса; *B* – свободное движение левого заднего колеса; *C* – свободное движение правого заднего колеса.

Соответственно $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}$ столкновение этих же колёс с кочками.

Таким образом, $P(A) = P(B) = P(C) = 0{,}67$

$P(\bar{A}) = P(\bar{B}) = P(\bar{C}) = 1 - 0{,}67 = 0{,}33$

Тогда:

а) вероятность того, что весь вездеход может в данный момент двигаться свободно без наезда на кочки:

б) вероятность столкновения только одного из колёс с кочкой:

$P(\bar{A}BC) = 0{,}33 \cdot 0{,}67 \cdot 0{,}67 = 0{,}148 -$ для переднего колеса, аналогично $P(A\bar{B}C) = 0{,}67 \cdot 0{,}33 \cdot 0{,}67 = 0{,}148$ и

$P(AB\bar{C}) = 0{,}67 \cdot 0{,}67 \cdot 0{,}33 = 0{,}148$ для каждого из двух задних колес.

Общая вероятность наезда вездехода на кочку одним из колес

$$0{,}148 + 0{,}148 + 0{,}148 = 0{,}44\ 4;$$

в) вероятность столкновения с кочками одновременно двух колёс при свободном третьем:

$$P(\bar{A}\bar{B}C) = P(A\bar{B}\bar{C}) = P(\bar{A}B\bar{C}) = 0{,}33 \cdot 0{,}33 \cdot 0{,}67 = 0{,}073.$$

Общая вероятность наезда вездехода на кочки одновременно двумя колесами

$0{,}073 + 0{,}073 + 0{,}073 = 0{,}219;$

г) вероятность одновременного столкновения всех колес с кочками:

$$P(\bar{A}\bar{B}\bar{C}) = 0{,}33^3 = 0{,}036.$$

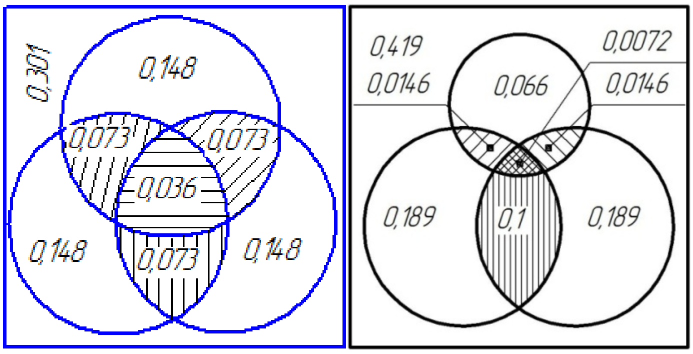
Таким образом, около 30 % пути вездехода по местности, покрытой кочками, занимает свободное движение без столкновений, около 44% пути – преодоление кочек одним из колес, около 22% пути – столкновение с кочками одновременно двух колес и лишь 3,6 % – одновременное столкновение с кочками всех трех колес.

Представляет интерес сравнение вероятности свободного движения вездехода без наезда на кочки для трехколесного и для четырехколесного вездехода. Как отмечено выше, такая вероятность для трехколесного вездехода составляет 0,301. Для четырехколесного она будет

$$P(ABCD) = 0{,}67 \cdot 0{,}67 \cdot 0{,}67 \cdot 0{,}67 = 0{,}201.$$

Как видно, вероятность свободного движения для четырехколесного вездехода значительно ниже, чем для трехколесного, поэтому его конструкция будет подвергаться большим напряжениям и нагрузкам при движении по поверхности, покрытой кочками. Данное обстоятельство свидетельствует о предпочтительности использования в данных условиях трехколесных вездеходов.

Графически возможные режимы движения вездехода можно изобразить в виде диаграммы (рис. 2), где площадь всего квадрата равна единице, сторона также равна единице. Свободное место вне кругов равно 0,301 или 30,1% площади квадрата и соответствует движению вездехода, когда его колеса не взаимодействуют с препятствиями. Каждый круг в квадрате соответствует столкновению одного из колес с кочкой, площадь каждого круга 0,33, общая площадь, занятая взаимно пересекающимися кругами, равна 0,699. Диаметр кругов составляет 0,65 по отношению к стороне квадрата.



а б

Рис. 2. Диаграммы возможных режимов движения вездехода по поверхности, покрытой кочкам: а – при прямолинейном движении без маневрирования; б – при объезде передним колесом 80 % кочек

Свободные не совмещенные с другими кругами площади кругов означают столкновение только соответствующего колеса с кочкой. Совместные части – это столкновение двух колес при свободном третьем, а общая часть в центре круга – столкновение всех трех колес, ее площадь 3,6 % от площади квадрата.

Истинному движению вездехода больше соответствует ситуация, когда водитель заранее оценивает условия движения и стремится сделать маневр передним колесом с целью объехать кочку, т.е. переднее колесо движется не прямолинейно, а постоянно маневрирует. Это обстоятельство должно привести к изменению режимов движения вездехода по времени.

Для исследования влияния маневрирования на режимы движения вездехода добавим в расчеты параметр $\propto$ – вероятность объезда кочки передним колесом за счет предупреждающего отклонения от направления движения. По смыслу $\propto$ изменяется от нуля до единицы, при $\propto$, близких к единице, потребуются значительные усилия по управлению вездеходом. При $\propto$, близких к нулю, получим вышеприведенные расчеты.

Тогда вероятность столкновения переднего колеса с кочкой

$$P(\bar{A}) = 0{,}33(1-\propto), \tag{9}$$

а вероятность свободного движения

$$P(A) = 1 - 0{,}33(1-\propto) = 0{,}67 + 0{,}33\propto. \tag{10}$$

Получаем новые вероятности столкновения колес с кочками

$$P(ABC) = (0{,}67 + 0{,}33\propto)0{,}67^2 = 0{,}30 + 0{,}148\propto,$$

$$P(\bar{A}BC) = 0{,}33(1-\propto)0{,}67^2 = 0{,}148(1-\propto),$$

$$P(A\bar{B}C) = P(AB\bar{C}) = (0{,}67 + 0{,}33\propto) \cdot 0{,}67 \cdot 0{,}33 = 0{,}148 + 0{,}073\propto.$$

Общая вероятность столкновения одного из колес с кочкой

$$P(\bar{A}BC + A\bar{B}C + AB\bar{C}) = 0{,}148 - 0{,}148\propto + 2(0{,}148 + 0{,}073\propto) =$$
$$= 0{,}444,$$

с учетом округлений при прежних вычислениях величина не изменится.

Одновременное столкновение с кочками двумя колесами

$$P(\bar{A}\bar{B}C) = P(\bar{A}B\bar{C}) = 0{,}33(1-\propto) \cdot 0{,}33 \cdot 0{,}67 = 0{,}073(1-\propto),$$

$$P(A\bar{B}\bar{C}) = (0{,}67 + 0{,}33\propto) \cdot 0{,}33 \cdot 0{,}33 = 0{,}073 + 0{,}036\propto.$$

Общая вероятность

$$P(\bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C}) = 2 \cdot 0{,}073(1-\propto) + (0{,}073 + 0{,}036\propto) =$$
$$= 0{,}219 - 0{,}11\propto.$$

Вероятность одновременного наезда на кочки всех трех колес вездехода

$$P(\bar{A}\bar{B}\bar{C}) = 0{,}33(1-\propto) \cdot 0{,}33 \cdot 0{,}33 = 0{,}036(1-\propto).$$

Например, при $\propto = 0{,}5$ (в половине случаев переднее колесо объезжает кочки) получим вероятности 0,374; 0,444; 0,163 и 0,018.

При $\propto = 0{,}8$ (переднее колесо объезжает 80% кочек) получим 0,419; 0,444; 0,130; 0,007 и т. д.

Видно, что вероятность свободного проезда увеличилась на $0{,}148\propto$, вероятность столкновения всех колес уменьшилась в $(1-\propto)$ раз, вероятность столкновения с кочками одновременно двух колес уменьшилась на $0{,}112\propto$.

При проведении прочностных расчетов рамы и колес вездехода следует выбрать режимы его движения, при которых нагрузки на эти агрегаты будут максимальны.

В табл. 1 представлена относительная нагруженность рамы и колес вездехода при различных режимах его движения по поверхности, покрытой кочками.

Таблица 1

Нагруженность рамы и колес вездехода при различных режимах движения

Режим движения вездехода	Вероятность нахождения в заданном режиме		Относительная оценка нагруженности		
	Без маневрирования	При объезде 80 % кочек	Рама	Переднее колесо	Заднее колесо
1.Движение без взаимодействия с кочками	0,301	0,419	Низкая	Низкая	Низкая
. Наезд передним колесом на кочку	0,148	0,066	Максимальная	Максимальная	Высокая

Продолжение таблицы

. Наезд задним колесом на кочку	0,296	0,378	Низкая	Низкая	Высокая
. Наезд передним и одним из задних колес на кочки	0,146	0,029	Максимальная	Максимальная	Максимальная
. Наезд двумя задними колесами на кочки	0,073	0,08	Низкая	Низкая	Высокая
6. Наезд одновременно тремя колесами	0,036	0,007	Максимальная	Максимальная	Сверхмаксимальная

Нагрузка на переднее колесо и раму вездехода формируется под действием сил сопротивления движению, действующих на переднее колесо. Эти силы будут максимальны при преодолении передним колесом препятствия в виде кочки, поэтому данный режим движения можно принять в качестве расчетного при проведении прочностного расчета переднего колеса и рамы вездехода.

Наиболее высокие нагрузки на задние колеса вездехода будут действовать при наезде на кочки одновременно всеми тремя колесами. Но вероятность движения вездехода в таком режиме ничтожна, для исследуемого вездехода она составляет лишь 3,6 %, а при высокой маневренности 0,7 %. Поэтому этот режим не следует принимать в качестве расчетного для ведущего заднего колеса.

Второй по нагруженности режим для ведущего колеса, как следует из таблицы, – это наезд на кочки одновременно передним и одним из задних колес. Следует отметить, что на переднее колесо и на раму в этом случае действуют такие же максимальные усилия, как и при наезде только передним колесом на кочку. На ведущих колесах общее усилие будет складываться из трех составляющих: сопротивления при наезде переднего колеса на кочку, сопротивления при наезде заднего колеса на кочку и сопротивления при перемещении второго заднего колеса по горизонтальной поверхности. Это общее усилие делится между правым и левым ведущими колесами поровну, так как в ведущем мосту установлен симметричный конический дифференциал. Очевидно, что данный режим следует принять в качестве расчетного при проведении прочностного расчета заднего колеса.

Таким образом, проведенный анализ позволяет обоснованно выбрать расчетные режимы при прочностном расчете элементов ходовой части вездехода.

Библиографические ссылки

1. *Иванов, Н.А.* Вероятностные модели кочек как препятствий для движения вездехода [Текст] / Н.А.Иванов // Вестник КрасГАУ. – 2005. - № 9. - С. 205–209.

2. *Иванов, Н.А.* Математическое моделирование параметров кочек как препятствий для движения вездехода [Текст] / Н.А.Иванов, Е.А.Мясников, А.П. Гусев // Вестник КрасГАУ. – 2006. - № 14.– С. 109–113.

3. *Иванов, Н.А.* Моделирование параметров кочек как препятствий для движения вездехода [Текст] / Н.А.Иванов, Е.А.Мясников // Известия СПб ГЛТА. – 2007. - № 179. – С. 82–92.