



УДК 537.862

© А. Л. Хвалин, 2010

**ДИСПЕРСИОННЫЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ СЛОИСТЫХ
ФЕРРИТОСОДЕРЖАЩИХ СТРУКТУР В ПРЯМОУГОЛЬНОМ
ВОЛНОВОДЕ**

Хвалин А. Л. – канд. техн. наук, доц. кафедры «Общая физика», тел.: (845-2)78-44-55,
e-mail: Khvalin63@mail.ru (СГУ)

Отрезки прямоугольного волновода с ферритовой плёнкой используются в различных устройствах СВЧ-диапазона, управляемых при помощи внешнего постоянного магнитного поля. В статье представлен электродинамический подход при получении дисперсионного уравнения для такой структуры с учётом доменной структуры феррита. В общем виде решена задача анализа прямоугольного волновода, содержащего ферритовую плёнку с доменной структурой. Получены дисперсионные соотношения в виде системы линейных алгебраических уравнений для продольно-магнитных волн в частичной области в двухслойном прямоугольном волноводе, содержащей тонкий ферритовый слой с одним доменом с тензором намагниченности $\vec{\mu}_z$ (или $\vec{\mu}_{-z}$ для соседнего домена).

Pieces of a rectangular waveguide with a ferrite film are used in various devices of a microwave range operated by means of an external constant magnetic field. The article deals with the electrodynamic approach in deriving dispersion equation for such a structure with consideration for the domain ferrite morphology. The problem of a rectangular waveguide with a ferrite film of domain morphology has been solved in a general form. Dispersion relations are derived as a set of linear algebraic equations for longitudinal magnetic waves in the region of a two-layered waveguide which contains a thin ferrite layer with one domain with the magnetization tensor $\vec{\mu}_z$ (or $\vec{\mu}_{-z}$ for the neighboring domain).

Ключевые слова: дисперсионное соотношение, магнитная проницаемость, доменная структура феррита, прямоугольный волновод с ферритом.

В статье представлен электродинамический подход к решению задачи получения дисперсионного уравнения для прямоугольного волновода с частичным заполнением диэлектриком с ферритовой плёнкой с учётом домен-

ной структуры. Исследуемые структуры широко используются для разработки устройств СВЧ-диапазона, управляемых при помощи внешнего магнитного поля. Для решения задачи анализа используем метод частичных областей [2].

Электродинамическая структура (рис. 1 и 2) представляет собой отрезок двухслойного прямоугольного волновода длиной Δ с расположенной поверх слоя диэлектрика ферритовой пленкой толщиной d .

Рассмотрим случай, когда по ширине пленки располагается четыре домена с противоположно направленными векторами намагниченности M_1 и M_2 , параллельными оси Z (рис. 1).

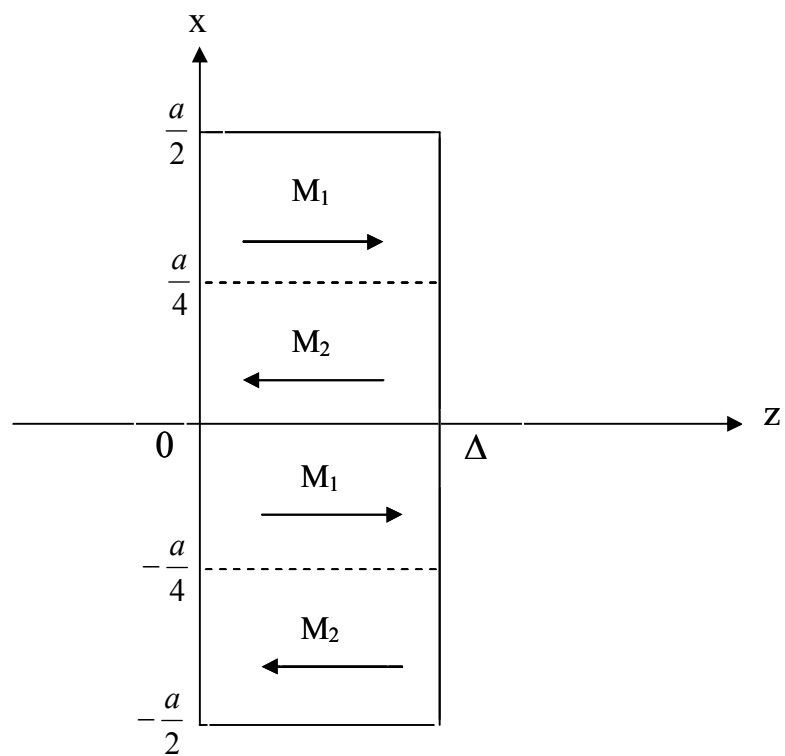


Рис. 1. Ферритовая плёнка с доменной структурой в прямоугольном волноводе



Исследуемый волновод может быть разбит плоскостями $x = -\frac{a}{2}$, $x = -\frac{a}{4}$, $x = 0$, $x = \frac{a}{4}$, $x = \frac{a}{2}$ на частичные области, характеризующиеся направлениями намагниченности доменов M_1 и M_2 и тензорами магнитной восприимчивости для анизотропного ферромагнетика, намагниченного по оси Z в противоположных направлениях $\vec{\mu}_z$ и $\vec{\mu}_{-z}$ (рис. 1).

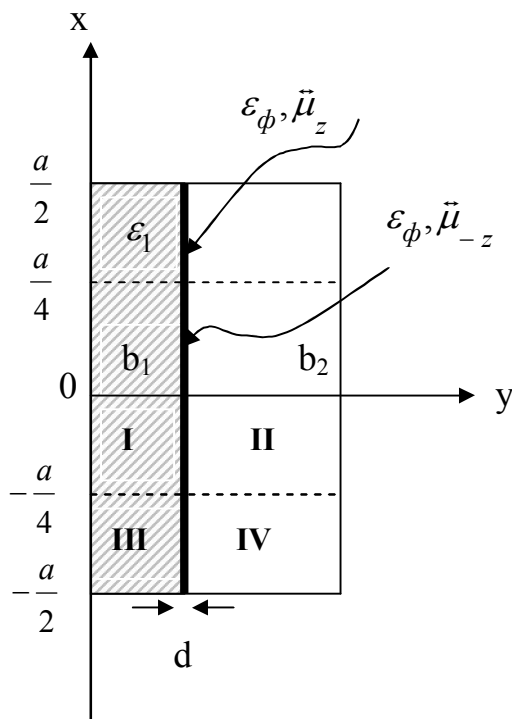


Рис. 2. Поперечное сечение прямоугольного волновода с ферритовой плёнкой

Тензор намагниченности для феррита [2], намагниченного вдоль оси Z , имеет вид

$$\vec{\mu}_z = \begin{vmatrix} \mu & -i\mu_a & 0 \\ i\mu_a & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{11} \end{vmatrix}.$$

Рассмотрим случай распространения в электродинамической системе двухслойного прямоугольного волновода с включением ферритовой пленки с доменной структурой квази-Н-волн.

Используем приближенные граничные условия для электромагнитного поля в ферритовой пленке, полученные в [2]. Система двухсторонних граничных условий на ферритовой пленке на границе областей I, II:

$$E_x^I - E_x^{II} + \frac{\mu_o \gamma d}{2\mu} (E_x^I + E_x^{II}) - \frac{i\omega\mu_o \mu_{\perp} d}{2} (H_z^I + H_z^{II}) = 0, \quad (1)$$

$$H_z^I - H_z^{II} - \frac{\mu_o \gamma d}{2\mu} (H_z^I + H_z^{II}) + \frac{K_{\phi}^2 d}{2i\omega\mu_o \mu} (E_x^I + E_x^{II}) = 0,$$

где $\mu_{\perp} = \mu - \frac{\mu_o^2}{\mu}$; $K_{\phi}^2 = K_{\phi}^2 \varepsilon_{\phi} \mu - \gamma^2$.

Компоненты полей можно определить с использованием матриц входных адмиттансов по областям I, II (Y_{ij})

$$H_z^{I,II} = Y_{22}^{I,II} E_x^{I,II},$$

$$Y^I = -\frac{r_o}{i\omega\mu_o} \operatorname{ctg}[r_o (b_1 - d)],$$

$$Y^{II} = \frac{r_o}{i\omega\mu_o} \operatorname{ctg}[r_o b_2]; r_o = K_o^2 - \gamma^2.$$

Подставим выражения компонентов полей через элементы матрицы входных импедансов в двухсторонние граничные условия (1). В результате получим дисперсионное уравнение для определения постоянных распространения квази-Н-волн в двухслойном прямоугольном волноводе с ферритовым включением толщиной d



$$\begin{aligned} & \operatorname{tg}\left[r_o(b_1 - d)\right] + \operatorname{tg}\left[r_o b_2\right] + \frac{\mu_a \gamma d}{\mu} \left\{ \operatorname{tg}\left[r_o(b_1 - d)\right] - \operatorname{tg}\left[r_o y_2\right] \right\} + \\ & + r_o d \left\{ \mu_{\perp} - \frac{K^2}{r_o \mu} \operatorname{tg}\left[r_o(b_1 - d)\right] \operatorname{tg}\left[r_o b_2\right] \right\} = 0. \end{aligned}$$

Дисперсионное уравнение того же вида с заменой компонент тензоров магнитной проницаемости $\vec{\mu}_z$ на $\vec{\mu}_{-z}$ можно получить для частичных областей III, IV.

В результате решения соответствующих дисперсионных уравнений с учетом граничных условий на границах областей получим постоянные распространения γ_z и γ_{-z} квази-Н-волн для объединенных частичных областей I, II и III, IV, включающих домены с различными направлениями намагниченности.

Следующим этапом в решении задачи анализа двухслойного прямоугольного волновода с доменной структурой ферритового включения должно стать определение соответствующих добавок для компонент электрических и магнитных полей.

Поперечное сечение двухслойного прямоугольного волновода показано на рис. 2. Волновод заполнен двумя изотропными средами с параметрами $\varepsilon_1, \mu_1, \varepsilon_2, \mu_2$. Используем метод частичных областей. Практический интерес представляет случай распространения в исследуемой системе *LM*-волн (продольно-магнитных волн). Это связано с тем, что при включении в данную систему тонкого ферритового слоя с доменной структурой, ориентированной параллельно оси *Z*, наибольшее влияние будет оказываться на продольные компоненты магнитного поля.

В объединенных частичных областях I, II и III, IV введем векторную функцию поперечного электрического потенциала $\bar{A} = \bar{y}_o A_y$

$$\vec{H} = \nabla \times \bar{A}, \quad \text{где } \nabla - \text{оператор Гамильтона.}$$

Компоненты полей могут быть выражены через A_y из уравнений Максвелла [2].

Потенциал A_y должен удовлетворять уравнению Гельмгольца

$$\nabla_y^2 A_y + K^2 \epsilon \mu A_y = 0. \quad (2)$$

Для прямоугольных областей решение (2) может быть получено методом разделения переменных с учетом граничных условий при

$x = 0, x = \frac{a}{4}, x = \frac{a}{2}$. Итак, для волн, распространяющихся вдоль оси Z ,

получим выражение для поперечных электрических потенциалов

$$A_y^{\kappa} = \sin \frac{m\pi x}{a} \left(C_1^{\kappa} \cos r_m^{\kappa} y + C_2^{\kappa} \sin r_m^{\kappa} y \right) e^{-i\gamma z}, \quad \kappa = 1, 2,$$

$$r_m^{\kappa} = \sqrt{\kappa^2 \epsilon_{\kappa} \mu_{\kappa} - \gamma^2 - \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2}, \quad C_1^{\kappa}, C_2^{\kappa} - \text{неизвестные постоянные.}$$

Учтем граничные условия при $y = 0$ и $y = b_2$. Получим новые представления для A_y^{κ}

$$A_y^1 = C^1 \cos \left[r_m^1 y \right] \sin \frac{m\pi x}{a} e^{-i\gamma z},$$

$$A_y^2 = C^2 \cos \left[\eta_m^2 (b_2 - y) \right] \sin \frac{m\pi x}{a} e^{-i\gamma z},$$

где C^{κ} – новые неизвестные постоянные.

X - и Z - компоненты полей могут быть определены из выражений (1).

Применим граничные условия (1) на участке ферритовой пленки с одним доменом (объединенная частичная область I, II). После ряда преобразований придем к системе однородных линейных уравнений относительно C^1 и C^2

$$C^1 B_{11} + C^2 B_{12} = 0,$$

$$C^1 B_{21} + C^2 B_{22} = 0,$$

где



$$\begin{aligned}
 B_{11} = & \frac{\mu_{32} d \gamma}{2 \mu_{22} \omega \varepsilon_{\phi} \varepsilon_o} \cdot \frac{m \pi}{a} \cos \frac{m \pi x}{a} r_m^1 \sin(r_m^1 y) - \gamma^2 \frac{m \pi}{a} \cos(r_m^1 y) \times \\
 & \times \cos \frac{m \pi x}{a} - \left(\frac{m \pi}{a} \right)^3 \cos \frac{m \pi x}{a} \cos(r_m^1 y) - \frac{i}{\omega \varepsilon_{\phi} \varepsilon_o} \sin \frac{m \pi x}{a} \cos(r_m^1 y) - \\
 & - i \frac{d \omega \varepsilon_o \mu_o \varepsilon_{\phi} \mu_{\perp}^{33}}{2} \cos(r_m^1 y) \frac{m \pi}{a} \cos \frac{m \pi x}{a} - i \frac{d}{2 \omega \varepsilon_{\phi} \varepsilon_o} \cos(r_m^1 y) \sin \frac{m \pi x}{a} \times \\
 & \times \omega^2 \varepsilon_o \mu_o \varepsilon_{\phi} \mu_{\perp}^{31};
 \end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned}
 B_{12} = & \frac{\mu_{32} d \gamma}{2 \mu_{22} \omega \varepsilon_{\phi} \varepsilon_o} \cdot \frac{m \pi}{a} \cos \frac{m \pi x}{a} r_m^2 \sin[r_m^2(b_2 - y)] - \gamma^2 \frac{m \pi}{a} \cos[r_m^2(b_2 - y)] \times \\
 & \times \cos \frac{m \pi x}{a} + \frac{i}{\omega \varepsilon_{\phi} \varepsilon_o} \sin \frac{m \pi x}{a} \cos[\eta_m^2(b_2 - y)] - i \frac{d}{2 \omega \varepsilon_{\phi} \varepsilon_o} \cos[\eta_m^2(b_2 - y)] \frac{m \pi}{a} \cos \frac{m \pi x}{a} - \\
 & - \left(\frac{m \pi}{a} \right)^3 \cos \frac{m \pi x}{a} \cos[r_m^2(b_2 - y)] - i \frac{d \omega \mu_{\perp}^{31}}{2} \cos[r_m^2(b_2 - y)] \sin \frac{m \pi x}{a};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B_{21} = & \frac{m \pi}{a} \left[\cos(r_m^1 y) \cos \frac{m \pi x}{a} - \frac{K_{\phi}^2 d r_m^1}{2 \omega^2 \varepsilon_o \varepsilon_{\phi} \mu_o \mu_{22}} \sin(r_m^1 y) \cos \frac{m \pi x}{a} \right] + \\
 & + \frac{\gamma^2 d \mu_{21}}{2 \mu_{22}} \cos(r_m^1 y) \sin \frac{m \pi x}{a} + \frac{i \gamma d \mu_{23}}{2 \mu_{22}} \frac{m \pi}{a} \cos(r_m^1 y) \cos \frac{m \pi x}{a}; \\
 B_{22} = & - \frac{m \pi}{a} \cos[r_m^2(b_2 - y)] \cos \frac{m \pi x}{a} + \frac{K_{\phi}^2 d}{2 \omega^2 \varepsilon_o \varepsilon_{\phi} \mu_o \mu_{22}} \frac{m \pi}{a} r_m^2 \sin[r_m^2(b_2 - y)] \cos \frac{m \pi x}{a} + \\
 & + \frac{\gamma^2 d}{2 \mu_{22}} \cos[r_m^2(b_2 - y)] \sin \frac{m \pi x}{a} - \frac{i \gamma d}{2 \mu_{22}} \frac{m \pi}{a} \cos[r_m^2(b_2 - y)] \cos \frac{m \pi x}{a}.
 \end{aligned}$$

Приравняем нулю определитель системы

$$\det \begin{vmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{vmatrix} = 0. \tag{4}$$

Полученное соотношение (4) является дисперсионным соотношением для LM -волн (продольно-магнитных) в объединенной частичной области I, II в двухслойном прямоугольном волноводе с включением тонкого ферритового слоя с доменной структурой.

Таким образом, решение задачи на собственные волны двухслойного прямоугольного волновода с ферритовой пленкой сведено к решению уравнений вида (4).

Полученная система линейных алгебраических уравнений (4) является дисперсионным соотношением для LM - волн (продольно-магнитных) в частичной области в двухслойном прямоугольном волноводе с включением тонкого ферритового слоя с тензором намагниченности $\vec{\mu}_z$. Аналогичные соотношения можно получить для объединённых областей III, IV, содержащих домен с тензором намагниченности $\vec{\mu}_{-z}$. Таким образом решена в общем виде задача анализа прямоугольного волновода, содержащего ферритовую плёнку с доменной структурой.

Библиографические ссылки

1. Линии передачи сложных сечений / Г. Ф. Заргано [и др.]. Ростов, 1983.
2. Неганов В. А., Нефедов Е. И., Яровой Т. П. Современные методы проектирования линий передачи и резонаторов сверх- и крайневых частот. М., 1998.