



УДК 622.271

© А. М. Пуляевский, Н. П. Хрунина, 2010

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОБРАЗОВАНИЯ ДИСПЕРСОИДА
ПРИ УЛЬТРАЗВУКОВОМ ВОЗДЕЙСТВИИ НА ГИДРОСМЕСЬ**

Пуляевский А. М. – д-р техн. наук, проф. кафедры «Гидравлика, водоснабжение и водоотведение» (ТОГУ), тел. (4212) 37-52-20; *Хрунина Н. П.* – научный сотрудник лаборатории проблем освоения россыпных месторождений (ИГД ДВО РАН), тел. (4212) 31-17-06, e-mail: npetx@mail.ru

Разработаны представления о структурно-механических особенностях гидросмеси с учетом термодинамического потенциала. Дано теоретическое обоснование процесса дезинтеграции твердой фазы гидросмеси при воздействии на нее ультразвукового излучения. Выполнено сопоставление аналитических результатов с экспериментальными данными. Показана сходимость полученной математической зависимости с результатами экспериментов.

Notions about structure-mechanical features of hydromixture are presented with consideration for thermodynamic potential. To the disintegration of a solid phase of hydromixture with the exposure of ultrasound is given justification. It is shown that mathematical dependence derived is comparable with experiment.

Ключевые слова: интенсивность излучения ультразвука, равновесная плотность гидросмеси, скорость звука, удельная межфазная поверхность частиц.

Основой управления процессом трансформации высокоглинистых золотосодержащих песков россыпей является создание эффективного механизма разрушения жестких структурных связей разуплотняемых песков золотоносного пласта. Наиболее часто используют феноменологический подход, при котором учитываются внешние проявления прочностных и деформационных свойств нагруженного материала, а его количественные характеристики принимаются постоянными [1, 2]. В общем случае трансформация твердых тел есть результат процессов, происходящих на различных иерархических уровнях. В. И. Ревнивцев, Г. В. Гапонов, В. И. Владимирский, Б. Н. Цай и другие отмечали, что наиболее объективные и достоверные физические представления о природе прочности могут быть получены при учете масштабности этого процесса. Существующие теории прочности применимы лишь на определенных масштабных уровнях. Статическая теория, учитывающая кристаллическую структуру тел без теплового движения атомов, дает информацию только о прочности межатомных связей, а не о причинах их перенапряжения. Теория дислокаций объясняет процессы срыва и движения дислокационных

структур в мезоскопическом объеме. Указывается, что на структурном уровне могут быть использованы микродефектные теории прочности, на макро-скопическом – теории, основанные на механике сплошных сред. Особого внимания заслуживает кинетическая (термофлуктуационная) теория прочности твердых тел, которая обычно представляется уравнением долговечности С. Н. Журкова – времени существования образца под внешней нагрузкой σ [2, 3]:

$$t = t_0 \exp \frac{U_0 - \gamma\sigma}{kT} = t_0 \exp(-A),$$

где: t_0 – период колебания атома в кристаллической решетке или тепловых колебаний молекул, равный приблизительно 10^{-13} с; U_0 – начальная энергия активации процесса разрушения; γ – коэффициент структуры или структурная постоянная данного материала; k – константа Больцмана; T – абсолютная температура твердого тела; σ – действующее напряжение.

Для того чтобы пользоваться такой моделью, нужно уметь измерять постоянные материала. Методики определения этих констант практически не пригодны для таких гетерогенных сред, как горные породы [3]. Константы этого уравнения находятся путем экстраполяции линейного участка графика $\lg t - \sigma$ (где t – время процесса разрушения) до пересечения с осью ординат при различных T и экстраполяции графика $\lg t - 1/T$ до точки пересечения веера прямых при разных σ . Точность определения этих постоянных требует не только большого количества испытаний образцов данной среды, но и достаточно малого разброса экспериментальных данных, поскольку небольшие неточности при построении графиков и нахождении наклонов соответствующих прямых приводят к существенным ошибкам при определении искомых констант. Это означает, что погрешности экспериментального определения постоянных таким методом будут значительными. Каждый раз, когда было возможно, авторы [3] сопоставляли полученную начальную энергию активации разрушения с энергией сублимации, термодиструкции, диффузии и т. д. По формальным признакам, уравнение Журкова описывает только случаи, когда величина разрушающего напряжения возрастает с увеличением скорости деформирования. На практике, особенно для гетерогенных сред, встречаются случаи, когда величина разрушающего напряжения падает с увеличением скорости нагружения или зависимость прочности от скорости деформации немонотонна. Поэтому возникает необходимость поиска и обоснования других методик. В работе [3] дана оценка одного из возможных путей определения начальной энергии активации разрушения через связь между поверхностной энергией разрушения хрупких сред и разрывом элементарных связей при распространении магистральной трещины и рассмотрен подход к определению начальной энергии активации разрушения применительно к горным породам через коэффициент превышения всех разорванных связей при распространении реальной трещины.



Развитие современных физических методов и средств разрушения песков, приводящих к изменениям показателей, охватывающих часть мезоскопического, структурный и макроскопический уровни (диапазон размеров частиц менее 0,5 и более 0,002 мм) для создания высокоэффективных технологий разрушения, потребовало решения новой теоретической задачи.

Как уже указывалось выше, явления, наблюдающиеся в сплошных средах, описываются уравнениями механики сплошной среды, а если среда обладает свойством текучести – уравнениями гидроаэродинамики [4, 5, 6]. Одним из общих подходов к исследованию задач оптимального проектирования неоднородных структур является вариационный. В работе [4] рассмотрена проблема, которая ограничена изучением случая распространения акустических волн в рамках линейной акустики для направленного управления свойствами синтезируемой структуры.

Исследуемый процесс ультразвукового воздействия на разуплотняемые высокоглинистые пески включает упругопластическую деформацию и разрушение с образованием новых поверхностей мелких частиц. Закономерности этих изменений описываются законами Кирпичева – Кика, Риттингера, Бонда, Ребиндера и Гиббса [7-13]. Задача заключается в том, чтобы на основе структурно-механических особенностей песчано-глинистой составляющей гидросмеси, поступившей в зоны накопления на участках полигона, с учетом термодинамического потенциала осуществить теоретическое обоснование процесса образования мелких частиц песчано-глинистой составляющей при ультразвуковом воздействии. Обоснование должно учитывать основные параметры процесса: физические характеристики гидросмеси, время воздействия t , мощность W и интенсивность I излучаемой энергии, действующие на структурно-механическую перестройку системы, разрушение связей твердой составляющей гидросмеси.

В качестве базового уравнения, положенного в основу теоретического описания процесса ультразвукового инициирования дезинтеграции и диспергации, используем уравнение Гиббса. Изменение термодинамического потенциала dE системы при внешних постоянных давлении и температуре представляется в виде [14]:

$$dE = -\Omega \cdot dT + Vdp + \sigma dS + \sum \mu dN + F \sum z\varphi dN, \quad (1)$$

где: Ω – энтропия частиц; T – температура частиц; V – объем частиц; p – давление внутри частиц; σ – удельная поверхностная энергия частиц; S – площадь межфазной поверхности частиц; μ – химический потенциал поверхностных компонентов системы при взаимодействии частиц между собой в присутствии воды; N – число молей всех поверхностных компонентов частиц; F – постоянная Фарадея, $F = 9,648456 \cdot 10^4$ Кл/моль; Z – заряд частиц поверхностей определенного сорта; φ – электрический потенциал поверхностной части системы, содержащей частицы определенного типа, или внутренний потенциал различных по химическому составу фаз.

В рассматриваемой среде происходит изменение агрегатного состояния веществ, находящихся преимущественно в конденсированном состоянии (твердом и жидком), и небольшое количество – в газообразном, поэтому различия между изменениями внутренней энергии частиц и изменениями энтропии Ω системы этих частиц незначительны. Газы содержатся, по отношению к объему воды и твердой составляющей, в небольшом объеме, и при этом большая их часть растворена в воде, поэтому возникающее изменение давления dp в системе золотосодержащих глинистых частиц не окажет существенного влияния на изменение термодинамического потенциала dE . Учитывая принятые допущения, уравнению (3.1) можно придать вид:

$$dE - \sum \mu dN - F \sum z \varphi dN = \sigma dS . \quad (2)$$

Важным моментом в моделировании процесса структурной перестройки гидросмеси в накопительных системах под действием ультразвука является исследование взаимосвязи интенсивности звука со звуковым давлением. В работах [5, 15-16] путем объединения динамических уравнений, уравнения непрерывности и состояния, было получено уравнение сохранения энергии. Рассматривая гидросмесь как диссипативно-дисперсионную среду неограниченного объема, мы не будем учитывать релаксационные, дифракционные процессы и отражение звука от стенок зумпфа. Согласно [7], интенсивность волны описывается уравнением:

$$I = P^2 (2 \rho_c c_c)^{-1} , \quad (3)$$

где: P – звуковое давление; ρ_c – усредненная равновесная плотность гидросмеси; c_c – скорость звука при равновесном значении плотности гидросмеси.

При прохождении волны диссипационные потери энергии выражаются экспоненциальной зависимостью [7]:

$$I_{\text{дис}} = A \cdot I \cdot \exp(-2\beta \cdot x) , \quad (4)$$

где: A – поглощательная способность гидросмеси; x – расстояние от источника звука до точки измерения интенсивности в среде; β – коэффициент поглощения звуковой энергии средой.

Для волн малой амплитуды и высоких частот коэффициент поглощения звука β в средах со сдвиговой и объемной вязкостью определяется по формуле [17]:

$$\beta = \frac{\omega^2}{2 \rho_c c^3} \left[\frac{4}{3} \mu + \zeta + \lambda \left(\frac{1}{c_v} - \frac{1}{c_p} \right) \right] , \quad (5)$$

где: ρ_c – плотность среды; $\omega = 2\pi f$ – круговая частота звуковой волны; μ – коэффициент сдвиговой вязкости; ζ – коэффициент объемной вязкости; λ – коэффициент теплопроводности; c_p – теплоемкость среды при постоянном давлении; c_v – теплоемкость среды при постоянном объеме.



Если ни один из коэффициентов μ , ξ и λ не зависит от частоты, что часто выполняется на практике, то $\beta \sim \omega^2$ [18]. Согласно [19], коэффициент теплопроводности λ воды при температуре 20^0 C составляет величину $0,59$ Вт/(м·К), теплоемкость воды при постоянном атмосферном давлении при 20^0 C $c_p = 4112,7$ Дж/(кг·К) [20]. Коэффициент сдвиговой вязкости μ воды [21] в системе СИ равен $0,001$ кг/(м·с). Отношение $\mu/\xi = 2,81$ [21], отсюда $\xi = 3,55 \cdot 10^{-4}$. Учитывая, что для капельных жидкостей удельные теплоемкости c_p и c_v почти одинаковы [22, с. 76], последнее слагаемое в квадратной скобке формулы (5) можно опустить.

Изменение термодинамического потенциала гидросмеси при ультразвуковом воздействии dE зависит от мощности W , коэффициента полезного действия η установки, и ее конструктивных особенностей. Физико-механические и структурные изменения нарастают по мере увеличения длительности измельчения t и определяются величиной подводимой энергии:

$$dE = W \cdot \eta \cdot dt, \quad (6)$$

где: W – мощность излучаемой энергии; η – коэффициент полезного действия установки; t – время воздействия подводимой энергии.

Интенсивность излучения представляет собой среднее значение мощности звука, отнесенное к единице площади, так называемая средняя удельная мощность звука [17]. Поэтому мощность излучаемой энергии W можно представить через интенсивность излучения I (без учета диссипационных потерь) в виде:

$$W = I \cdot S_h, \quad (7)$$

где: S_h – площадь поверхности, нормальной к направлению распространения волны.

С другой стороны, площадь можно принять пропорциональной площади S межфазной поверхности частиц, т.е. $S_h = \kappa \cdot S$. Например, для частиц шарообразной формы диаметром d :

$$S_h = \pi \cdot d^2/4, \quad S = \pi \cdot d^2, \quad \kappa = 1/4. \quad (8)$$

Очевидно, коэффициент k характеризует форму твердых частиц, входящих в гидросмесь. Таким образом, с учетом выражений (4), (7) и (8) уравнение (6) можно представить в виде:

$$dE = \kappa \cdot B \cdot I \cdot S [1 - A \cdot \exp(-2\beta \cdot x)] \cdot \eta \cdot dt, \quad (9)$$

где: B – показатель, характеризующий свойства и состояние песков.

Дальнейшие упрощения связаны с исключением учета электрохимического взаимодействия минералов с окружающей средой и между собой. Поэтому уравнение (2), при исключении выражения $\sum \mu dN - F \sum z \varphi dN$, определяющего изменения химической и электрической энергии взаимодействия частиц, упрощается к виду:

$$dS = dE \cdot \sigma^{-1}. \quad (10)$$

Подстановкой выражения (9) в (10) получим уравнение изменения структурного параметра системы при ультразвуковом воздействии:

$$dS = \{k \cdot B \cdot I \cdot S [1 - A \exp(-2\beta \cdot x)] \eta dt\} \sigma^{-1}. \quad (11)$$

Производя интегрирование (11) и считая η , I , σ , B и k постоянными, получим:

$$S_n = S_0 \exp \{k \cdot B \cdot I [1 - A \exp(-2\beta \cdot x)] \eta \cdot t / \sigma\}, \quad (12)$$

где: S_0 – площадь межфазной поверхности частиц в начале процесса при $t = 0$.

Поскольку: [14]

$$S = S_{y\partial} V,$$

$$\text{то } S_{y\partial,0} = S_0 / V,$$

где: $S_{y\partial}$ – удельная межфазная поверхность частиц; V – объем частиц; $S_{y\partial,0}$ – удельная межфазная поверхность частиц при $t = 0$, и зависимость (12) получим в виде [23]:

$$S_{y\partial} = S_{y\partial,0} \exp \{k \cdot B \cdot \sigma^{-1} \cdot I [1 - A \exp(-2\beta \cdot x)] \eta \cdot t\} \quad (13)$$

Подстановкой выражения (3) в выражение (13) и учитывая, что $\rho_c \cdot c_c$ не что иное, как волновое сопротивление ζ_c гидросмеси, получаем зависимость удельной межфазной поверхности частиц от звукового давления:

$$S_{y\partial} = S_{y\partial,0} \exp \{0,5 k \cdot B \cdot \sigma^{-1} \cdot P^2 \cdot \zeta_c^{-1} [1 - A \exp(-2\beta \cdot x)] \eta \cdot t\}. \quad (14)$$

Таким образом, разработанная модель процесса образования мелких частиц в песчано-глинистой гидросмеси в результате ультразвукового воздействия показывает, что удельная межфазная поверхность частиц выражается экспоненциальной зависимостью от интенсивности излучаемой энергии, удельной поверхностной энергии частиц, волнового сопротивления гидросмеси, диссипационных потерь (расстояния от источника излучения, поглощения энергии средой, круговой частоты звуковой волны, теплоемкости и теплопроводности, сдвиговой вязкости, объемной вязкости), а также конструктивных особенностей ультразвуковой установки, связанных с эффективностью ее работы.

Экспериментальные исследования подтвердили хорошую сходимость полученных математических зависимостей (см. рисунок).

На основе статистического критерия согласия Фишера путем определения ошибки аппроксимации опытных данных, установлена адекватность выражения (13).

Полученные выражения (13), (14) можно рассматривать как математическое описание процесса направленного структурного изменения состояния дисперсоида, протекающего при звуковом воздействии на гидросмесь. Разработанные представления о структурно-механических особенностях гидросмеси с учетом термодинамического потенциала дают новую возможность теоретического обоснования процесса.

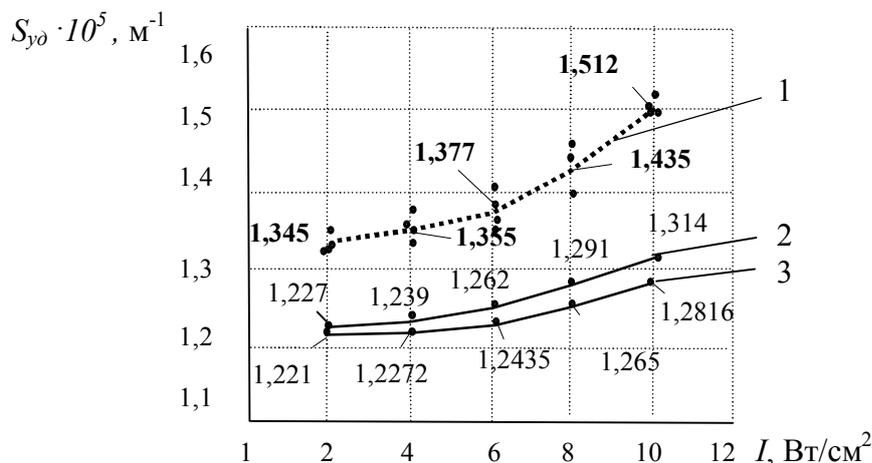


Рис. 1. Зависимость удельной межфазной поверхности частиц S_{yd} от интенсивности I излучаемой энергии ультразвука:

1 – график, полученный экспериментальным путем; 2 – график, полученный расчетом по теоретической формуле (13) с исходными данными: частота излучения $f = 2 \cdot 10^4$ Гц; $\rho = 1000$ кг/м³; $c = 1490$ м/с при 20° С; $\beta = 4,02976577 \cdot 10^{-6}$; $\eta = 0,5$; $x = 0,1$ м; $t = 600$ с; $A = 1$; $B = 65$; $\sigma = 780 \cdot 10^{-7}$ Дж/см²; $\kappa = 0,25$; интенсивность I в Вт/см²; 3 – график, полученный расчетом по теоретической формуле (13) с исходными данными: частота излучения $f = 2 \cdot 10^4$ Гц; $\rho = 1000$ кг/м³; $c = 1490$ м/с при 20° С; $\beta = 4,02976577 \cdot 10^{-6}$; $\eta = 0,5$; $x = 0,1$ м; $t = 300$ с; $A = 1$; $B = 65$; $\sigma = 780 \cdot 10^{-7}$ Дж/см²; $\kappa = 0,25$; интенсивность I в Вт/см²

Библиографические ссылки

1. Владимирский В. И., Иванов В. Н., Приемский Н. Д. Мезоскопический уровень пластической деформации // Физика прочности и пластичности. – Л.: Наука, 1986.
2. Цай Б. Н. Физические аспекты механизма разрушения горных пород / Цай Б. Н. // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. – 2004, № 1. – С. 72-73.
3. Ефимов В. П. Оценка начальной энергии активации разрушения по измерению трещиностойкости горных пород // Физико-техн. пробл. разраб. пол. иск. – 2004. – № 5. – С. 90-94.
4. Гусев Е. Л. Об оптимальном синтезе слоистых неоднородных структур // Акустический журнал. – 2002. Т. 48. – № 3. – С. 325-330.
5. Зарембо Л. К., Тимошенко В. И. Нелинейная акустика. – М.: Изд-во МГУ, 1984. – 104 с.
6. Мэзон У. Физическая акустика / Под ред. У. Мэзона. Т. 2. – М.: Изд-во ин. лит., 1968. – 487 с.
7. Агранат Б. А., Дубровин М. Н., Хавский Н. Н., Эскин Г. И. Основы физики и техники ультразвука. – М.: Высшая школа, 1987. – 352 с.
8. Бергман Л. Ультразвук и его применение в науке и технике. – М.: Изд. «Иностранная литература», 1957. – 726 с.



9. Крокер М. Д. Основы прямых измерений интенсивности звука и их практические применения // Акустический журнал. – 2003. Т. 49. – № 2. – С. 199-214.
10. Непомнящий Е. А. Расчет показателей процессов грохочения и отсадки // Обогащение руд, 1963. – № 6. – С. 20-23.
11. Новичкий Б. Г., Анисимова В. А. Выбор оптимальных условий для ультразвукового диспергирования суспензий. – М.: Ультразв. техника, 1965.
12. Ребиндер П. А. Поверхностные явления в дисперсных системах. Физико-химическая механика. Избранные труды. – М.: Наука, 1979. – 384 с.
13. Розенберг Л. Д. Физика и техника мощного ультразвука. Источники мощного ультразвука. – М.: Наука, 1967. – Кн. 1. – 268 с.
14. Фролов Ю. Г. Курс коллоидной химии. Поверхностные явления и дисперсные системы. – М.: Химия, 1982. – 399 с.
15. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Гидродинамика. – М.: Наука, 1965. – Т. VI.
16. Fahy F. J. Sound intensity, 2nd Ed. / F. J. Fahy // E&FN Spon, London, 1995.
17. Голямина И. П. Ультразвук. – М.: Сов. Энциклопедия, 1979. – 400 с.
18. Акустическая энциклопедия. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.acoustic.ru>.
19. Контекстный справочник. Физические свойства. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://go.mail.ru/search>.
20. Удельная теплоемкость. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.mgorn.ru/YOURNAL/10-yashkichev.dos>.
21. Ушаков И. Е., Шишкин И. Ф. Радиолокационное зондирование гидроакустических возмущений морской поверхности / Письма в ЖТФ, 1999. Т. 25. – Вып. 18.
22. Стромберг А. Г., Семченко Д. П. Физическая химия. – М.: «Высшая школа», 1988. – С. 76.
23. Мамаев Ю. А., Пуляевский А. М., Хрунина Н. П. Математическое моделирование процесса образования мелких частиц песчано-глинистой составляющей при ультразвуковом воздействии на гидросмесь // Горный информационно-аналитический бюллетень: сб. науч. тр. – М.: «Мир горной книги», 2009. № ОВ 4. С. 233-241.