



УДК 681.513.675

© *Е. Л. Еремин, Л. В. Чепак, 2011*

АДАПТИВНАЯ СИСТЕМА С ЯВНО-НЕЯВНЫМ ЭТАЛОНОМ И СТАЦИОНАРНЫМ НАБЛЮДАТЕЛЕМ ДЛЯ ОБЪЕКТА С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ ПО УПРАВЛЕНИЮ¹

Еремин Е. Л. – д-р техн. наук, проф., проректор по научной работе и информатизации, тел. (4212) 22-44-19, e-mail: ERemin@mail.khstu.ru (ТОГУ); *Чепак Л. В.* – канд. техн. наук, доц. кафедры «Информационные и управляющие системы», e-mail: chepak@inbox.ru (АмГУ)

Рассматривается синтез адаптивной системы с явно-неявной эталонной моделью для динамического объекта со скалярными входом и выходом, обладающего запаздыванием по управлению. Для компенсации в системе запаздывания по управлению применяется дополнительное устройство в виде упредитель-компенсатора. В структуре адаптивного регулятора используются восстановленные с помощью стационарного наблюдателя недоступные непосредственному измерению переменные состояния объекта. Задача синтеза системы управления для априорно неопределенного объекта в работе решена в рамках критерия гиперустойчивости.

The article considers the synthesis of an adaptive system with its explicit-implicit reference model for a dynamic object with a scalar both input and output, which has the delay control. In order to compensate for the control delay in the system the additional device such as the predictor-compensator is employed. In the structure of an adaptive regulator the not-accessible to direct measurement variable conditions of an object restored with a stationary observer are used. The problem of synthesis of control system for aprioristic indefinite object is solved within the hyperstability criterion.

Ключевые слова: запаздывание по управлению, упредитель-компенсатор, явно-неявная эталонная модель, наблюдатель, критерий гиперустойчивости.

Введение

Задача построения устойчивых систем управления априорно неопреде-

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы (2011–2012 гг.)» в рамках проекта «Адаптивные и робастные системы управления сложными динамическими объектами с запаздыванием» (регистрационный номер: 2.1.2/9255).

ленными объектами со скалярными входом и выходом, переменные состояния которых недоступны для прямого измерения, по-прежнему остается одной из актуальных в современной теории управления [1–3]. Для решения этой проблемы используются различные подходы: разрабатываются наблюдатели полных и пониженных порядков [1, 4], строятся схемы расширения сигналов рассогласования [2] и т. д.

С практической точки зрения кроме априорной параметрической неопределенности объекты управления могут обладать различными запаздываниями. Наиболее распространенным является класс объектов с задержкой в управлении, но задача компенсации такого типа запаздывания нетривиальна. Существуют различные способы нейтрализации отрицательного влияния запаздывания по управлению на устойчивость системы в целом, как правило, это различные дополнительные устройства: прогнозирующее устройство [5], эталонный упредитель [6], предиктор [7] или упредитель-компенсатор [6].

В работе для оценки недоступных переменных состояния применяется подход, связанный с построением стационарного наблюдателя полного порядка и использованием для компенсации запаздывания упредитель-компенсатора в явно-неявной форме. Авторами выполнено сопоставление результатов имитационного моделирования системы, синтезированной в рамках данного исследования, и системы адаптивного управления, построенной с применением концепции расширения ошибки слежения [6].

Математическая модель системы управления

Динамический объект управления описывается уравнением:

$$\frac{dx(t)}{dt} = A \cdot x(t) + B \cdot u(t-h) + f(t), \quad y(t) = L^T x(t), \quad (1)$$
$$x(0) = x_0, \quad u(\theta) = \phi(\theta), \quad \theta \in [-h, 0],$$

где: $x(t) \in R^n$ – вектор состояния; $u(t) \in R$ – управляющее воздействие, $y(t) \in R$ – выход объекта; h – известное запаздывание, $h = \text{const} > 0$, $f(t)$ – постоянно действующее возмущающее воздействие, $f^T(t) = [0, \dots, 0, f_n(t)]$, $|f_n(t)| < f_0$, $f_0 = \text{const} > 0$, $L^T = [1, 0, \dots, 0]$.

Функционирование объекта (1) происходит в условиях априорной неопределенности его параметров:

$$A = A(\xi), \quad B = B(\xi), \quad f(t) = f_\xi(t), \quad \xi \in \Xi, \quad (2)$$

где: ξ – набор неизвестных параметров, принадлежащих известному множеству Ξ .

Для задания желаемой динамики поведения объекта в теории управления используются различные эталонные модели: явная модель, которая физически включается в структурную схему системы управления; неявная модель, которая определяется некоторым аналитическим выражением, описывающим свойства объекта в установившемся режиме; явно-неявная модель – представляет собой технический блок, имеющий минимальный порядок.



В данной работе для определения желаемых свойств объекта (1) в систему вводится явно-неявная эталонная модель [8], которая реализуется в системе в виде инерционного звена первого порядка:

$$\frac{dx_M(t)}{dt} = -a_M \cdot x_M(t) + k_M \cdot r(t), \quad z_m(t) = x_M(t), \quad (3)$$

где: $x_M(t) \in R$ – желаемое состояние объекта; $r(t) \in R$ – задающее воздействие, $r(t)$ – кусочно-непрерывная, ограниченная функция; $a_M, k_M = \text{const} > 0$.

Расширим пространство состояний эталонной модели (3) до n -го порядка. Для этого числитель и знаменатель передаточной функции эталона умножим на гурвицев полином $g(s)$, компоненты которого выбираются специальным образом:

$$\begin{aligned} W_M(s) &= \frac{k_M}{s + a_M} = \frac{k_M \cdot g(s)}{(s + a_M) \cdot g(s)} = \frac{k_M \cdot G^T (sE_n - A_m)^+ B_m}{(s + a_M) \cdot G^T (sE_n - A_m)^+ B_m} = \\ &= k_M \cdot \frac{G^T (sE_n - A_m)^+ B_m}{\det(sE_n - A_m)} \end{aligned} \quad (4)$$

где: $g(s)$ – гурвицев полином степени $n - 1$, $(sE_n - A_m)^+$ – присоединенная матрица, E_n – единичная матрица порядка n , компоненты вектора G выбираются из условия гурвицевости полинома $g(s)$.

Тогда в расширенном пространстве состояний уравнение эталонной модели примет следующий вид:

$$\frac{dx_m(t)}{dt} = A_m \cdot x_m(t) + k_M B_m \cdot r(t), \quad y_m(t) = L^T x_m(t), \quad z_m(t) = G^T x_m(t), \quad (5)$$

где: $x_m(t) \in R^n$ – переменные состояния; $y_m(t) \in R$ – выход эталона, $z_m(t) \in R$ – обобщенный выход эталона, A_m – гурвицева матрица, B_m – вектор управления.

Для матриц состояния и векторов управления объекта (1) и эталона (5) выполняются условия структурного согласования:

$$A - A_m = B_m C_0^T, \quad B = B_m (k_0 + 1), \quad (6)$$

где: C_0, k_0 – неизвестные вектор и скаляр.

Для преодоления негативного влияния на поведение системы запаздывания в канале управления, следуя работе [6], в основной контур вводится упредитель-компенсатор. Это дополнительное устройство с целью уменьшения порядка системы и упрощения технической реализации может быть задано, аналогично эталону (3), в явно-неявном виде:

$$\frac{dx_K(t)}{dt} = -a_M \cdot x_K(t) + u(t) - u(t - h), \quad z_k(t) = x_K(t). \quad (7)$$

Передаточную функцию упредитель-компенсатора можно преобразовать, учитывая (4), к явному виду:

$$W_K(s) = \frac{1 - e^{-sh}}{s + a_M} = \frac{g(s)}{(s + a_M) \cdot g(s)} \cdot (1 - e^{-sh}) = \frac{G^T (sE_n - A_m)^+ B_m}{\det(sE_n - A_m)} \cdot (1 - e^{-sh}).$$

Тогда в пространстве состояний уравнение упредитель-компенсатора запишется следующим образом:

$$\frac{dx_k(t)}{dt} = A_m \cdot x_k(t) + B_m \cdot (u(t) - u(t-h)), \quad y_k(t) = L^T x_k(t), \quad z_k(t) = G^T x_k(t), \quad (8)$$

где: $x_k(t) \in R^n$ – переменные состояния дополнительного устройства; $y_k(t) \in R$ – выход, $z_k(t) \in R$ – обобщенный выход упредитель-компенсатора.

Для придания системе желаемых свойств в рассмотрение вводится адаптивный регулятор следующей структуры:

$$u(t) = \chi(t)r(t) - C^T(t)x(t) - k(t)u(t-h), \quad (9)$$

где: $\chi(t)$, $C(t)$, $k(t)$ – параметры регулятора, алгоритмы настройки которых подлежат определению в процессе синтеза системы.

В случае полностью измеряемого вектора состояния реализация предложенного закона управления (9) вполне осуществима. Однако на практике подобные ситуации достаточно редки. Как правило, переменные состояния объекта управления измерению не доступны, и тогда в законе управления может использоваться текущая информация о входе и выходе объекта.

Таким образом, в законе управления (9) вместо переменных состояния $x(t)$ будут использоваться их оценки $x_n(t)$, полученные с помощью стационарного наблюдателя [3]:

$$\begin{aligned} \frac{dx_n(t)}{dt} &= A_m \cdot x_n(t) + B_m \cdot u(t-h) + N \cdot (y(t) - y_n(t)), \\ y_n(t) &= L^T x_n(t), \quad z_n(t) = G^T x_n(t), \end{aligned} \quad (10)$$

где: $x_n(t) \in R^n$ – переменные состояния наблюдателя, $y_n(t) \in R$ – выход, $z_n(t) \in R$ – обобщенный выход наблюдателя, N – постоянный вектор, обеспечивающий желаемую скорость устранения разности выходов объекта и наблюдателя.

Выбор значений вектора N осуществляется из условия желаемого распределения корней характеристического полинома наблюдателя (10), которые обычно удовлетворяют неравенству:

$$\min_j \operatorname{Re}(-s_j) \geq \lambda \max_i \operatorname{Re}(-s_i),$$

где: s_i , s_j – характеристические числа матриц A_m и $(A_m - NL^T)$ соответственно, $\lambda = \text{const}$ – скаляр, который определяет расположение полюсов на комплексной плоскости, обеспечивая тем самым справедливость предельного равенства:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x_n(t) = x(t). \quad (11)$$

Выполнение соотношения (11) позволяет в процессе синтеза системы и формирования закона управления вместо переменных состояния объекта (1) использовать доступные измерению переменные состояния наблюдателя (10), т. е. $x(t) \cong x_n(t)$, а уравнения объекта (1) и регулятора (9) примут вид:

$$\frac{dx_n(t)}{dt} = A \cdot x_n(t) + B \cdot u(t-h) + f(t), \quad y_n(t) = L^T x_n(t), \quad z_n(t) = G^T x_n(t), \quad (12)$$

$$u(t) = \chi(t)r(t) - C^T(t)x_n(t) - k(t)u(t-h). \quad (13)$$



Постановка задачи. Требуется для системы (1), (3), (7), (9), (10), (12), (13) синтезировать алгоритмы настройки коэффициентов регулятора (13) таким образом, чтобы при любых начальных условиях и любом уровне априорной неопределенности (2) обеспечивалось достижение целей управления и адаптации:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |y(t) - y_m(t)| \leq \sigma, \quad \sigma = \text{const} > 0, \quad (14)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \chi(t) = \chi_0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} C_i(t) = C_{0i}, \quad i = \overline{1, n}, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} k(t) = k_0. \quad (15)$$

Синтез системы управления

Разработка системы управления выполняется с помощью критерия гиперустойчивости [9], поскольку он определяет условия устойчивости системы и позволяет синтезировать набор алгоритмов, являясь одним из продуктивных методов синтеза адаптивных систем управления. Проектирование системы осуществляется в предположении отсутствия возмущений и в соответствии с выделенными В. М. Поповым стадиями: нахождение эквивалентного математического описания исследуемой системы управления, разрешение интегрального неравенства, решение проблемы положительности, проверка достижимости поставленных целей управления и адаптации.

Для получения эквивалентного математического описания вводится сигнал ошибки $e(t) = x_n(t) - (x(t) + x_k(t))$ и относительно него для (1), (5), (8)–(10), (12), (13) записывается система:

$$\begin{cases} \frac{de(t)}{dt} = A_m \cdot e(t) + B_m \cdot \mu(t), \quad v(t) = G^T e(t), \\ \mu(t) = (C(t) - C_0)^T x_n(t) + (k(t) - k_0) \mu(t - h) - (\chi(t) - k_M) r(t), \end{cases} \quad (16)$$

где первая строка описывает линейную стационарную часть эквивалентной системы, а вторая – нелинейную нестационарную часть.

Согласно критерию гиперустойчивости, интегральное неравенство В. М. Попова имеет вид:

$$\eta(0, t) = - \int_0^t \mu(\theta) v(\theta) d\theta \geq -\gamma_0, \quad \gamma_0 = \text{const} > 0, \quad \forall t > 0. \quad (17)$$

Для системы (16) этот интеграл запишется следующим образом:

$$\begin{aligned} \eta(0, t) = & - \int_0^t (C(\theta) - C_0)^T x_n(\theta) v(\theta) d\theta - \int_0^t (k(\theta) - k_0) \mu(\theta - h) v(\theta) d\theta + \\ & + \int_0^t (\chi(\theta) - k_M) r(\theta) v(\theta) d\theta. \end{aligned} \quad (18)$$

Определяя алгоритмы настройки параметров регулятора (13), для (18) обеспечивается выполнение неравенства (17).

Настройка коэффициентов регулятора (13) может быть задана в следую-

щем виде:

$$\frac{dC(t)}{dt} = \Gamma x_n(t)v(t), \quad \frac{dk(t)}{dt} = \gamma_1 u(t-h)v(t), \quad \frac{d\chi(t)}{dt} = -\gamma_2 r(t)v(t), \quad (19)$$

где: $\Gamma = \Gamma^T = \text{const} > 0$; $\gamma_1, \gamma_2 = \text{const} > 0$.

Решение проблемы положительности заключается в обеспечении такого выбора коэффициентов вектора G , чтобы для линейной стационарной части системы (16) выполнялось неравенство:

$$\text{Re}W_{\text{ЛСЧ}}(j\omega) > 0, \quad \forall \omega > 0. \quad (20)$$

Передаточная функция системы (16), с учетом (4), имеет вид:

$$W(s) = G^T (sE_n - A_m)^{-1} B_m = \frac{G^T (sE_n - A_m)^+ B_m}{\det(sE_n - A_m)} = \frac{1}{s + a_M}. \quad (21)$$

Очевидно, что для (21) неравенство (20) всегда выполняется, а значит, проблема положительности решена.

На заключительном этапе проверяется достижимость поставленных целей управления (14) и адаптации (15). Поскольку для рассматриваемой системы управления (1), (5), (8), (10), (12), (13), (19) справедливы частотное (20) и интегральное (17) неравенства, то, согласно критерию В. М. Попова [9], синтезированная система является гиперустойчивой в заданном классе Ξ и выполняется предельное соотношение:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [x_m(t) - (x_n(t) + x_k(t))] = 0, \quad (22)$$

а, следовательно, учитывая (19), и равенства:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{d\chi(t)}{dt} = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{dC(t)}{dt} = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{dk(t)}{dt} = 0,$$

обеспечивающие достижение целей адаптации (15).

Из равенства (22) следует выполнение неравенства:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |y_n(t) - y_m(t)| \leq \delta, \quad \delta = \text{const} > 0,$$

которое, с учетом (11), совпадает с целью управления (14).

Отметим, что синтез системы управления осуществлялся в предположении отсутствия возмущений. Если на объект управления будут оказывать влияние постоянные помехи, то синтезированная система управления потеряет свою работоспособность.

Для построения контура самонастройки, работоспособного в условиях постоянного действия помех, обычно проводят регуляризацию алгоритмов настройки параметров регулятора [10]. Работоспособность полученных алгоритмов адаптации (18) обеспечивается введением зоны нечувствительности:

$$\frac{dC(t)}{dt} = \begin{cases} 0, & \forall |v(t)| \leq \Delta, \\ \Gamma x_n(t)(v(t) + \Delta), & \forall v(t) < -\Delta, \\ \Gamma x_n(t)(v(t) - \Delta), & \forall v(t) > \Delta, \end{cases}$$



$$\frac{dk(t)}{dt} = \begin{cases} 0, & \forall |v(t)| \leq \Delta, \\ \gamma_1 u(t-h)(v(t) + \Delta), & \forall v(t) < -\Delta, \\ \gamma_1 u(t-h)(v(t) - \Delta), & \forall v(t) > \Delta, \end{cases} \quad (23)$$

$$\frac{d\chi(t)}{dt} = \begin{cases} 0, & \forall |v(t)| \leq \Delta, \\ -\gamma_2 r(t)(v(t) + \Delta), & \forall v(t) < -\Delta, \\ -\gamma_2 r(t)(v(t) - \Delta), & \forall v(t) > \Delta, \end{cases}$$

где: $\Delta = const > 0$ – зона нечувствительности.

Отметим, что проведена только процедура аналитического синтеза системы управления, т. е. параметры контура адаптации (23) требуют уточнения, в частности, это числовые значения коэффициентов γ_1 , γ_2 и матрицы Γ , значения которых назначаются окончательно лишь в процессе имитационного моделирования синтезированной системы управления.

Имитационное моделирование

Проверка работоспособности и выбор значений параметров контура самонастройки системы управления (1), (3), (7), (10), (13), (23), синтезированной в работе, осуществлялись в процессе имитационного моделирования, которое выполнялось в среде Simulink пакета Matlab. В ходе вычислительного эксперимента проводилась серия сеансов моделирования для разного набора параметров объекта управления (1) из следующего множества Ξ :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0,1 \leq a_1 \leq 1 & -7,5 \leq a_2 \leq -0,5 & -6 \leq a_3 \leq -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \leq b_3 \leq 2 \end{pmatrix},$$

$$L^T = (1 \ 0 \ 0).$$

Известно запаздывание по управлению $h = 0.4$ сек. и верхняя граница внешней помехи $f_0 = 0,2$. Параметры эталона (3) и упредитель-компенсатора (7): $a_M = 1$, $k_M = 1,15$. Задающее воздействие $r(t) = 0,5 + 0,3 \sin(0.1t) - \sin(0,3t)$. Определив полином $g(s)$ в виде $g(s) = s^2 + 5s + 6$, получим следующие матрицу и векторы:

$$A_m = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -6 & -11 & -6 \end{pmatrix}, \quad B_m = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

На основе полученных A_m , B_m и G был вычислен вектор N стационарного наблюдателя (10): $N^T = [1094, 343425, 22927410]$. В качестве характеристических чисел матрицы $A_m - NL^T$ были выбраны $s_j = -500$, поскольку эти числа лежат существенно левее собственных чисел матрицы A_m .

Параметры адаптивного регулятора были выбраны следующим образом: $\Gamma = \text{diag}\{3000, 100, 150\}$, $\gamma_1 = 0,11$, $\gamma_2 = -50000$.

На рисунках 1, 2 представлены динамические процессы в системе (1), (3), (7), (10), (13), (23), полученные в ходе имитационного моделирования при следующих значениях исходных данных: $a_1 = 1$, $a_2 = -6$, $a_3 = -4$, $b_3 = 1$.

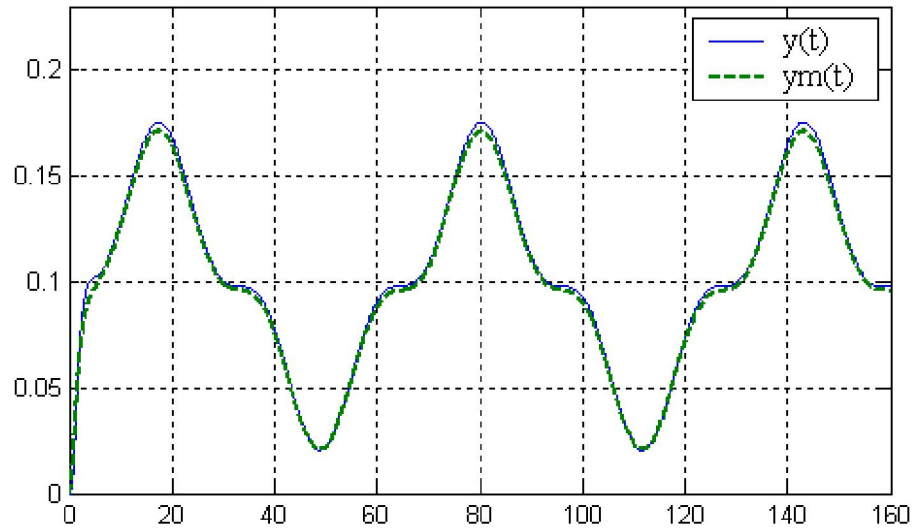


Рис. 1. Выходы объекта управления и эталонной модели

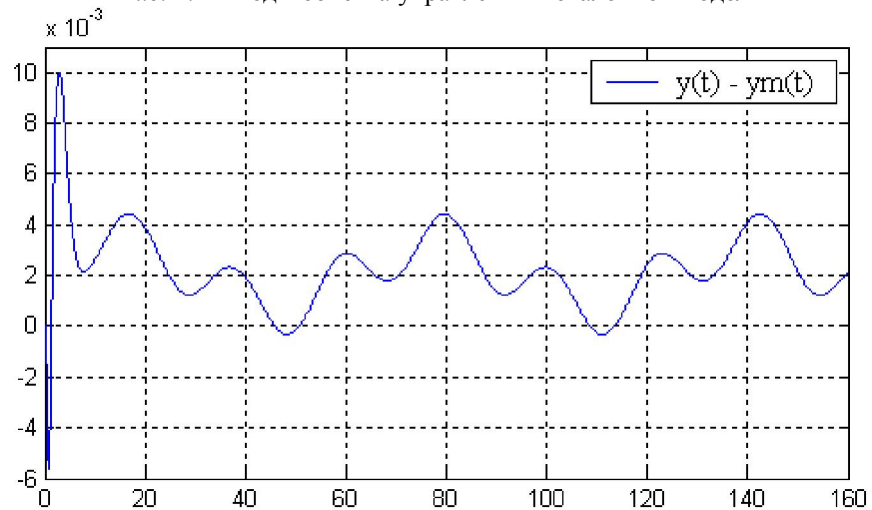


Рис. 2. Сигнал рассогласования между выходами объекта и явно-неявного эталона в системе со стационарным наблюдателем

На рисунках 3 и 4 приведены результаты имитационного моделирования системы, синтезированной с использованием схемы расширения ошибки [6] при исходных данных рассматриваемого примера. На рисунке 3 приведен сигнал рассогласования между выходом объекта и эталона, на рисунке 4 приведен фрагмент рисунка 3, позволяющий оценить точность функционирования системы в установившемся режиме.

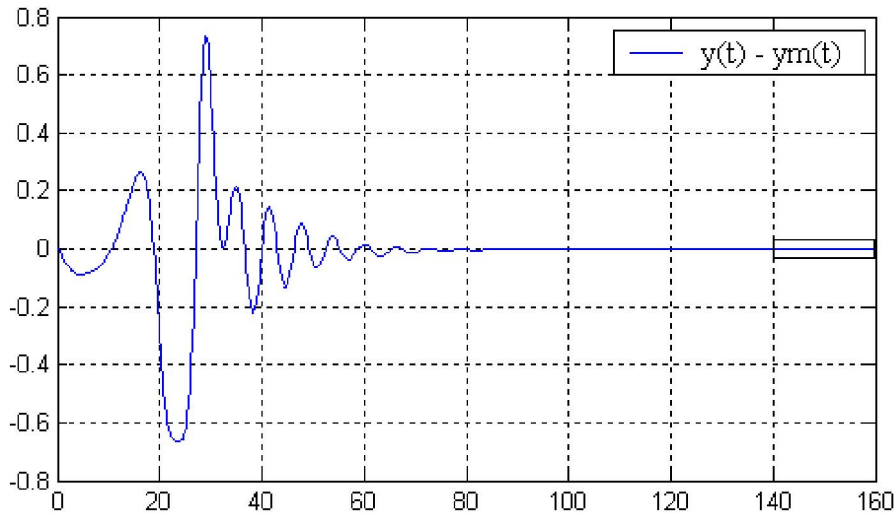


Рис. 3. Разность между выходами объекта и эталона в схеме с расширенной ошибкой

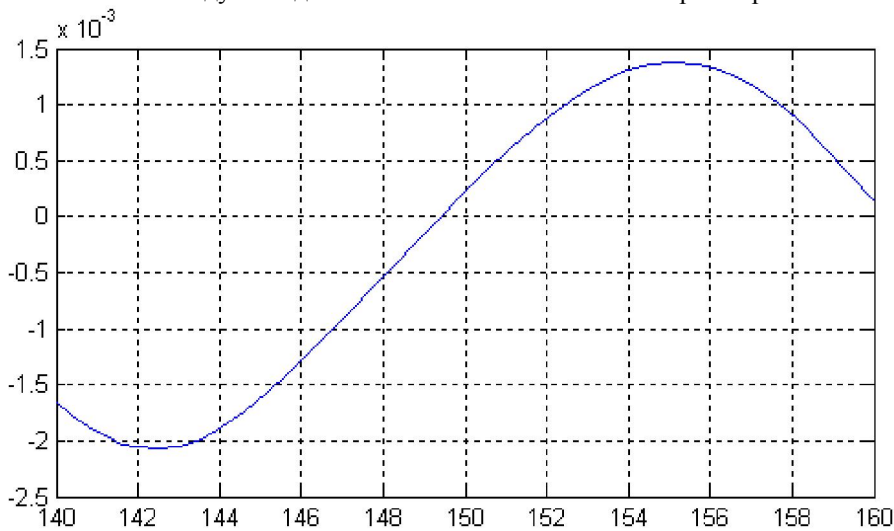


Рис. 4. Фрагмент рисунка 3

Как показывают результаты вычислительного эксперимента, величина рассогласования между выходами объекта управления и эталона для системы с наблюдателем состояния составляет 2,5 %, для системы с расширенной ошибкой – 0,8 %. При этом порядок системы, полученной в данной работе, равен $3n + 4$, а порядок системы с расширенной ошибкой равен $7n + 1$. Таким образом, обладая более простой структурой по сравнению со схемой расширения ошибки слежения, система управления со стационарным наблюдателем сохраняет достаточно хорошее качество функционирования.

Заключение

В данной работе при синтезе системы адаптации для объекта с запаздыванием по управлению, функционирующего в условиях априорной параметрической неопределенности и под действием постоянных помех, ключевую роль играют два принципа: первый принцип – компенсации запаздывания путем подключения в основной контур управления дополнительного устройства – упредитель-компенсатора; второй принцип – оценки недоступных измерению переменных состояния объекта с помощью стационарного наблюдателя. Указанные принципы позволяют разработать эффективные алгоритмы настройки коэффициентов регулятора, работоспособные и в условиях воздействия внешних неконтролируемых возмущений.

Применение наблюдателей в адаптивной системе для объектов с запаздыванием по управлению позволяет существенно упростить структурную сложность контура управления по отношению к адаптивным системам управления, построенным по схемам с использованием расширенной ошибки.

Анализируя значения показателей качества функционирования адаптивных систем со стационарным наблюдателем и с расширенной ошибкой, по результатам вычислительного эксперимента можно сделать выводы о том, что системы с наблюдателем обладают более высоким быстродействием и незначительным перерегулированием, а системы с расширенной ошибкой имеют более высокую точность в установившемся режиме.

Библиографические ссылки

1. *Краснова С. А.* Каскадный синтез наблюдателя состояния для нелинейных систем при наличии внешних возмущений // *АиТ.* – 2003. – № 1.
2. *Никифоров В. О.* Схемы адаптивного управления с расширенной ошибкой // *АиТ.* – 1994. – № 9.
3. *Еремин Е. Л., Кван Н. В., Семичевская Н. П.* Робастное управление нелинейным объектом со стационарным наблюдателем и быстродействующей эталонной моделью // *Информатика и системы управления.* – 2008. – № 4 (18).
4. *Андреевский Б. Р., Фрадков А. Л.* Избранные главы теории автоматического управления с примерами на языке Matlab. – СПб.: Наука, 2000.
5. *Паршева Е. А., Цыкунов А. М.* Адаптивное управление объектом с запаздывающим управлением со скалярным входом-выходом // *АиТ.* – 2001. – № 1.
6. *Еремин Е. Л., Чепак Л. В., Теличенко Д. А.* Синтез адаптивных систем для скалярных объектов с запаздыванием по управлению. – Благовещенск: АмГУ, 2006.
7. *Мееров М. В.* Адаптивные компенсирующие регуляторы с предиктором Смита // *АиТ.* – 2000. – № 10.
8. *Еремин Е. Л.* Робастные алгоритмы нестационарных систем управления с явно-неявной эталонной моделью // *Дифференциальные уравнения и процессы управления.* – 2001. – № 3.
9. *Попов В. М.* Гиперустойчивость автоматических систем. – М.: Наука, 1970.
10. *Фомин В. Н., Фрадков А. Л., Якубович В. А.* Адаптивное управление динамическими объектами. – М.: Наука, 1981.