УДК 621.9.026

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ЗАГОТОВКИ ПРИ ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ ФРЕЗЕРОВАНИИ

Ким В. А. – д-р техн. наук, проф., завкафедрой «Материаловедение и технология новых материалов», тел. 8-924-228-26-78, e-mail: kmtnm@knastu.ru; *Щелкунов Е. Б.* – канд. техн. наук, доц. кафедры «Технология машиностроения», тел. 8-914-163-01-16, e-mail: tm@knastu.ru; *Бреев С. В.* – асп. кафедры «Технология машиностроения», тел. (4217) 52-68-96, e-mail: breevsv@mail.ru (КнАГТУ)

В практике при использовании фрезерования часто не учитывается такой параметр режущего клина, как радиус скругления между задней и передней поверхностями. Исследования показывают, что параметры качества обработанной поверхности определяются напряженно-деформированным состоянием заготовки, формируемым в процессе скольжения скругленной частью режущей кромки по обрабатываемой поверхности перед началом стружкообразования.

In milling such parameter of a cutting wedge as radius of a rounding off between back and forward surfaces frequently is not taken into account. Researches show that quality of the machined surface is determined by the stressed-deformed state of a workpiece, which is produced when the rounded part of the cutting wedge slides along the surface of a workpiece to be machined before the chip production.

Ключевые слова: фрезерование, радиус скругления режущего клина, напряженно-деформированное состояние заготовки.

Фрезерование, несмотря на его широкую практическую применимость, теоретически изучено недостаточно. В работе [1] отмечено, что одной из основных причин возникновения наклепа и остаточных напряжений в поверхностях, прошедших операции фрезерования, является радиус скругления режущей кромки, а также тот факт, что стружкообразование не начнется, пока толщина срезаемого слоя не превысит величину радиуса скругления. Однако в работе не проводится анализ взаимодействия режущей кромки с заготовкой при отсутствии стружкообразования.

Фактически наличие радиуса скругления режущей кромки определяет напряженно-деформированное состояние детали после обработки, так как после начала стружкообразования пластически деформированная часть поверхностного слоя удалится следующим зубом фрезы [2]. Следовательно, характер деформации обрабатываемой поверхности до начала стружкообразования представляет важную теоретическую и практическую задачу, так как именно этот процесс определяет многие окончательные свойства поверхности детали.

Для описания напряженно-деформированного состояния (НДС) заготовки при фрезеровании воспользуемся методами теории пластичности [3, 4]. Расчетная схема представлена на рис. 1.

Используется цилиндрическая система координат и жесткопластическая модель деформируемого тела. Режущий инструмент внедряется радиусом скругления в обрабатываемый материал заготовки с истинной скоростью резания: $V_i = \sqrt{V^2 + \frac{VS}{500}\cos\left(\frac{\pi n}{30}\tau\right) + \frac{S^2}{10^6}}$.

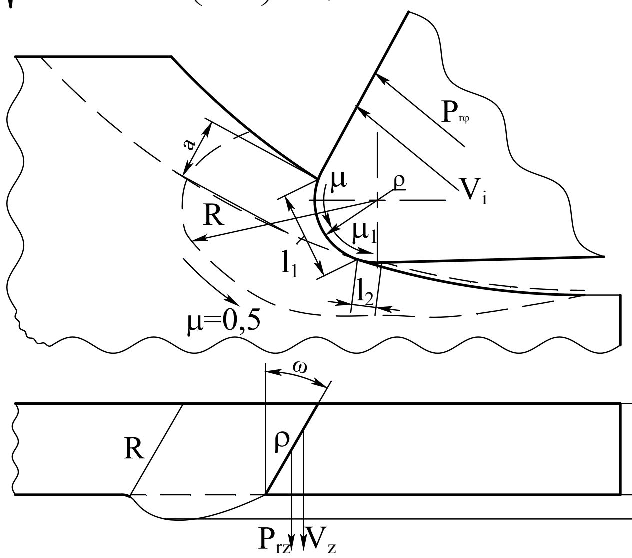

Рис. 1. Расчетная схема для определения НДС заготовки

Возникающий при этом очаг интенсивной пластической деформации заключен в области, ограниченной закругленной частью режущей кромки ρ, линией R, размерами исходной заготовки шириной b и границей деформированной в процессе обработки заготовки B. Параметры R и B определяют границы пластической области и должны быть найдены в процессе решения. Передняя часть радиуса округления контактирует с заготовкой по дуге радиусом ρ на длине l_1. На задней части радиуса округления режущей кромки происходит упругая разгрузка пластически деформированной области, что приводит к образованию контакта задней поверхности радиуса округления режущей кромки с заготовкой на длине l_2 с коэффициентом трения μ_1. Наличие составляющей скорости V_z объясняется углом наклона винтовой канавки ω, который обеспечивает деформацию в направлении оси z. В случае применения инструмента с прямым зубом, (т. е. если $\omega = 0$) деформация в направлении оси z отсутствует. Деформационное и скоростное упрочнение учитываются зависимостью напряжения текучести от накопленной деформации $\sigma_s(e_i)$, при определенных значениях температуры в зоне контакта и скорости деформации исходя из кинематического анализа процесса деформирования.

В цилиндрической системе координат система уравнений, описывающая напряженно-деформированное состояние заготовки [4], имеет следующий вид (1)–(4).

Уравнения равновесия:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial \tau_{r\varphi}}{\partial \varphi} + \dfrac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \dfrac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{r} = 0 \\ \dfrac{\partial \tau_{r\varphi}}{\partial r} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial \sigma_\varphi}{\partial \varphi} + \dfrac{\partial \tau_{\varphi z}}{\partial z} + \dfrac{2\tau_{r\varphi}}{r} = 0 \\ \dfrac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial \tau_{\varphi z}}{\partial \varphi} + \dfrac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \dfrac{\tau_{rz}}{r} = 0 \end{cases} \tag{1}$$

Энергетическое условие пластичности Губера–Мизеса в упрощенной форме:

$$\begin{cases} \sigma_\varphi - \sigma_r = \beta\sigma_s \\ \sigma_r - \sigma_z = \beta\sigma_s \end{cases} \tag{2}$$

Уравнения Леви-Мизеса, связывающие скорости деформации со скоростями деформирования:

$$\begin{cases} \xi_r = \dfrac{\partial V_r}{\partial r} \\ \xi_\varphi = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi} + \dfrac{V_r}{r} \\ \xi_z = \dfrac{\partial V_z}{\partial z} \\ \eta_{r\varphi} = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial V_r}{\partial \varphi} - \dfrac{V_\varphi}{r} + \dfrac{\partial V_\varphi}{\partial r} \\ \eta_{rz} = \dfrac{\partial V_r}{\partial z} + \dfrac{\partial V_z}{\partial r} \\ \eta_{\varphi z} = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial V_z}{\partial \varphi} + \dfrac{\partial V_\varphi}{\partial z} \end{cases} \tag{3}$$

Условие несжимаемости (условие постоянства объема):

$$\xi_r + \xi_\varphi + \xi_z = 0 \tag{4}$$

Граничные условия, позволяющие конкретизировать уравнения (1)–(4):

1. При $r = \rho$ радиальная скорость деформирования $V_r = V_i cos(\varphi - \nu_n)$ (угол ν – угол между вектором истинной скорости резания и осью симметрии

режущего клина $\nu_n = \frac{\beta_c}{2} + \gamma$, β_c – угол заострения, полученный при заточке); касательное напряжение $\tau_{r\varphi}=\beta\mu\sigma_s$.; нормальное окружное напряжение $\sigma_\varphi = -\frac{\mu_1 \beta \sigma_S l_2}{R-\rho}$.

2. При $r = R$; $V_r = 0$; $\tau_{r\varphi} = -0{,}5\beta\sigma_s$.

3. При $z = b$ осевая составляющая скорости деформирования $V_z = V_r sin\omega$, касательное напряжение $\tau_{rz} = \mu\beta\sigma_s$.

4. При $z = B$, $V_z = 0$; $\tau_{rz} = -0{,}5\beta\sigma_s$,

где: β – коэффициент Лодэ, μ – коэффициент пластического терния, μ_1 – коэффициент трения скольжения. l_1 – длина контакта по передней поверхности $l_1 = \rho\sqrt{1-\left(1-\frac{a}{\rho}\right)^2}$, мм, σ_s – напряжение текучести материала заготовки, МПа, a – толщина деформируемого слоя: $a = S_z \sin\left(\frac{\pi n}{30}\tau\right)$, мм, γ – передний угол, град.

В соответствии с расчетной схемой в направлении оси симметрии режущего клина он не вызывает касательного напряжения (при $\varphi = \nu_n$, $\tau_{r\varphi}=0$), т. к. происходит только сжатие очага интенсивной пластической деформации. В плоскости $r\varphi$ при различных координатах z изменяться будет только длина контакта, то есть касательное напряжение $\tau_{r\varphi}$ не зависит от координаты z. В осевом направлении режущий клин вызывает деформацию, обусловленную наличием касательного напряжения τ_{rz}, которое изменяется только в направлении оси z. При любом значении радиус-вектора r и угла φ данная зависимость сохраняется, поэтому $\tau_{rz} = f(z)$. Возникающее касательное напряжение $\tau_{\varphi z}$, также характеризующее изменение формы очага интенсивной пластической деформации в осевом направлении, изменяется в зависимости от величины радиус-вектора r и осевой координаты z. Таким образом выражения для определения касательных напряжений в общем виде:

$$\begin{cases} \tau_{r\varphi} = f(r)\sin(\varphi - \upsilon_n) \\ \tau_{rz} = f_1(z) \\ \tau_{\varphi z} = f_2(r, z) \end{cases} \tag{5}$$

Так как касательное напряжение τ_{rz} не зависит от угла поворота φ, то в соответствии с работой [4], его можно представить в обобщенном виде гиперболической функции:

$$\tau_{rz} = f_1(z) = \frac{C_1}{z} + C_2 \tag{6}$$

Подставив полученные выражения (2), (5) и (6) в уравнения равновесия (1) и проведя ряд преобразований, получим:

$$\begin{cases} f''(r) + \dfrac{3}{r} f'(r) + \dfrac{1}{r^2} f(r) = 0 \\ \dfrac{\partial^2 f_2}{\partial z \partial r} r + \dfrac{\partial f_2}{\partial z} = 0 \end{cases} \tag{7}$$

Первое уравнение системы (7) является уравнением Эйлера. Решением данного уравнения в соответствии с работой [5] является функция:

$$f(r) = \frac{C_3 + C_4 \ln(r)}{r}.$$

Второе уравнение системы (7) является дифференциальным уравнением второго порядка в частных производных. Решением является гиперболическая функция от радиус-вектора:

$$f_2 = C_5 + \frac{C_6}{r}.$$

С учетом граничных условий тензор напряжений определяется следующим образом:

$$\sigma = \frac{\beta\sigma_s}{3}\left[\begin{array}{l} (2+\sin\omega)\left(\begin{array}{l}\left((\mu\rho + 0{,}5R)\left(\dfrac{r}{\rho} - 1\right) + \ln\left(\dfrac{\rho^{\mu\rho+0{,}5R} R^{\mu(\rho - r)}}{r^{\mu\rho+0{,}5R}}\right)\right)\dfrac{\cos(\varphi - \nu_n)}{\ln\left(\dfrac{R}{\rho}\right) r} \\ + \ln\left(\dfrac{r}{\rho}\right) - \dfrac{\mu_1 l_2}{R - \rho} \end{array}\right) \\ -1 - 2\sin\omega \end{array}\right]$$

$$\tau_{r\varphi} = \frac{\beta\sigma_s}{\ln\left(\dfrac{R}{\rho}\right)} \ln\left(\frac{\rho^{0{,}5R} R^{\mu\rho}}{r^{\mu\rho+0{,}5R}}\right)\sin(\varphi - \upsilon_n) \tag{8}$$

$$\tau_{rz} = \beta\sigma_s\left[\mu - (0{,}5+\mu)\frac{z-b}{B-b}\right]$$

$$\tau_{\varphi z} = \beta\sigma_s\left[\mu - (0{,}5+\mu)\frac{r-\rho}{R-\rho}\right]$$

$$\sigma_r = \beta\sigma_s \left[\begin{array}{l} \left((\mu\rho + 0{,}5R)\left(\dfrac{r}{\rho} - 1\right) + \ln\left(\dfrac{\rho^{\mu\rho+0{,}5R} R^{\mu(\rho-r)}}{r^{\mu\rho+0{,}5R}}\right)\right) \dfrac{\cos(\varphi - \upsilon_n)}{\ln\left(\dfrac{R}{\rho}\right) r} + \\ + \ln\left(\dfrac{r}{\rho}\right) - \dfrac{\mu_1 l_2}{R-\rho} - 1 \end{array} \right]$$

$$\sigma_\varphi = \beta\sigma_s \left[\begin{array}{l} \left((\mu\rho + 0{,}5R)\left(\dfrac{r}{\rho} - 1\right) + \ln\left(\dfrac{\rho^{\mu\rho+0{,}5R} R^{\mu(\rho-r)}}{r^{\mu\rho+0{,}5R}}\right)\right) \dfrac{\cos(\varphi - \upsilon_n)}{\ln\left(\dfrac{R}{\rho}\right) r} + \\ + \ln\left(\dfrac{r}{\rho}\right) - \dfrac{\mu_1 l_2}{R-\rho} \end{array} \right]$$

$$\sigma_z = \beta\sigma_s \sin\omega \left[\begin{array}{l} \left((\mu\rho + 0{,}5R)\left(\dfrac{r}{\rho} - 1\right) + \ln\left(\dfrac{\rho^{\mu\rho+0{,}5R} R^{\mu(\rho-r)}}{r^{\mu\rho+0{,}5R}}\right)\right) \dfrac{\cos(\varphi - \upsilon_n)}{\ln\left(\dfrac{R}{\rho}\right) r} \\ + \ln\left(\dfrac{r}{\rho}\right) - \dfrac{\mu_1 l_2}{R-\rho} - 2 \end{array} \right]$$

где: σ – среднее нормальное напряжение (гидростатическое давление).

Полученные зависимости хорошо согласуются с работами [3, 4].

Деформирующее усилие, которое необходимо приложить к режущему зубу для преодоления нормального напряжения σ_φ; для сдвига пластической области относительно расположенной ниже жесткой области; для преодоления силы трения на передней и задней поверхностях радиуса округления режущего клина исходя из тензора напряжений (8), определяются выражением в плоскости $r\varphi$:

$$P_d = \beta\sigma_s \sqrt{\begin{array}{l} b^2\cos^2\omega\left(\dfrac{\mu l_1^2}{R-\rho} + \dfrac{R-\rho}{4} + \mu l_1 + \mu_1 l_2\right)^2 + \\ + \sin^2\omega\left(\dfrac{\mu\rho^2 l_1}{2(B-b)} - (B-b)l_1\left(2 + \dfrac{\mu l_1}{R-\rho}\right) + \mu(B-b)l_1 + \mu_1 l_2 b\right)^2 \end{array}} \qquad (9)$$

Параметры *R* и *B,* определяющие размер очага интенсивной пластической деформации, найдем из условия минимума усилия деформации, для чего необходимо продифференцировать выражение (9) по каждому из параметров, приравнять полученные выражения к нулю и разрешить относительно каждого из параметров соответственно:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial P_{r\varphi}}{\partial R} = 0 \\ \dfrac{\partial P_{rz}}{\partial B} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R = \rho\left[1 + 2\sqrt{\mu\left(1 - \left(1 - \dfrac{a}{\rho}\right)^2\right)}\right] \\ B = b + \rho\dfrac{\sqrt{2\mu^2 + 4\mu - \mu\sqrt{\mu}}}{\sqrt{\mu} - 2\mu + 4} \end{cases} \quad (10)$$

Выражения (10) хорошо согласуются с данными работы [6], а также с общим теоретическим представлением о процессе. В общем случае среднее напряжение текучести σ_s, входящее в исследуемое выражение (9), является функцией параметров R и B, с учетом чего и надо производить дифференцирование выражения (9). Свойства обрабатываемого материала при определении границ очага интенсивной пластической деформации учитываются через зависимость напряжения текучести от скорости деформации и накопленной деформации, однако такой учет возможен только при известном кинематическом и деформированном состояниях очага, которые рассматриваются далее с использованием зависимости (10) в качестве первого приближения.

Из уравнений связи напряжений со скоростями деформации Леви-Мизеса [3] следует:

$$\begin{cases} \dfrac{\xi_r}{\xi_i} = \dfrac{3}{2\sigma_S}(\sigma_r - \sigma) \\ \dfrac{\xi_\varphi}{\xi_i} = \dfrac{3}{2\sigma_S}(\sigma_\varphi - \sigma) \\ \dfrac{\xi_z}{\xi_i} = \dfrac{3}{2\sigma_S}(\sigma_z - \sigma) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \xi_r = \dfrac{V_i\cos(\varphi - \upsilon_n)}{R - \rho} \\ \xi_\varphi = \dfrac{V_i\cos(\varphi - \upsilon_n)}{R - \rho}\left(1 + \dfrac{r - \rho}{B - b}\sin\omega\right) \\ \xi_z = \dfrac{V_r\sin\omega}{B - b} \end{cases} \cdot \quad (11)$$

Выражения (11) тождественно удовлетворяют условию несжимаемости (4), что говорит о правильности полученных результатов. Перейдем к анализу деформированного состояния. Воспользуемся принципом относительности движения, тогда:

$V_r = 0$ при $r = \rho$, $V_r = -V_i cos\varphi$ при $r = R$

$V_z = 0$ при $z = b$, $V_z = -V_r sin\omega$ при $z = B$

Таким образом, выражения для компонентов скорости течения по определению (3):

$$\begin{cases} \xi_r = -\dfrac{V_i\cos(\varphi - \upsilon_n)}{R - \rho} \\ \xi_\varphi = \dfrac{V_i\cos(\varphi - \upsilon_n)}{R - \rho}\left(1 + \dfrac{r - \rho}{B - b}\sin\omega\right) \\ \xi_z = -\dfrac{V_r\sin\omega}{B - b} \end{cases} . \quad (12)$$

Выражения (11) и (12) отличаются только знаками, что в соответствии с принципом относительности движения говорит о правильности полученного решения. В соответствии с работами [3, 4], интенсивность скоростей деформации можно определить как максимальную из компонентов (12) скоростей деформации с учетом коэффициента Лоде:

$$\xi_i = \beta \frac{V_n \cos\varphi}{R-\rho}\left(1 + \frac{r-\rho}{B-b}\sin\omega\right) \qquad (13)$$

В области пластического течения можно выделить две зоны с различным деформированным состоянием [3] в плоскости $r\varphi$ (см. рис. 2): зона стационарной деформации *а*, прилегающая к радиусу округления режущего клина, и зона *б*, в которой постоянен приток недеформированного материала.

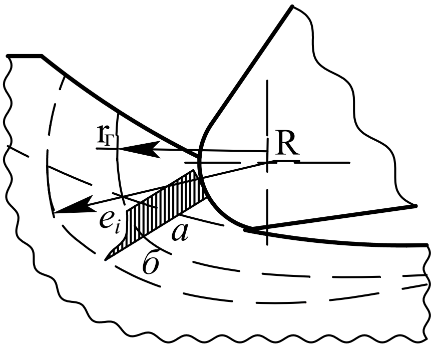

Рис. 2. Деформированное состояние заготовки

Так как деформирующее усилие, действующее в плоскости $r\varphi$, значительно превосходит усилие в плоскости rz, то будем считать, что средняя по очагу накопленная деформация e_i зависит только от радиус-вектора r.

Из соотношения А. А. Ильюшина [3]:

$$\xi_i = V_r \frac{\partial e_i}{\partial r} \qquad (14)$$

С учетом граничного условия при $r = r_0$, $e_i = 0$ из определения (14) следует:

$$e_{iб} = \beta\left(\ln\left(\frac{R-\rho}{r-\rho}\right) + \frac{R-\rho}{B-b}\sin\omega\right) \qquad (15)$$

Для определения деформированного состояния в области нестационарных деформаций в зоне *а*, необходимо перейти от лагранжевых координат к эйлеровым. Скорость радиального течения V_r можно представить как производную от радиус-вектора r по времени τ с учетом граничного условия при $\tau = 0$, $r = r_0$.

$$e_{ia} = \beta\left[\frac{V_i\cos(\varphi-\upsilon_n)}{R-\rho}\tau + \sin\omega\frac{R-\rho}{B-b}e^{-\frac{V_i\cos(\varphi-\upsilon_n)}{R-\rho}\tau}\left(1-e^{-\frac{V_i\cos(\varphi-\upsilon_n)}{R-\rho}\tau}\right)\right] \qquad (16)$$

Из выражений (15), (16) с учетом схемы распределения деформации (см. рис. 3) средняя накопленная деформация e_i:

$$e_{icp} = \beta \left(\frac{\left(3\exp\left(-\frac{2V_i\tau\cos(\varphi-\nu_n)}{R-\rho}\right) - 2\exp\left(-\frac{3V_i\tau\cos(\varphi-\nu_n)}{R-\rho}\right) - 2\exp\left(-\frac{V_i\tau\cos(\varphi-\nu_n)}{R-\rho}\right) + 1 \right)\sqrt{\mu} l_1 \sin\omega}{B-b} - \exp\left(-\frac{V_i\tau\cos(\varphi-\nu_n)}{R-\rho}\right) + 1 \right) \qquad (17)$$

Известное кинематическое и напряженное состояние заготовки позволяют перейти к более точному определению границ очага интенсивной пластической деформации. Из формул (13) и (17) видно, что скорость деформации и накопленная деформация зависят от параметров R и B, и, следовательно, при учете упрочнения обрабатываемого материала $\sigma_s = \sigma_s(e_i.\ \xi_i) = \sigma_s(R, B)$. Алгоритм нахождения границ очага интенсивной пластической деформации с учетом свойств обрабатываемого материала состоит в следующем: 1) исходя из известных данных, определить в первом приближении границы по формуле (10); 2) определить интенсивность скоростей деформации по формуле (14) и накопленную деформацию по формуле (17); 3) определить характер зависимости напряжения текучести от накопленной деформации при данных интенсивности скоростей деформации и значения температуры контакта; 4) численно найти экстремум выражения (9), рассматривая его сначала как функцию от R, а потом от B; 5) повторить итерацию необходимое число раз.

Разработанная модель дает результаты, хорошо согласующиеся с экспериментальными данными (см. рис. 3). На рисунке 4 приведены экспериментальные значения силы резания при встречном фрезеровании стали 30ХГСА, причем режим обработки обеспечивал постоянное нахождение в контакте только одного зуба. Максимальная величина расхождения между экспериментальными и расчетными значениями составляет 14 %, а средняя не превышает 7 %, что свидетельствует об адекватности математической модели изменения силы деформирования.

Выводы

1. Разработанная модель описывает НДС заготовки при встречном фрезеровании в 3 координатных направлениях, что заметно отличает ее от полученных ранее решений на плоскости.
2. Определена зависимость для определения силы пластического деформирования перед стружкообразованием.
3. Теоретически описано и экспериментально подтверждено существование деформирования заготовки скругленной частью режущей кромки, предшествующего стружкообразованию.

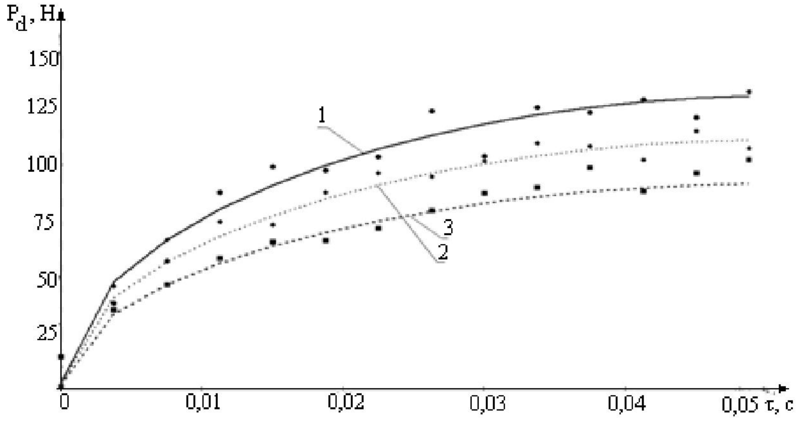

Рис. 3. Осциллограмма и графики усредненного экспериментального и теоретического значений силы деформирования:
режимы обработки: 1) S_z = 0,428 мм/зуб., t = 2,45 мм, V = 5 м/мин; 2) S_z = 0,214 мм/зуб., t = 2,45 мм, V = 9,9 м/мин; 3) S_z = 0,107 мм/зуб., t = 2,45 мм, V = 19,8 м/мин

Библиографические ссылки

1. *Разработка* новой теории резания. 5. Определение кинематического, напряженного и деформированного состояния заготовки / А. Л. Воронцов, Н. М. Султан-Заде, А. Ю. Албагачиев // Вестник машиностроения. – 2008. – № 5.

2. *Ивлев Д. Д.* Механика пластических сред. – Т. 2. Общие вопросы. Жесткопластическое и упругопластическое состояние тел. Упрочнение. Деформационные теории. Сложные среды. – М.: Физматлит, 2002.

3. *Камке Э.* Справочник по дифференциальным уравнениям в частных производных первого порядка. – М., 1966.

4. *Шероховатость* обработанной поверхности при цилиндрическом фрезеровании. / Ким В. А., Щелкунов Е. Б., Бреев С. В. // Ученые записки КнАГТУ. – 2010. – № 1.

5. *Машиностроение.* Энциклопедия. Том III-3 / Дальский М. А., Суслов А. Г., Назаров Ю. Ф. и др. Под общ. ред. А. Г. Суслова // М.: Машиностроение, 2002.

6. *Солоненко В. Г., Рыжкин А. А.* Резание металлов и режущие инструменты: Учеб. пособие для вузов // М.: Высш. шк., 2008.