



УДК 519.95: 629.7

© А. В. Алиев, О. В. Мищенко, 2007

**О ПРИМЕНЕНИИ МЕТОДА ЛИНЕАРИЗАЦИИ ПРИ РЕШЕНИИ  
НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ ВНУТРЕННЕЙ БАЛЛИСТИКИ**

*Алиев А. В.* – д-р физ.-мат. наук, проф., завкафедрой «Тепловые двигатели и установки»; *Мищенко О. В.* – канд. физ.-мат. наук, доц. кафедры «Тепловые двигатели и установки» (ИжГТУ)

С использованием метода линеаризации построены математические модели, описывающие развитие возмущений в твердотопливном газогенераторе. Уравнения возмущенного движения выводятся из уравнений одномерного равновесного движения продуктов сгорания в камере сгорания в период времени, соответствующий начальному периоду работы газогенератора. Математические модели возмущенного движения применяются при решении двух задач внутренней баллистики – для расчета среднеквадратических отклонений газодинамических параметров и для определения собственных частот акустических колебаний газогенератора.

With use of a linearization's method the mathematical models describing development of indignations in rocket engine are constructed. The equations of the indignant movement are deduced from the equations of one-dimensional equilibrium movement of products of combustion in the chamber of combustion during time, corresponding to an initial stage of work rocket engine. Mathematical models of the indignant movement are applied at the decision of two problems of internal ballistics - to calculation dispersions gas parameters and for definition of own frequencies of acoustic fluctuations rocket engine.

Уравнения газовой динамики, используемые при анализе внутрибаллистических процессов в твердотопливных газогенераторах (ГГТТ) [1, 2], существенно нелинейны, что связано с особенностями протекающих в газогенераторах физических процессов. Основным способом исследования процессов в камере сгорания ГГТТ является анализ его равновесного состояния. Однако в ряде решаемых технических задач особый интерес могут представлять особенности развития малых возмущений исследуемых параметров относительно их равновесного со-

стояния. Математическим инструментом, позволяющим исследовать развитие «возмущенного» изменения параметров, является метод линеаризации [3]. В соответствии с этим методом решение задачи сводится к решению одновременно двух задач – для исходной нелинейной системы, определяющей равновесное состояние исследуемой системы, и для ее линеаризованного варианта. Как пример, можно привести применение метода линеаризации для решения задачи об устойчивости ламинарного пограничного слоя [4]. В [5] анализ возмущений газодинамических параметров в пограничном слое позволяет выполнить количественный анализ эрозионного горения твердого ракетного топлива.

Будем рассматривать задачу о выходе на режим ГГТТ, конструктивный вид которого представлен на рис. 1.

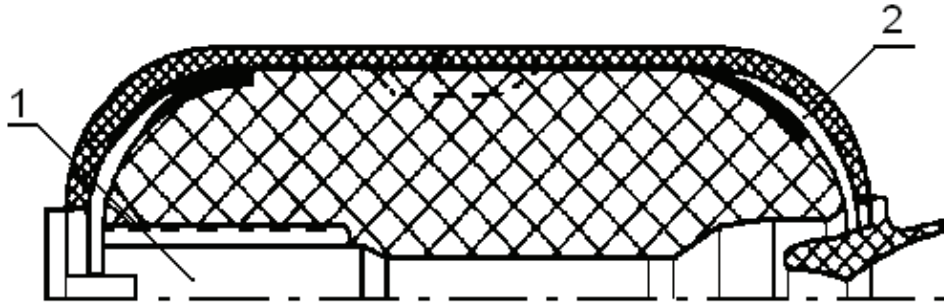


Рис. 1. Конструктивная схема ГГТТ:

1 – центральный канал; 2 – сопловая торцовая полость

Уравнения внутрибаллистических процессов (уравнение сохранения массы, количества движения и энергии, а также уравнение состояния), записанные для внутреннего канала (рис. 1, позиции 1, 2) твердого топлива, могут быть записаны в следующем виде [6]:

$$\frac{\partial}{\partial t} F(x,t) = f_F, \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho F + \frac{\partial}{\partial x} \rho Fu = f_\rho, \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho Fu + \frac{\partial}{\partial x} \rho Fu^2 + F \frac{\partial p}{\partial x} = f_u, \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho FE + \frac{\partial}{\partial x} \rho FEu + \frac{\partial}{\partial x} Fup = f_E, \quad (4)$$

$$p = \rho(k-1) \left( E - \frac{1}{2} u^2 \right). \quad (5)$$



В уравнениях (1)–(5) обозначено:  $t$  – текущее время процесса,  $x$  – продольная координата,  $F$  – площадь поперечного сечения канала (площадь является функцией продольной координаты),  $\rho$ ,  $p$ ,  $E$ ,  $u$  – плотность, давление, энергия и скорость продуктов сгорания,  $k$  – адиабата,  $f_\rho, f_u, f_E$  – правые части в уравнениях, характеризующие мощности источников массы, количества движения и энергии. В системе уравнений (1)–(5) записано уравнение сохранения массы только для суммарной плотности. Включение уравнений для сохранения массы отдельных компонентов не вносит принципиальных трудностей в решение уравнений для возмущений. Система уравнений замыкается соотношениями для термодинамических параметров и теплофизических характеристик газовой смеси. Единственное решение задачи обеспечивается заданием начальных и граничных условий для газодинамических параметров. Вместе с уравнениями газовой динамики дополнительно решаются уравнения прогрева твердого топлива, уравнения для определения скорости распространения пламени и для скорости горения воспламенительного состава [6].

Решение задачи (1)–(5) осуществляется в детерминированной постановке, предполагающей, что все исходные данные – точные числа. Однако в действительности это не так. Например, истинные значения теплофизических характеристик топлива могут отличаться от значений, задаваемых в исходных данных, и могут быть охарактеризованы как стохастические величины. В этом случае следует, что искомые функции при решении задачи тоже необходимо рассматривать как стохастические. Другая трудность при решении рассматриваемого класса задач состоит в незнании точных значений какой-либо группы параметров, которую нельзя отнести к стохастической (например, какой-то параметр невозможно измерить). Такая неопределенность заставляет вести решение задачи и ее обработку при варьировании неизвестных параметров во всем возможном диапазоне их изменения.

Привлекательным для практики представляется подход, при котором детерминированное решение задачи о развитии процесса в твердо-топливном газогенераторе рассматривается как определение математического ожидания разыскиваемых параметров, а для определения отклонений параметров от их математического ожидания базовая система уравнений дополняется уравнениями для расчета отклонений. Кроме того, при таком подходе удастся решить задачу об устойчивости внутренних процессов в твердо-топливном газогенераторе (установление таких значений неопределенных исходных данных, при которых значения разыскиваемых параметров в какой-то момент времени начинают неограниченно возрастать). Известны попытки решения подоб-

ных задач, например, [2]. Однако из-за слабых мощностей ЭВМ прошлого века решение этих задач ограничивалось определением осредненных по свободному объему значений математического ожидания и дисперсий для основных характеристик рабочего процесса в газогенераторе. Условия устойчивости работы твердотопливного газогенератора определялись также из предположения о том, что скорости продуктов сгорания во внутреннем объеме камеры близки к нулю. В начальный период работы твердотопливного газогенератора применение таких допущений может привести к значительным ошибкам.

Уравнения для разбросов разыскиваемых параметров  $\varphi_i$  (под  $\varphi_i$  понимаются значения  $F, \rho, p, E, u$  и др.) могут быть получены в предположении о том, что отклонения этих параметров  $\varphi'_i$  от базовых значений удовлетворяют условиям  $\frac{\varphi'_i}{\varphi_i} \ll 1$ . Процедура линеаризации уравнений (1)–(5) с учетом последнего соотношения позволяет получить следующие уравнения для отклонений  $\rho', u', E', p'$ :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( F \frac{F'}{F} \right) = f'_F, \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \rho F \left( \frac{\rho'}{\rho} + \frac{F'}{F} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho F u \left( \frac{\rho'}{\rho} + \frac{F'}{F} + \frac{u'}{u} \right) \right) = f'_{1\rho}, \quad (7)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left( \rho F u \left( \frac{\rho'}{\rho} + \frac{F'}{F} + \frac{u'}{u} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho F u^2 \left( \frac{\rho'}{\rho} + \frac{F'}{F} + \right. \right. \\ & \left. \left. + 2 \frac{u'}{u} \right) \right) + \left( F \frac{F'}{F} \frac{\partial}{\partial x} p + F \frac{\partial}{\partial x} p \frac{p'}{p} \right) = f'_{1u}, \quad (8) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \rho F E \left( \frac{\rho'}{\rho} + \frac{F'}{F} + \frac{E'}{E} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho F E u \left( \frac{\rho'}{\rho} + \frac{F'}{F} + \frac{E'}{E} + \frac{u'}{u} \right) \right) +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial x} \left( F u p \left( \frac{F'}{F} + \frac{u'}{u} + \frac{p'}{p} \right) \right) = f'_{1E}, \quad (9)$$

$$\frac{p'}{p} = \frac{\rho'}{\rho} + \frac{k'}{k-1} + \frac{E'}{E - \frac{1}{2}u^2} + \frac{uu'}{E - \frac{1}{2}u^2}. \quad (10)$$

Система уравнений (6)–(10) решается при задании начальных и граничных условий для отклонений  $F'(t, x), \rho'(t, x), u'(t, x), E'(t, x)$ .

Значения отклонений внутрибаллистических параметров, обусловленные возмущениями правых частей уравнений (1)–(5), (6)–(10), граничными и начальными условиями, могут быть установлены последо-



вательным решением записанных систем уравнений. На первом этапе выполняется решение уравнений (1)–(5), что позволяет вычислить математические ожидания для рассчитываемых внутрибаллистических параметров (соответствует отсутствию возмущающих факторов). На втором этапе выполняется многократное (для каждого варианта возможных возмущений) решение системы уравнений (6)–(10). Консервативная форма записи уравнений для возмущений позволяет на обоих этапах вычислительного цикла применить одни и те же вычислительные процедуры (в работе использовался метод крупных частиц [7] с модификациями [6]).

Для целей практики представляют интерес не только отклонения внутрибаллистических параметров, но и их дисперсии (среднеквадратические отклонения). В дальнейшем будем считать, что изменение дисперсий внутрибаллистических параметров в период работы ГТТ (при выходе на режим и на квазистационарном участке его работы) соответствует развитию Гаусовского случайного процесса [8]. В этом случае можно принять, что все стохастические переменные, соответствующие развитию разбросов параметров внутренней баллистики, подчиняются нормальному закону распределения случайных величин. В этом случае при анализе разбросов можно ограничиться определением математических ожиданий и дисперсий внутрибаллистических параметров.

Пусть функциональная зависимость стохастической величины  $\Phi$  от  $N$  аргументов  $x_i$  имеет вид  $\Phi = \Phi(x_1, x_2, \dots, x_N)$ . Тогда в соответствии с [8] вычисление дисперсии  $\sigma_\Phi^2$  с использованием метода линеаризации может быть выполнено по формуле

$$\sigma_\Phi^2 = \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \right)_{x_i}^2 \sigma_{x_i}^2. \quad (11)$$

Выше отмечалось, что возмущающими факторами, влияющими на возникновение и развитие отклонений, являются параметры, входящие в правые части уравнений (1), а также параметры, включенные в начальные и граничные условия. Все возмущающие факторы можно разбить на несколько групп. В первую группу параметров следует внести первоначальное значение давления в камере ГТТ, температуру газа, заполняющего внутренний объем ГТТ, и первоначальную температуру твердого топлива. Влияние разбросов параметров окружающей среды (давление, температура и др.) существенно мало, и учитывать их не будем. Во вторую группу параметров входят теплофизические и термодинамические характеристики продуктов сгорания воспламенительного состава (удельные теплоемкости, коэффициент теплопроводности

сти, динамическая вязкость, молекулярная масса, температура продуктов сгорания, массовая концентрация конденсированных частиц в продуктах сгорания воспламенительного состава), сведения о свойствах твердой фазы воспламенительного состава (масса навески, плотность воспламенительного состава), характеристики горения воспламенительного состава (скорость горения и энтальпия продуктов сгорания), значение площади отверстий в корпусе воспламенителя. В третью группу параметров входят теплофизические и термодинамические характеристики продуктов сгорания топлива, сведения о свойствах топлива в твердой фазе (плотность топлива, удельная теплоемкость), скорость горения топлива, значение параметров, характеризующих зажигание топлива (температура зажигания и (или) глубина химической реакции в поверхностном слое топлива, при которой происходит зажигание топлива). В четвертую группу параметров входит геометрия рассчитываемого ГТТ. Для характерных объемов – это величина внутреннего объема и площадь поверхности горения топлива. Для областей канального типа – это площадь поперечного сечения канала и периметр боковой поверхности канала (периметр горячей поверхности топлива). Для соплового блока – это площадь минимального сечения сопла. Кроме того, в последнюю группу параметров следует включить значения давления разрушения заглушки и продолжительность разрушения заглушки.

При подготовке исходных данных для всех перечисленных параметров необходимо задавать их математические ожидания и разбросы. Характер получаемых при расчете разбросов внутрибаллистических параметров выполнен для исходных данных, соответствующих крупному ГТТ (длина центрального канала составляет ~6 м, площадь поверхности горения топлива ~22 м<sup>2</sup>, внутренний объем камеры сгорания ~2,2 м<sup>3</sup>, масса воспламенительного состава 4 кг). Максимальные значения разбросов параметров, задаваемых в исходных данных, принимались в интервале от 2 до 10 % от их номинальных значений. Результаты расчета разбросов приводятся на рис. 2, 3.

На рис. 2 приводятся значения среднеквадратических отклонений  $w = \sqrt{\sigma_{\Phi}^2}$  давления продуктов сгорания (кривая 1), плотности (кривая 2), энергии (кривая 3) и температуры (кривая 4), вычисленные в середине центрального канала ГТТ. На рис. 3 представлены зависимости  $p(t)$ , построенные в середине центрального канала ГТТ. Приводятся три зависимости давления  $p(t)$  – для математического ожидания (кривая 2), максимального (кривая 1) и минимального (кривая 3) значений давлений.

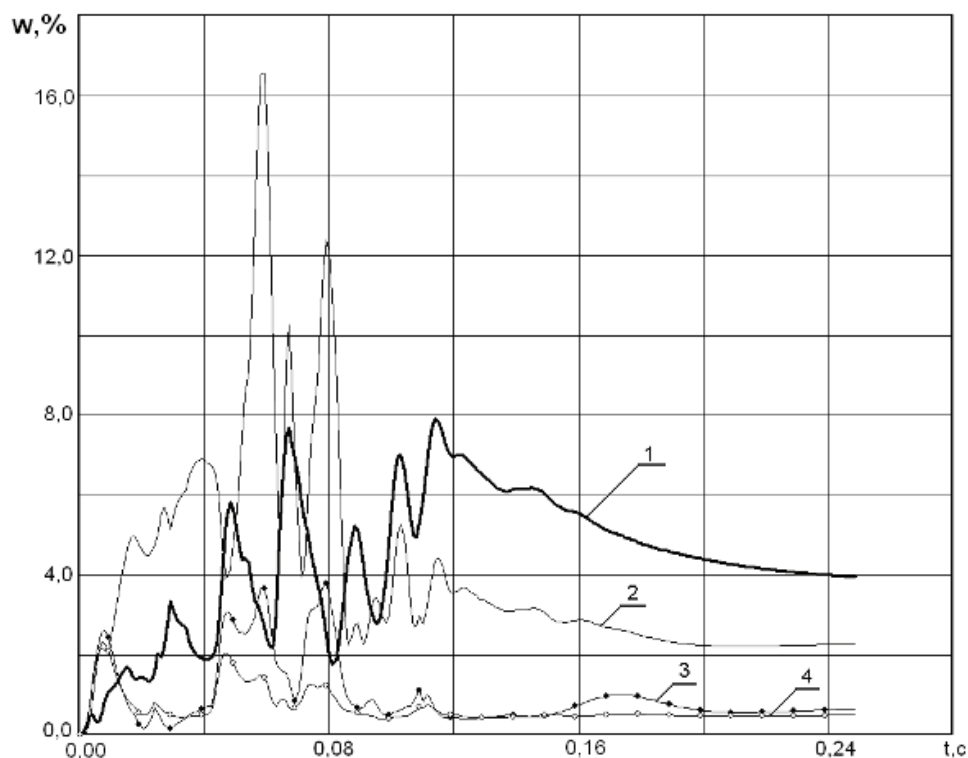


Рис. 2. Среднеквадратические отклонения внутрибаллистических параметров:  
1 – давление; 2 - плотность; 3 - энергия; 4 - температура

Анализ результатов расчетов дисперсий и среднеквадратических отклонений (в том числе и по результатам, представленным на рис. 2, 3) позволяет сделать следующие важные для практики выводы:

1. Характер изменения зависимостей  $p(t)$  и дисперсий, вычисленных в разных областях камеры, одинаковый. Однако их количественные характеристики отличаются не только по пространству, но и по времени. Иначе говоря, рассчитанные значения дисперсий всех внутрибаллистических параметров  $\sigma_j(t, x)$  являются функцией времени и пространства.

2. Значения отклонений и дисперсий достигают максимальных значений в период нарастания давления в камере ГГТТ. Это соответствует периоду зажигания топлива и распространения пламени по поверхности топлива.

3. Характер изменения среднеквадратических отклонений различных параметров (давления, плотности, температуры, энергии) может существенно отличаться и качественно, и количественно. Так, максимальные среднеквадратические отклонения плотности составляют более 16 % от номинального уровня и соответствуют времени  $t \approx 0,060$  с.

Максимальные значения среднеквадратических отклонений давления не превосходят 8 % и соответствуют моменту времени  $t \approx 0,112$  с (рис. 2).

4. После выхода ГГТТ на режим квазистационарной работы отклонения и дисперсии уменьшаются и в течение некоторого времени стабилизируются.

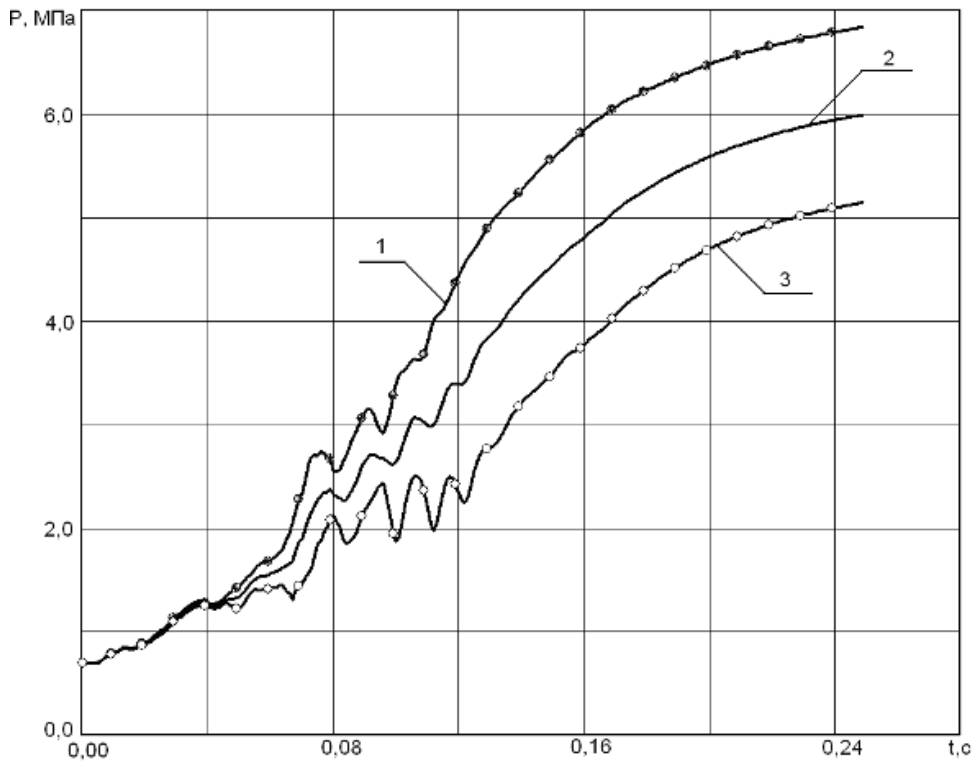


Рис. 3. Изменение уровня давления в канале заряда:  
1 – максимальное; 2 – номинальное; 3 – минимальное значения

Выполнив преобразования, систему уравнений (6)–(10) можно переписать в другом виде:

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + u \frac{\partial \rho'}{\partial x} + K_{ux}^{\rho} \frac{\partial u'}{\partial x} + K_{\rho}^{\rho} \frac{\rho'}{\rho} + K_u^{\rho} \frac{u'}{u} = K^{\rho}, \quad (12)$$

$$\frac{\partial u'}{\partial t} + u \frac{\partial u'}{\partial x} + K_{px}^u \frac{\partial p'}{\partial x} + K_{\rho}^u \frac{\rho'}{\rho} + K_u^u \frac{u'}{u} + K_p^u \frac{p'}{p} = K^u, \quad (13)$$





$$\frac{\partial E'}{\partial t} + u \frac{\partial E'}{\partial x} + K_{ux}^E \frac{\partial u'}{\partial x} + K_{px}^E \frac{\partial p'}{\partial x} + K_{\rho}^E \frac{\rho'}{\rho} +$$

$$+ K_u^E \frac{u'}{u} + K_E^E \frac{E'}{E} + K_p^E \frac{p'}{p} = K^E \quad (14)$$

$$\frac{\partial p'}{\partial t} + K_{\rho x}^p \frac{\partial \rho'}{\partial x} + K_{ux}^p \frac{\partial u'}{\partial x} + K_{px}^p \frac{\partial p'}{\partial x} + K_{Ex}^p \frac{\partial E'}{\partial x} +$$

$$+ K_{\rho}^p \frac{\rho'}{\rho} + K_u^p \frac{u'}{u} + K_E^p \frac{E'}{E} + K_p^p \frac{p'}{p} = K^p \quad (15)$$

Коэффициенты  $K^p, K_{\rho}^p, K_u^p, K_{ux}^p, K^u, K_u^u, K_{\rho}^u, K_p^u, K_{px}^u$  и др. в системе уравнений (12)–(15) устанавливаются решением системы уравнений (1)–(5). В частности,  $K_{\rho}^p = \frac{f_{\rho}}{\rho F}$ ;  $K^p = \frac{1}{\rho F} \left( \Delta f_{\rho} - \frac{F'}{F} f_{\rho} \right) - \left( \frac{\partial F'}{\partial t} F + u \frac{\partial F'}{\partial x} F \right)$ ;

$$K_u^p = \frac{1}{\rho F} \frac{\partial}{\partial x} \rho F u; \quad K_{ux}^p = u.$$

Записанная выше система уравнений (12)–(15) может быть применена при анализе устойчивости работы ГТТ. В соответствии с [9] анализ развития неустойчивости можно выполнить, применив в уравнениях (12)–(15) вместо дифференциальных операторов, определяющих частные производные по пространственной координате, их конечно-разностные аналоги. При решении задачи (1)–(5) методом крупных частиц [7] уравнения (12)–(15) следует переписать в следующем конечно-разностном виде:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\rho'}{\rho} \right)_{i+1} = - (K_{\rho}^p)_{i+1} \left( \frac{\rho'}{\rho} \right)_{i+1} - (K_u^p)_{i+1} \left( \frac{u'}{u} \right)_{i+1} -$$

$$- \frac{2u_{i+1}}{\Delta \tilde{x}_i} \left[ a_i \left( \frac{\rho'}{\rho} \right)_i + b_i \left( \frac{\rho'}{\rho} \right)_{i+1} + c_i \left( \frac{\rho'}{\rho} \right)_{i+2} \right] + (K^p)_{i+1};$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{u'}{u} \right)_{i+1} = - (K_{\rho}^u)_{i+1} \left( \frac{\rho'}{\rho} \right)_{i+1} - (K_u^u)_{i+1} \left( \frac{u'}{u} \right)_{i+1} - (K_p^u)_{i+1} \left( \frac{p'}{p} \right)_{i+1} -$$

$$- \frac{2u_{i+1}}{\Delta \tilde{x}_i} \left( a_i \left( \frac{u'}{u} \right)_i + b_i \left( \frac{u'}{u} \right)_{i+1} + c_i \left( \frac{u'}{u} \right)_{i+2} \right) -$$

$$- \frac{2(K_{px}^u)_{i+1}}{\Delta \tilde{x}_i} \left( a_i \left( \frac{p'}{p} \right)_i + b_i \left( \frac{p'}{p} \right)_{i+1} + c_i \left( \frac{p'}{p} \right)_{i+2} \right) + (K^u)_{i+1}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{E'}{E} \right)_{i+1} &= -(K_{\rho}^E)_{i+1} \times \left( \frac{\rho'}{\rho} \right)_{i+1} - (K_u^E)_{i+1} \times \left( \frac{u'}{u} \right)_{i+1} - (K_E^E)_{i+1} \times \left( \frac{E'}{E} \right)_{i+1} - \\
 &- (K_p^E)_{i+1} \times \left( \frac{p'}{p} \right)_{i+1} - \frac{2u_{i+1}}{\Delta \tilde{x}_i} \left( a_i \times \left( \frac{E'}{E} \right)_i + b_i \times \left( \frac{E'}{E} \right)_{i+1} + c_i \times \left( \frac{E'}{E} \right)_{i+2} \right) - \\
 &- \frac{2(K_{ux}^E)_{i+1}}{\Delta \tilde{x}_i} \left( a_i \times \left( \frac{u'}{u} \right)_i + b_i \times \left( \frac{u'}{u} \right)_{i+1} + c_i \times \left( \frac{u'}{u} \right)_{i+2} \right) - \\
 &- \frac{2(K_{px}^E)_{i+1}}{\Delta \tilde{x}_i} \left( a_i \times \left( \frac{p'}{p} \right)_i + b_i \times \left( \frac{p'}{p} \right)_{i+1} + c_i \times \left( \frac{p'}{p} \right)_{i+2} \right) + (K^E)_i ; \\
 \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{p'}{p} \right)_{i+1} &= -(K_{\rho}^p)_{i+1} \times \left( \frac{\rho'}{\rho} \right)_{i+1} - (K_u^p)_{i+1} \times \left( \frac{u'}{u} \right)_{i+1} - (K_E^p)_{i+1} \times \left( \frac{E'}{E} \right)_{i+1} - \\
 &- (K_p^p)_{i+1} \times \left( \frac{p'}{p} \right)_{i+1} - \frac{2(K_{px}^p)_{i+1}}{\Delta \tilde{x}_i} \left( a_i \times \left( \frac{\rho'}{\rho} \right)_i + b_i \times \left( \frac{\rho'}{\rho} \right)_{i+1} + c_i \times \left( \frac{\rho'}{\rho} \right)_{i+2} \right) - \\
 &- \frac{2(K_{ux}^p)_{i+1}}{\Delta \tilde{x}_i} \left( a_i \times \left( \frac{u'}{u} \right)_i + b_i \times \left( \frac{u'}{u} \right)_{i+1} + c_i \times \left( \frac{u'}{u} \right)_{i+2} \right) - \\
 &- \frac{2(K_{px}^p)_{i+1}}{\Delta \tilde{x}_i} \left( a_i \times \left( \frac{p'}{p} \right)_i + b_i \times \left( \frac{p'}{p} \right)_{i+1} + c_i \times \left( \frac{p'}{p} \right)_{i+2} \right) - \\
 &- \frac{2(K_{Ex}^p)_{i+1}}{\Delta \tilde{x}_i} \left( a_i \times \left( \frac{E'}{E} \right)_i + b_i \times \left( \frac{E'}{E} \right)_{i+1} + c_i \times \left( \frac{E'}{E} \right)_{i+2} \right) + (K^p)_i ;
 \end{aligned}$$

В выше записанных уравнениях значения индекса  $i$  изменяются в интервале  $i = 1, N$ , где  $N$  – число расчетных узлов, на которых разбивается расчетная область при решении уравнений (1)–(5). Значения  $\Delta \tilde{x}_i, a_i, b_i, c_i$  определяются условиями

$$\begin{aligned}
 \Delta \tilde{x}_i &= \Delta x_i + \Delta x_{i+1}; & a_i &= -1; & b_i &= 1; & c_i &= 0 & \text{при } u_{i+1} \geq 0; \\
 \Delta \tilde{x}_i &= \Delta x_{i+1} + \Delta x_{i+2}; & a_i &= 0; & b_i &= -1; & c_i &= 1 & \text{при } u_{i+1} < 0.
 \end{aligned}$$

В соответствии с [9] анализ устойчивости работы теплового ГГТТ можно оценить, выполнив анализ собственных значений матрицы  $\mathbf{A}$ , составленной из коэффициентов при возмущениях  $\frac{\rho'}{\rho}, \frac{u'}{u}, \frac{E'}{E}, \frac{p'}{p}$ ,

входящих в записанные конечно-разностные уравнения (правые части уравнений). Развитие нестационарного процесса будет оставаться устойчивым, если вещественная часть всех собственных значений матрицы  $\mathbf{A}$  отрицательна. Кроме того, существование комплексных собственных значений матрицы  $\mathbf{A}$  означает наличие акустических колебаний в объеме камеры сгорания ГГТТ. Представляется важным, что



коэффициенты матрицы  $A$  являются функциями переменных, значения которых устанавливаются решением системы уравнений (1)–(5), и только ими. Из этого следует, что результаты решения базовой системы уравнений (1)–(5) позволяют установить устойчивость развития внутрибаллистических процессов и собственные частоты акустических колебаний, которые могут при неблагоприятных условиях привести к развитию резонансных явлений в ГГТТ.

Для вычисления собственных значений матрицы, составленной из коэффициентов при возмущениях  $\frac{\rho'}{\rho}, \frac{u'}{u}, \frac{E'}{E}, \frac{p'}{p}$ , применяется оригинальный вычислительный алгоритм, основанный на применении последовательности ортогонально-подобных преобразований исходной матрицы к блочно-тредиагональной матрице. Подобные преобразования выполняются методом вращений [10]. К достоинствам разработанного алгоритма следует отнести возможность определения собственных значений как функции не только от времени процесса, но и от пространственной координаты. Подробное описание вычислительного алгоритма излагается в [11].

На рис. 4, 5 приводятся некоторые результаты анализа собственных частот акустической энергии, выполненные для ГГТТ (рис. 1), сведения о котором имеются выше. На рис. 4 представлены результаты анализа изменения собственных частот, построенные в различных сечениях центрального канала  $l$  (рис. 1) топливного заряда. На рис. 5 – для нескольких сечений в окрестности сопловой торцевой полости 2 (рис. 1). Построенные кривые соответствуют максимальным значениям рассчитанных собственных частот.

На рис. 4, 5 приводятся некоторые результаты анализа собственных частот акустической энергии, выполненные для ГГТТ (рис. 1), сведения о котором имеются выше. На рис. 4 представлены результаты анализа изменения собственных частот, построенные в различных сечениях центрального канала  $l$  (рис. 1) топливного заряда. На рис. 5 – для нескольких сечений в окрестности сопловой торцевой полости 2 (рис. 1). Построенные кривые соответствуют максимальным значениям рассчитанных собственных частот.

Анализ результатов расчетов, выполненных для центрального канала газогенератора (рис. 4), показывает, что в период нарастания давления в камере ГГТТ (до моментов времени, соответствующих 0,1 с) максимум акустической энергии приходится на частоты 70 Гц (кривая 1, соответствует координате  $x = 0,5$  м), 52 Гц (кривая 2, соответствует координате  $x = 2,4$  м), 12 и 29 Гц (кривая 3, соответствует координате  $x = 5,8$  м). Время появления колебаний соответствует воспламенению соответствующих участков канала заряда. Продолжительность колебаний ограничивается временем не более 0,025 с.

Анализ результатов, выполненных для сопловой торцевой полости (рис. 5), показывает, что наиболее напряженным по акустической энергии является вход в надсопловую выемку (кривая 1 -  $x \approx 0,03$  м). Кроме того, наблюдаются колебания в окрестности координаты  $x \approx 0,5$  м (кривая 2 – соответствует выходу из надсопловой выемки в торцевую полость).

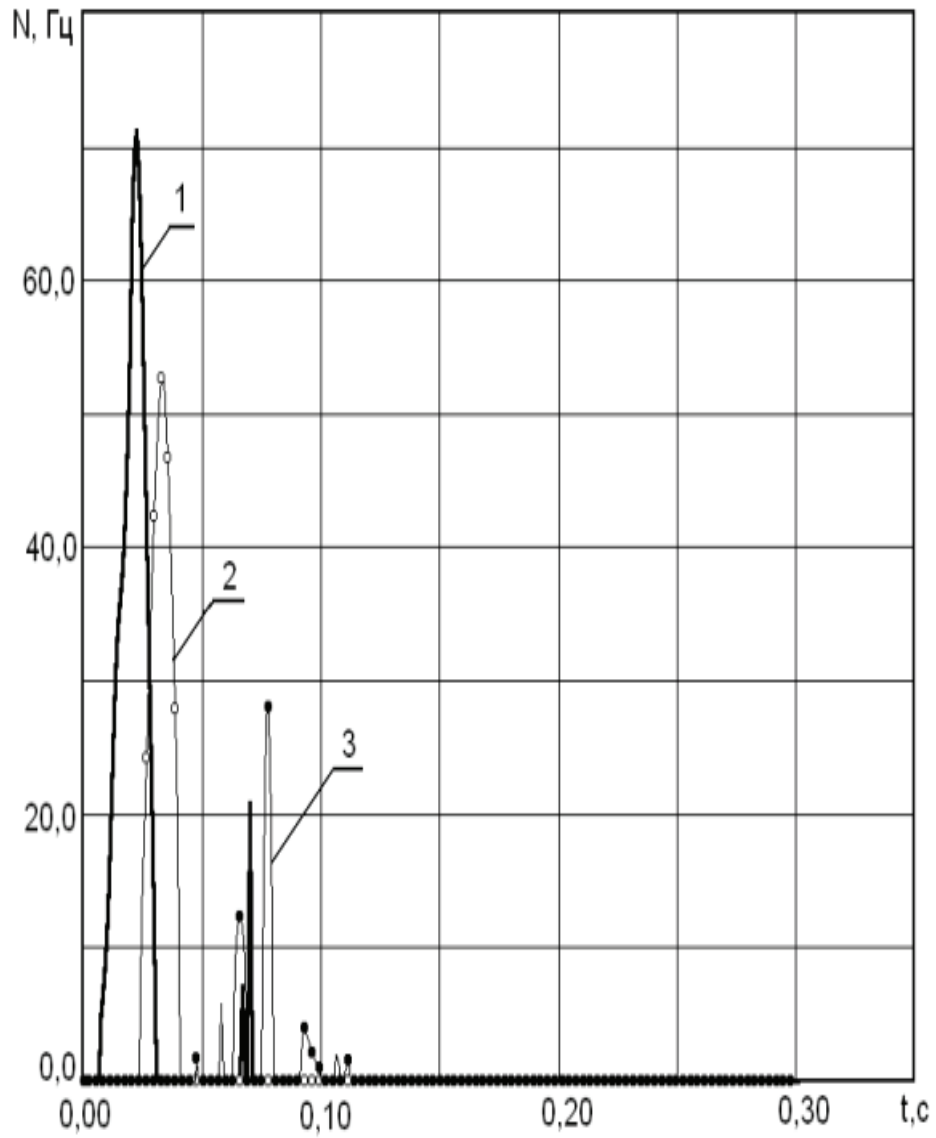


Рис. 4. Спектр частот в центральном канале топливного заряда:  
1 -  $x=0,5$  м; 2 -  $x=2,4$  м; 3 -  $x=5,8$  м

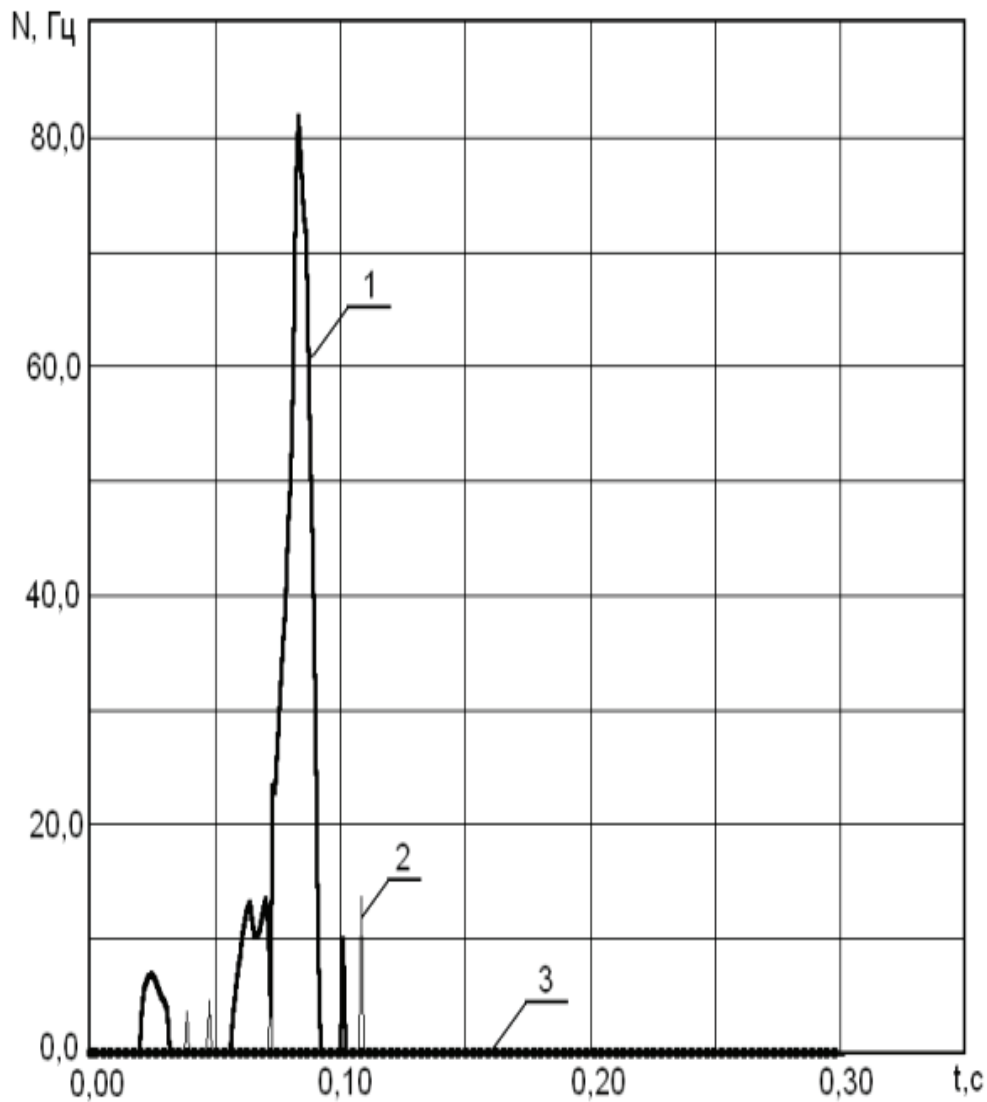


Рис. 5. Спектр частот в сопловой торцовой полости:  
1 -  $x=0,03$  м; 2 -  $x=0,5$  м; 3 -  $x=0,8$  м

В заключение отметим, что применение разработанных математических моделей «возмущенного» процесса, основанных на линеаризации исходных уравнений внутриваллистических процессов, представляется оправданным не только для твердотопливных газогенераторов, но и для других типов тепловых двигателей и установок.



### Библиографические ссылки

1. Соркин Р. Е. Газотермодинамика ракетных двигателей на твердом топливе. М., 1967.
2. Ерохин Б. Т., Липанов А. М. Нестационарные и квазистационарные режимы работы РДТТ. М., 1977.
3. Седов Л. И. Механика сплошной среды. М., 1970. Т. 1.
4. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М., 1974.
5. Булгаков В. К., Липанов А. М. Теория эрозионного горения твердых ракетных топлив. М., 2001.
6. Численный эксперимент в теории РДТТ / А. М. Липанов, В. П. Бобрышев, А. В. Алиев и др. Екатеринбург УИФ, 1994.
7. Белоцерковский О. М., Давыдов Ю. М. Метод крупных частиц. Вычислительный эксперимент. М., 1982.
8. Гренандер У., Фрайбергер В. Краткий курс вычислительной вероятности и статистики. М., 1978.
9. Федоренко Р. П. Введение в вычислительную физику. М., 1994.
10. Икрамов Х. Д. Численное решение матричных уравнений. М., 1984.
11. Мищенко О. В. Вычисление собственных частот при работе твердотопливного газогенератора // Вестник ИжГТУ. Ижевск, 2001. Вып. 1.