УДК 603.226 : 603.31

УСТОЙЧИВОСТЬ ЛЕГКОГО КОЛЕСНОГО ВЕЗДЕХОДА ПРИ ДВИЖЕНИИ ПО НАКЛОННОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Лейбович М. В. – канд. техн. наук, зав. кафедрой “Теоретическая механика”; *Иванов Н. А.* – канд. техн. наук, доцент кафедры “Машины и оборудование лесного комплекса”, тел.: (4212) 37–51–90 (ТОГУ)

Представлен анализ режимов движения легкого трехколесного вездехода при его перемещении по наклонной поверхности. Получены математические модели по определению предельных углов поперечной и продольной устойчивости трехколесного вездехода при его равномерном и неравномерном движении. Приведены результаты численного расчета параметров устойчивости для опытного вездехода.

The motion of a light three-wheeled cross-country vehicle, which travels along an inclined hammock surface, is analyzed. Mathematical models for determining the limit angles for transversal and longitudinal stability of the vehicle are formulated for its both uniform and nonuniform motion. The prediction results of the stability parameters for a test model are provided.

Ключевые слова: вездеход, устойчивость, наклонная поверхность, колесо, режим движения, ускорение, опрокидывание.

Легкий колесный вездеход на высокоэластичных движителях в виде пневматиков сверхнизкого давления представляет собой, как правило, моторизованный экипаж с рулевым управлением мотоциклетного типа с колесами большого диаметра и высоко расположенным центром тяжести [1]. Поэтому вопросы анализа режимов движения вездехода в различных условиях, в том числе по поверхности, покрытой кочками [2], или по наклонной поверхности являются для него весьма актуальными.

В реальных условиях вездеходу нередко приходится преодолевать овраги, косогоры, покатые насыпи. Маршрут движения зависит от степени преодолимости препятствий на пути к цели. При этом движение по наклонной поверхности может происходить как с постоянной скоростью, так и с ускорением. Динамика движения вездехода также зависит от характера перемещения по наклонной поверхности: движение вверх по плоскости или движение в поперечном направлении по косогору. В первом случае возникает угроза опрокидывания вездехода назад вокруг оси задних колес или сползания юзом назад. Во втором случае – опрокидывание вбок вокруг оси, проходящей по линии контакта переднего и одного из задних колес или сползание вбок. Ставится задача – выяснить условия нарушения нормального движения вездехода при его перемещении по наклонной плоскости.

На рис. 1 изображена расчетная схема движения вездехода по наклонной плоскости. Угол наклона $\propto$ плоскости относительно горизонта в зависимости от местности может меняться.

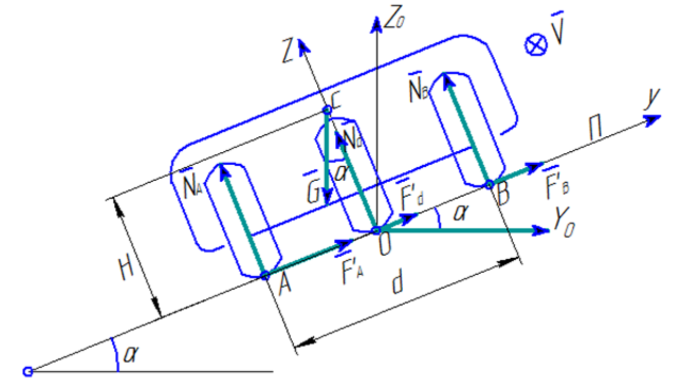

Рис. 1. Расчетная схема движения вездехода по наклонной плоскости

На вездеход при его движении по наклонной плоскости Π действуют следующие силы:

– сила тяжести вездехода G, направленная вертикально вниз из его центра тяжести C;

– нормальные реакции плоскости на трех колесах ($\overline{N}_A, \overline{N}_B$ задние нормальные реакции, $\overline{N}_D$ передняя), перпендикулярно плоскости Π;

– боковые силы скольжения $\overline{F}'_A, \overline{F}'_B, \overline{F}'_D$, соответственно задних и передних колес, направленные в противоположную сторону «сползания» вездехода;

– продольные силы сцепления $\overline{F}_A, \overline{F}_B, \overline{F}_D$, направленные параллельно плоскости Π в противоположную сторону скорости $\bar{v}_с$ поступательного движения вездехода;

– сила тяги вездехода $F_{TГ}$.

В таком случае целесообразно определить координатную систему, удобную для описания динамики вездехода по наклонной плоскости. Направим ось x через точку O центра тяжести задней колесной пары вездехода на плоскости Π к точке D – точке соприкосновения переднего колеса с этой плоскостью. Таким образом ось Ox направлена в сторону скорости поступательно движущегося вездехода $\bar{v}_с$. Ось Oy направлена в плоскости Π перпендикулярно оси Ox от точки A к точке B соприкосновения задних колес вездехода. Ось Oz направлена перпендикулярно плоскости движения вездехода Π (рис. 1).

На рис. 2 изображена схема вездехода и координатной системы $Oxyz$ относительно наклонной плоскости движения Π. Ось z изображена направленной «к нам». Таким образом, координатная система $Oxyz$ наклонена на угол α вокруг оси x относительно координатной системы $O_0x_0y_0z_0$, где $x = x_0$; y_0, z_0 соответственно горизонтальная и вертикальная оси координатной системы (рис. 2).

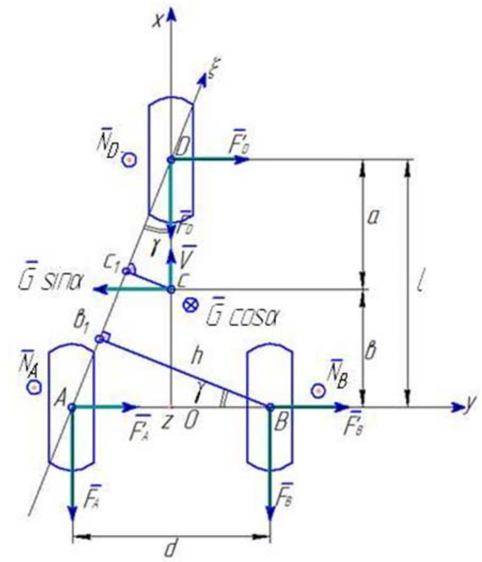

Рис. 2. Схема вездехода и координатной системы $Oxyz$ относительно наклонной плоскости движения

Рассматривается равномерное поступательное движение вездехода, для которого справедливо условие $\bar{a}_c = 0$, $\bar{v}_c = const$. В этом случае динамический процесс вездехода описывается уравнениями [3]

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} \bar{F}_i^{(e)} = 0 \\ \sum_{i=1}^{n} \bar{M}_{ci}^{(e)} = 0 \end{cases}. \tag{1}$$

В проекциях на оси подвижной координатной системы, уравнения системы (1) запишутся в виде скалярных уравнений равновесия [3]:

$$\begin{cases} \sum X_i = 0 \rightarrow F_A + F_B + F_D = F_{TT} \\ \sum Y_i = 0 \rightarrow F'_A + F'_B + F'_D = G\ sin\alpha \\ \sum Z_i = 0 \rightarrow N_A + N_B + N_D = G\ cos\alpha \\ \sum M_{OXi} = 0 \rightarrow (N_A - N_B)\frac{d}{2} = G\ sin\alpha \cdot H \\ \sum M_{OYi} = 0 \rightarrow N_D = G\frac{cos\alpha}{L} \\ \sum M_{OZi} = 0 \rightarrow (F_B - F_A)\frac{d}{h} + F'_D L = G\ sin\alpha \cdot b \end{cases}, \tag{2}$$

где F_{TT} – сила тяги, $L = a + b$ – база вездехода, d – колея вездехода, H – расстояние от центра тяжести C вездехода до плоскости Π.

Известными являются: сила тяги F_{TT}, угол наклона α и все параметры вездехода.

Из третьего и четвертого уравнений системы (2) с учетом найденной силы N_D, определим нормальные реакции N_A, N_B;

$$\begin{cases} N_A = \frac{1}{2} G \left(\frac{a\ cos\alpha}{L} + 2\frac{H\ sin\alpha}{d} \right) \\ N_B = \frac{1}{2} G \left(\frac{a\ cos\alpha}{L} - 2\frac{H\ sin\alpha}{d} \right)' \end{cases} \tag{3}$$

Очевидно, что при движении вездехода вдоль наклонной плоскости выполняется условие $N_A > N_B$. Эти нормальные реакции зависят от угла α наклона плоскости.

Для определенных значений угла α возможны два динамических процесса. В первом случае, при соответствующем коэффициенте трения скольжения $f'_{тр}$ вездеход при критических углах наклона α' будет соскальзывать по наклонной плоскости. Во втором случае может перевернуться вокруг оси, проходящей через точки A и D – точки касания опорной поверхности с передним и одним из задних колес.

Рассмотрим случай возможного соскальзывания вездехода вниз по плоскости. Боковые силы трения скольжения F'_A, F'_B, F'_D в этом движении пропорциональны соответствующим силам нормального давления $N_A,\ N_B,\ N_D$; они аналогичны силам трения покоя тела, покоящегося на наклонной плоскости и препятствующим его скольжению вниз.

В случае, когда вездеход при своем поступательном и равномерном движении со скоростью $\overline{v_c}$ в продольном направлении по наклонной плоскости, начинает соскальзывать с неё, боковые силы трения скольжения определяются по формуле:

$$F'_A = f'N_A, \quad F'_B = f'N_B, \quad F'_Д = f'N_D,$$

где f' – коэффициент трения бокового скольжения колес вездехода. Этот коэффициент трения f', также как и коэффициент продольного скольжения f колес, определяется экспериментально.

Из второго уравнения системы (2) следует

$$f'(N_A + N_B + N_D) = G\ sin\alpha',$$

где α' – критический угол наклона плоскости движения вездехода.

Подставляя в это выражение значение нормальных давлений в соответствии с формулами (3), получим выражение, определяющее α':

$$tg\ \alpha' = f'. \qquad (4)$$

Таким образом, при $\alpha > \alpha' = arctg\ f'$ вездеход начнет соскальзывать с наклонной плоскости.

Выясним условие, при котором вездеход, двигаясь в продольном направлении, при изменении угла α переворачивается на бок.

Условием, при котором возможно опрокидывание вездехода, является равенство нулю нормальной реакции N_B. Тогда потеря контакта плоскостью осуществляется при угле α'', определяемом выражением:

$$f = tg\ \alpha'' = \frac{a \cdot d}{2H \cdot L} \qquad (5)$$

Проведем расчет для вездехода, у которого база $L = 2{,}88\,м$, колея $d = 1{,}5\,м$, $H = 0{,}75\,м$, $a = 2{,}06\,м$. Для этих условий получаем угол $\alpha'' = 36°$.

При этом значении угла $\propto''$ нормальные реакции равны: $N_A = 0.592G$, $N_D = 0.214G$, что соответствует равенству $N_A + N_D = G\ cos36°$.

Теперь производится численный расчет.

Если $f' < f''$, то есть $f' < 0{,}7357$, то вездеход, перейдя α' –критический угол сползания, будет соскальзывать вниз по наклонной плоскости, не опрокидываясь. Например, $f' = 0{,}6$ тогда $\alpha'' = 31°$, и, следовательно, на угле $\alpha = 32°$ он начнет соскальзывать с наклонной плоскости.

Если же $f'' < f'$, то вездеход, перейдя $\propto''$ − критический угол опрокидывания, перевернется на бок. Например, $f' = 0{,}8$, тогда при $\alpha'' \approx 37°$ вездеход перевернется.

В случае бокового переворачивания вездехода дальнейший динамический процесс связан с вращением вокруг оси $A\xi$ и постоянным движением вдоль Ox со скоростью v, что приводит в конечном счете к винтовому движению, завершающемуся ударом корпуса вездехода о плоскость. Угловая скорость определяется из дифференциального уравнения:

$$\ddot{\varphi} = -\frac{1}{J_\xi} Gh\, sin\varphi,$$

где $J_\xi -$ момент инерции вездехода относительно оси $A\xi$, $h = \sqrt{H^2 + (a\, sin\gamma)^2}$, $\varphi -$ угол поворота вездехода вокруг оси Аξ.

Квадрат угловой скорости при падении равен:

$$\omega^2 = \frac{Gh}{J_\xi}(cos\varphi_0 - cos\varphi_{\text{К}}), \qquad (6)$$

$\varphi_0, \varphi_{\text{К}}$ —начальный и конечный угол поворота вездехода при боковом опрокидывании.

Для преодоления оврагов, насыпей в виде наклонных плоскостей вездеходу приходится иногда совершать ускоренное движение. Рассмотрим случай, когда он движется поступательно вдоль наклонной плоскости с постоянным ускорением $a = const$.

Кроме указанных на рис. 1 – 2 внешних сил на вездеход будет действовать сила инерции (согласно методу Даламбера) [3]:

$$\bar{F}^{\text{ин}} = -\frac{G}{g}\bar{a},$$

направленная в противоположную сторону ускорения $\bar{a}$ $(a > 0)$. На рис. 3 изображены составляющие силы на осях $A\xi$ и $A\eta$.

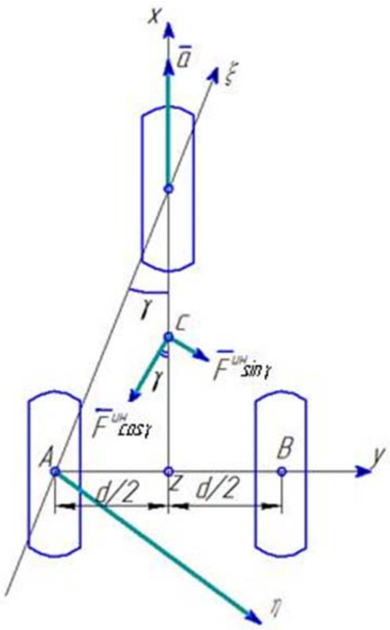

Рис. 3. Расчетная схема для случая движения вдоль по наклонной плоскости с ускорением

Рассмотрим случай бокового опрокидывания вездехода, то есть его вращения вокруг оси $A\xi$. Так как нормальная реакция N_B в момент опрокидывания равна нулю, то уравнение моментов запишем в виде:

$$G(a\ sin\gamma \cdot cos\alpha''' - H\ sin\alpha''' cos\gamma) + F^{ин} \cdot sin\gamma\ H = 0, \qquad (7)$$

где $\propto'''$ – угол опрокидывания.

Для определения критического угла α''' бокового опрокидывания вездехода, вводим новые параметры μ, σ

$$\begin{cases} \mu\ cos\sigma = H, \\ \mu\ sin\sigma = -a\ tg\gamma. \end{cases}$$

Тогда из уравнения (7) следует выражение, определяющее угол α''':

$$sin(\alpha''' + \sigma) = \frac{a_c\ H \cdot tg\gamma}{g\ \mu}, \qquad (8)$$

где $\mu = \sqrt{H^2 + (a\ tg\gamma)^2}$, $tg\sigma = -\frac{a\ tg\gamma}{H}$.

Произведем численный расчет для вездехода.

При движении вездехода в продольном направление по наклонной плоскости с ускорением a_c, критический угол α''' бокового опрокидывания определяется из формулы

$$sin(\alpha''' + \sigma) = 0{,}022\ a_c,$$

где $\sigma = arctg(-0{,}7361) = -36{,}4°$.

Таблица

Результаты расчета предельного угла бокового опрокидывания в зависимости от ускорения

a_c, м/c^2	0	1	2	3	4	5
$\propto'''$, град	36,4	37,7	39,0	40,0	41,4	42,7

Таким образом, с ростом ускорения поступательного движения вездехода растет и его угол бокового опрокидывания. Но с другой стороны при наезде на наклонной плоскости на препятствие правым колесом в точке B возникает удар, который создает опрокидывающий момент. Тем самым уменьшается угол опрокидывания.

Нередко в реальной обстановке пересеченной местности, вездеходу приходится проходить различные поверхности, моделируемые наклонными плоскостями, перемещаясь по ним уже не в продольном направлении, определяемом осью x, изображенной на рис. 2, а вверх вдоль оси y (рис. 4).

Рассмотрим движение вездехода с постоянной скоростью, преодолевающего наклонную плоскость с углом α относительно горизонтали. Так как в этом случае нет бокового увода, то все внешние силы, действующие на вездеход, образуют плоскую уравновешенную систему сил.

К силам, действующим на вездеход в этом режиме движения, относятся:

– вес вездехода G, направленный вертикально вниз из его центра масс C;

– нормальные реакции колес: N_1 – нормальная реакция на ведомом колесе, N_2 – результирующая нормальная реакция на задних колесах;

– сила сцепления F_1 переднего колеса, направленная в сторону, противоположную движению вездехода;

– силы сцепления задних колес, результирующая которых F_2 направлена вдоль оси y в сторону движения вездехода.

Так как $a_c = 0$, то динамические уравнения движения вездехода представляются следующей системой:

$$\begin{cases} F_2 - F_1 - G\ sin\alpha = 0 \\ N_2 + N_1 - G\ cos\alpha = 0 \\ N_1 \cdot L + G\ sin\alpha \cdot H - G\ cos\alpha \cdot b = 0 \end{cases}, \quad (9)$$

где H – расстояние от центра масс вездехода до оси y, b – расстояние от центра масс вездехода до оси z (рис. 4)

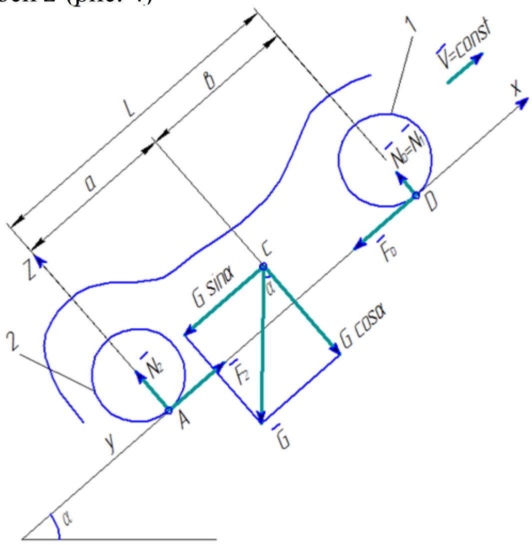

Рис. 4. Движение вездехода вверх по наклонной плоскости с постоянной скоростью

Определим условие опрокидывания вездехода назад. Это означает, что требуется найти предельные значения угла наклона α плоскости, при котором вездеход начнет вращаться вокруг оси Ax (то есть вокруг оси проходящей через точки контакта задних колес вездехода A, B с поверхностью).

В момент отрыва переднего колеса вездехода нормальная реакция $\overline{N_1}$ будет равна нулю. Тогда из третьего уравнения системы получим выражение, определяющее предельное значение угла $\alpha_{кр}$:

Для рассматриваемого вездехода предельный угол $\alpha_{кр}$ равен $44{,}6°$. То есть при $tg\ \alpha_{кр} = \frac{b}{H}$, $\alpha_2 > 45°$ вездеход перевернется назад.

Следует заметить, что при достаточно большой загрузке вездехода его центр масс смещается к задней оси, то есть величина b становится меньшей по сравнению с рассчитываемой нагрузкой и тогда критический угол уменьшается. Таким образом, критический угол $\alpha_{кр}$ зависит от параметров b, H, которые в свою очередь зависят от загрузки вездехода.

Вышеприведенные расчеты проводились без учета деформации соприкасающихся поверхностей колес вездехода с наклонной плоскостью. Возникает вопрос, как влияет на критический угол опрокидывания вездехода деформация колес и плоскости.

Третье уравнение системы (9) дополняется двумя отрицательными моментами сопротивления движению:

$$N_1 L + G(sin\alpha \cdot H - b\ cos\alpha) - M_{c1} - M_{c2} = 0, \quad (10)$$

где $M_{c1} = \delta_{к1} \cdot N_1$, $M_{c2} = \delta_{к2} \cdot N_2$, $N_2 = N_A + N_B$, где $\delta_{к1}, \delta_{к2}$ – коэффициенты трения качения переднего и двух ведущих задних колес вездехода.

В момент опрокидывания назад поворот вокруг оси x (против хода часовой стрелки, если смотреть на ось с её положительного направления), нормальная реакция $N_1 = 0$. Следовательно, в этот момент $M_{c1} = 0$ и $N_2 = G\ cos\alpha$. Тогда получим

$$tg\alpha_{кр} = \frac{b+\delta_{к2}}{H}. \qquad (11)$$

А так как $\delta_{к2} < 0{,}1$ м, то $\alpha_{кр}$ не будет превышать 48°.

В случае поступательного движения вверх по наклонной плоскости с ускорением $a_C > 0$ на вездеход действует сила инерции $\bar{F}_{ин} = -m\overline{a_c}$, приложенная в центре тяжести C вездехода (рис. 5).

Без учета деформаций поверхности при определении предельного угла опрокидывания, уравнение моментов относительно оси Ax запишем в виде:

$$N_1 \cdot l + G(H\ sin\alpha - b\ cos\alpha) + ma_c H = 0.$$

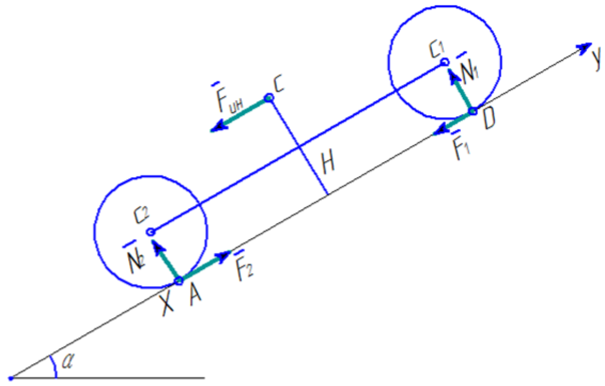

Рис. 5. Движение вездехода вверх по наклонной плоскости с ускорением

В момент опрокидывания $N_1 = 0$, отсюда следует

$$b\ cos\alpha - H\ sin\alpha = \frac{a_c}{g} H.$$

Тогда критический угол $\alpha_{кр}$ опрокидывания назад определяется из выражения

$$sin(\alpha+\beta) = \frac{a_c H}{g\mu}, \qquad (12)$$

где $\mu = \sqrt{b^2 + H^2}$, $\beta = arctg(-\frac{b}{H})$.

Таким образом, определены условия нарушения нормального движения вездехода при его перемещении по наклонной плоскости.

Библиографические ссылки

1. *Иванов Н.А.* Легкий колесный вездеход. Патент на полезную модель № 91937, опубл. 10.03.2010 Бюл. № 7.

2. *Иванов Н.А., Мясников Е.А.* Анализ режимов движения вездехода по поверхности, покрытой кочками // Вестник Тихоокеанского государственного университета. - 2012. – № 2 (25). – С.37 – 47.

3. *Лойдянский, Л.Г.* Курс теоретической механики. Т. 2. Динамика / Л.Г. Лойдянский, А.И. Лурье. – М., Наука, 1983. – 640 с.