



УДК 674.416

© С. П. Исаев, Н. О. Бегункова, 2013

МОДЕЛИРОВАНИЕ ГОДИЧНЫХ СЛОЕВ ДРЕВЕСИНЫ В ОБЪЕМЕ И НА РАЗРЕЗАХ КРУГЛОГО ЛЕСОМАТЕРИАЛА

Исаев С. П. – д-р техн. наук, зав. кафедрой «Технология заготовки и переработки древесных материалов», *Бегункова Н. О.* – старший преподаватель кафедры «Информатика», тел.: (4212) 22-44-08, e-mail: natali-beg@mail.ru (ТОГУ)

В статье отражен новый подход к технологии подготовки круглых лесоматериалов при получении строганого шпона. Известно, что вид получаемого строганого шпона во многом зависит от принятого метода продольного раскроя круглых лесоматериалов (кряжей). В работе предлагается метод моделирования их внутренней макроструктуры, в частности годичных слоев. Полученная математическая модель позволяет также осуществлять виртуальный продольный раскрой кряжа под любым углом к его продольной оси, отображать текстуру поверхности древесины в плоскости реза и тем самым прогнозировать вид шпона и его текстуру.

The paper reflects a new approach to the technology of round wood preparation in a sliced veneer production. It is known that type of the sliced veneer mostly depends on the accepted method of ripping cut of round wood (blocks). The paper provides a method of modeling its internal mono-structure and annual rings in particular. The mathematical model developed makes it possible to implement virtual ripping cut of a block to any angle to its longitudinal axis and to reflect the texture of wood in the cutting plane. It allows predicting the veneer type and its texture.

Ключевые слова: круглые лесоматериалы, годичный слой, внутренняя макроструктура, строганый шпон, вид шпона, текстура древесины, модель, виртуальный раскрой, прогнозирование.

Введение

Формирование древесной массы ствола дерева происходит за счет ежегодного прироста слоя древесины, который называют годичным слоем. Годичный слой состоит из двух частей: внутренней, обращенной к сердцевине более светлой части, - ранней древесины (она образуется в первой половине вегетационного периода), и наружной, обращенной к коре более темной части, - поздней древесины. Различие между ранней и поздней древесиной сильнее выражено в хвойных породах (особенно в лиственнице). Свойства

ранней и поздней древесины годичного слоя существенно отличаются. У некоторых пород различия особенно ярко выражены. Например, у лиственницы и дуба, по данным [1], поздняя древесина плотнее ранней (соответственно в 2,3 и 1,5 раза), больше усыхает (в 1,8 и 1,4 раза), прочнее при растяжении (в 3,4 и 2,3 раза). У ели, по данным [2], прочность на растяжение вдоль волокон поздней древесины в 2,7 раз больше, чем ранней. Поскольку поздняя древесина плотнее, прочнее и темнее ранней, от количества именно поздней древесины зависят плотность, прочность, а также, в значительной мере, цвет древесины и её текстура в целом.

При моделировании формы круглых лесоматериалов для упрощения исходят из предположения, что ствол дерева есть тело поворота, причем диаметры по длине ствола от комля к вершине постепенно уменьшаются. Это уменьшение, приходящееся на единицу длины ствола, называется сбегом [3]. В этой связи древесный ствол принято схематически представлять в виде системы насаженных один на другой конусов, имеющих толщину стенки, равную толщине годичного слоя.

Процесс продольного раскроя круглых лесоматериалов сопровождается перерезанием годичных слоев. Установлено, что выбор метода раскроя круглого лесоматериала (кряжа) на заготовки для строгания является одним из факторов, влияющих на вид получаемого строганого шпона. Таким образом, наличие модели круглого лесоматериала, отображающей его внутреннюю макроструктуру (годичные слои), позволит прогнозировать расположение годичных слоев на поверхностях плоскостей реза и как результат – вид и текстуру поверхности шпона.

Построение математической модели

Для построения математической модели поверхности круглого лесоматериала (кряжа) примем, что он имеет форму усеченного кругового конуса, а исходными параметрами служат: вершинный диаметр, сбег и длина.

Для математического описания формы поверхности круглого лесоматериала воспользуемся тем, что усеченный конус может быть образован вращением прямой l вокруг оси X (рис. 1).

Уравнение прямой l определяется исходными данными: вершинным диаметром, сбегом и длиной круглого лесоматериала, и имеет следующий вид:

$$y(x) = \frac{d_k}{2} - \frac{d_k - d_g}{2L} x, \quad (1)$$

где L – длина кряжа, м; d_k , d_g – соответственно комлевой и вершинный диаметры, см. При этом комлевой диаметр d_k определяется как $d_k = S \cdot L + d_g$, где S – сбег, см/м.

Опишем поверхность, образованную вращением прямой l вокруг оси X , с помощью параметрических уравнений:



$$\begin{cases} F(u, v) = u \\ G(u, v) = y(u) \cos v \\ H(u, v) = y(u) \sin v \\ 0 \leq u \leq L, \quad 0 \leq v \leq 2\pi \end{cases} \quad (2)$$

или

$$\begin{cases} F(u, v) = u \\ G(u, v) = \left(\frac{d_\kappa}{2} - \frac{d_\kappa - d_g}{2L} u \right) \cos v \\ H(u, v) = \left(\frac{d_\kappa}{2} - \frac{d_\kappa - d_g}{2L} u \right) \sin v \\ 0 \leq u \leq L, \quad 0 \leq v \leq 2\pi \end{cases} \quad (3)$$

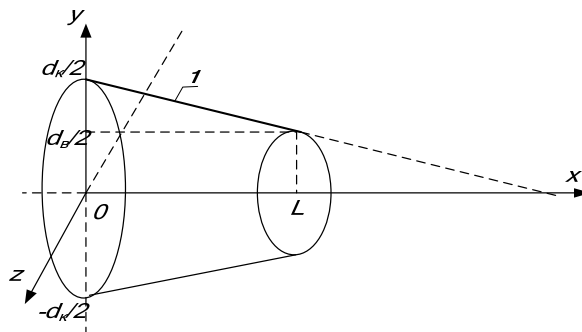


Рис. 1. Графическая модель поверхности круглого лесоматериала

Для отображения годичных слоев в объеме круглого лесоматериала примем, что слои располагаются параллельно образующей круглого лесоматериала (конуса). Поэтому каждый отдельный слой будет представлять собой либо усеченный конус, либо конус, который также может быть образован вращением некоторой прямой вокруг оси x . Уравнение такой прямой получаем из уравнения (1) с учетом расстояния h_c от образующей круглого лесоматериала до образующей годичного слоя (ширина годичных слоев известна):

$$\begin{cases} y_c(x) = y(x) - h_c \\ 0 < h_c < \frac{d_\kappa}{2}, \quad 0 \leq x \leq b \end{cases} \quad (4)$$

или

$$\begin{cases} y_c(x) = \frac{d_\kappa}{2} - \frac{d_\kappa - d_g}{2L} x - h_c \\ 0 < h_c < \frac{d_\kappa}{2}, \quad 0 \leq x \leq b \end{cases} \quad (5)$$

где b – высота конуса или усеченного конуса, зависящая от h_c .



Для определения высоты b конуса или усеченного конуса, графически представляющего отдельный слой, необходимо вычислить значение $y_c(L)$. Если это значение функции в точке L , соответствующей длине круглого лесоматериала, неотрицательно, т.е. $y_c(L) \geq 0$, тогда высота $b = L$, т.е. высота b конуса или усеченного конуса, графически представляющего отдельный годичный слой, совпадает с длиной круглого лесоматериала. Если же значение $y_c(L) < 0$, тогда необходимо найти точку b , в которой функция $y_c(x)$ пересекает ось X , т.е. решить относительно b уравнение:

$$y_c(b) = 0 \tag{6}$$

или

$$\frac{d_\kappa}{2} - \frac{d_\kappa - d_\epsilon}{2L} b - h_c = 0 \tag{7}$$

Из уравнения (7) находим:

$$b = \frac{(d_\kappa - 2h_c)L}{d_\kappa - d_\epsilon} \tag{8}$$

Уравнением (8) определяется высота b конуса или усеченного конуса в случае, когда $y_c(L) < 0$.

В данном случае высота b конуса или усеченного конуса графически ограничивает отдельный годичный слой и определяется следующим образом:

$$b = \begin{cases} L, & \text{если } y_c(L) \geq 0 \\ \frac{(d_\kappa - 2h_c)L}{d_\kappa - d_\epsilon}, & \text{если } y_c(L) < 0 \end{cases} \tag{9}$$

Таким образом, получаем следующую математическую модель круглого лесоматериала с отображением годичных слоев в его объеме:

$$\begin{cases} F(u, v) = u \\ G(u, v) = \left(\frac{d_\kappa}{2} - \frac{d_\kappa - d_\epsilon}{2L} u - h_c \right) \cos v \\ H(u, v) = \left(\frac{d_\kappa}{2} - \frac{d_\kappa - d_\epsilon}{2L} u - h_c \right) \sin v \\ 0 \leq u \leq b, \quad 0 \leq v \leq 2\pi, \quad 0 \leq h_c < \frac{d_\kappa}{2} \end{cases} \tag{10}$$

при этом учитываются ограничения (9).

Определено, что при $h_c = 0$ данная модель будет представлять поверхность образующей круглого лесоматериала (система уравнений (3)), а при

$0 < h_c < \frac{d_\kappa}{2}$ – поверхность образующей годичного слоя.



Из теории продольного раскроя круглых лесоматериалов известно, что в зависимости от ориентации плоскости реза формируется вид поверхности отрезаемой части древесины (радиальный, полурadiaльный, тангентальный).

Рассмотрим возможность построения модели плоскости реза, проходящей на заданном расстоянии R от оси круглого лесоматериала и расположенной под углом φ к этой оси (рис. 2). При этом на данной плоскости будут отображаться слои, через которые она будет проходить.

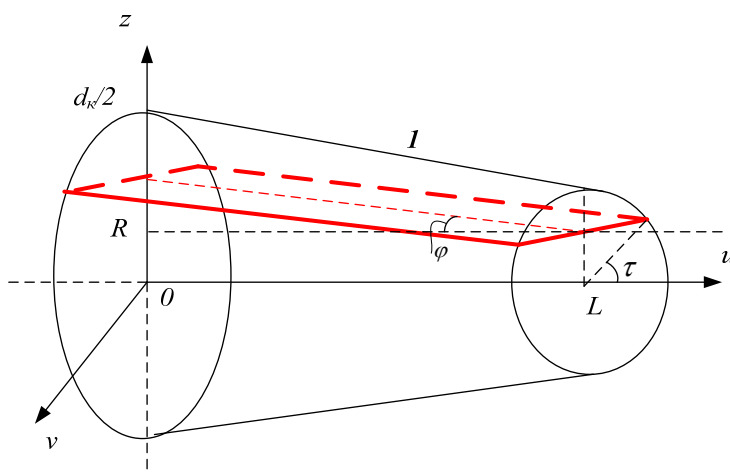


Рис. 2. Графическая модель плоскости реза круглого лесоматериала

Плоскость реза можем задать уравнением:

$$z(u, v) = R - (u - L) \cdot \operatorname{tg} \varphi. \quad (11)$$

Кроме этого, учитывая симметричность конуса, далее будем рассматривать плоскости реза только в положительной части оси Z .

Для того чтобы графически отобразить сечение плоскостью $z(u, v)$ достаточно в модели (10) ограничить переменную v , которая задает угол поворота прямой l (на рис. 2 относительно противоположного направления оси v). В результате должна отображаться та часть усеченного конуса (конуса), которая расположена не выше плоскости $z(u, v)$ и для которой справедливо следующее условие:

$$H(u, v) \leq z(u, v) \quad (12)$$

или

$$y_c(u) \sin v \leq z(u, v), \quad (13)$$

или, учитывая, что $|\sin v| \leq 1$,

$$y_c(u) \leq z(u, v), \quad (14)$$

для данного значения $u \in [0, b]$.

Если условие (14) выполняется для любого значения $u \in [0, b]$, то переменная v (угол поворота) изменяется от 0 до 2π .

Если же при каком-то значении $u_\tau \in [0, b]$ для $v \in [0, 2\pi]$ условия (13) и (14) не выполняются, то справедливо условие:

$$y_c(u_\tau) \sin v > z(u_\tau, v). \quad (15)$$

Тогда для этого значения $u_\tau \in [0, b]$ определяем угол τ (рис. 2), при котором выполняется равенство:

$$y_c(u_\tau) \sin \tau = z(u_\tau, v). \quad (16)$$

Из равенства (16) имеем:

$$\tau = \arcsin \frac{z(u, v)}{y_c(u)} \quad (17)$$

для данного значения $u = u_\tau \in [0, b]$.

То есть при некотором угле поворота $v = \tau$ поверхность образующей круглого лесоматериала (или годичного слоя) пересекает плоскость $z(u, v)$.

Так как должна отображаться та часть усеченного конуса (конуса), которая расположена не выше плоскости $z(u, v)$, то переменная v (угол поворота) изменяется от $(\pi - \tau)$ до $(2\pi + \tau)$.

Таким образом, получаем дополнительное ограничение для переменной v в модели (10) в случае графического отображения сечения плоскостью $z(u, v)$:

$$v \in \begin{cases} [0, 2\pi], & \text{если } y_c(u) \leq z(u, v) \\ [\pi - \tau, 2\pi + \tau], & \text{иначе} \end{cases}, \quad (18)$$

где τ определяется по формуле (17).

Технологически возможен вариант, при котором возникает необходимость оценки вида двух поверхностей вырезаемой части древесины из круглого лесоматериала. В этом случае плоскости реза располагаются на некотором расстоянии друг от друга.

Рассмотрим вариант построения двух плоскостей реза, проходящих на заданных расстояниях R_1 и R_2 от оси круглого лесоматериала и расположенных под углами φ_1 и φ_2 к этой оси (рис. 3). При этом между этими плоскостями будут отображаться слои, через которые они проходят.

Для этого также достаточно в модели (10) ввести ограничения на переменную v . Пусть уравнения плоскостей имеют вид:

$$z_1(u, v) = R_1 - (u - L) \cdot \operatorname{tg} \varphi_1, \quad (19)$$

$$z_2(u, v) = R_2 - (u - L) \cdot \operatorname{tg} \varphi_2. \quad (20)$$

И пусть для определенности $z_2(u, v) > z_1(u, v)$.

Отображаться должна та часть усеченного конуса (конуса), которая расположена между плоскостями $z_1(u, v)$ и $z_2(u, v)$. Поэтому если при каком-то значении $u_\tau \in [0, b]$ для $v \in [0, 2\pi]$ выполняется условие:



$$y_c(u_\varphi) > z_2(u_\tau, v), \quad (21)$$

а тем более $y_c(u_\varphi) > z_1(u_\tau, v)$, то определяем углы τ_1 и τ_2 (рис. 3), при которых выполняются равенства:

$$y_c(u_\varphi) \sin \tau_2 = z_2(u_\tau, v), \quad (22)$$

$$y_c(u_\varphi) \sin \tau_1 = z_1(u_\tau, v). \quad (23)$$

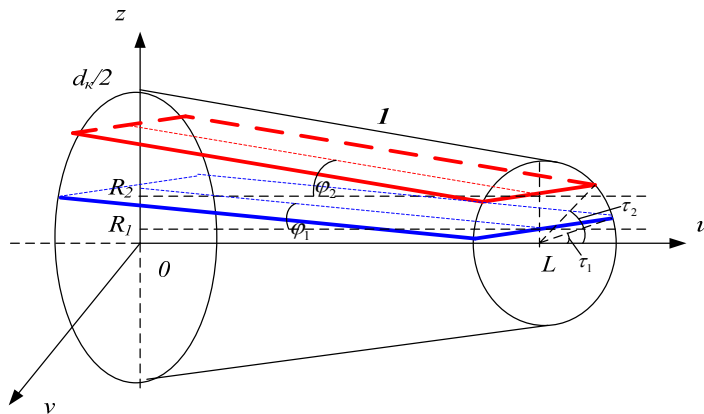


Рис. 3. Графическая модель двух плоскостей реза круглого лесоматериала

Из равенств (22) и (23) имеем:

$$\tau_2 = \arcsin \frac{z_2(u, v)}{y_c(u)}, \quad (24)$$

$$\tau_1 = \arcsin \frac{z_1(u, v)}{y_c(u)} \quad (25)$$

для данного значения $u = u_\tau \in [0, b]$.

Это означает, что при некотором угле поворота $v = \tau_1$ поверхность образующей круглого лесоматериала (или годичного слоя) пересекает плоскость $z_1(u, v)$, а при $v = \tau_2$ - плоскость $z_2(u, v)$.

Если же при каком-то значении $u_\tau \in [0, b]$ для $v \in [0, 2\pi]$ выполняется условие:

$$z_1(u_\tau, v) \leq y_c(u_\varphi) \leq z_2(u_\tau, v), \quad (26)$$

то поверхность образующей круглого лесоматериала (или годичного слоя) лежит не выше плоскости $z_2(u, v)$. В этом случае по формуле (25) определяем только угол τ_1 , при котором рассматриваемая поверхность пересекает плоскость $z_1(u, v)$.

И так как отображается только та часть усеченного конуса (конуса), которая расположена между плоскостями $z_1(u, v)$ и $z_2(u, v)$, то в зависимости от

выполнения условия (21) или (26) переменная v (угол поворота) изменяется соответственно либо от τ_1 до τ_2 и от $(\pi - \tau_2)$ до $(\pi - \tau_1)$, либо от τ_1 до $(\pi - \tau_1)$.

Таким образом, получаем дополнительное ограничение для переменной v в модели (10) в случае графического отображения части круглого лесоматериала, заключенной между плоскостями $z_1(u, v)$ и $z_2(u, v)$:

$$v \in \begin{cases} [\tau_1, \tau_2] \cup [\pi - \tau_2, \pi - \tau_1], & \text{если } y_c(u) > z_2(u, v) \\ [\tau_1, \pi - \tau_1], & \text{если } z_1(u, v) \leq y_c(u) \leq z_2(u, v) \end{cases}, \quad (27)$$

где τ_1 и τ_2 определяются по формулам (25) и (24) соответственно.

Компьютерная модель

Для графической интерпретации предложенной математической модели использовался пакет MATLAB, в котором было разработано приложение с графическим интерфейсом пользователя и составлена программа на встроенном языке программирования.

Реконструированная в результате реализации данного программного комплекса модель годовичных слоев древесины в объеме круглого лесоматериала, ее текстура в заданной плоскости реза показана на рис. 4 и рис. 5. На рис. 6 и рис. 7 отображена текстура слоя древесины (шпона), полученного с помощью двух параллельных резов.

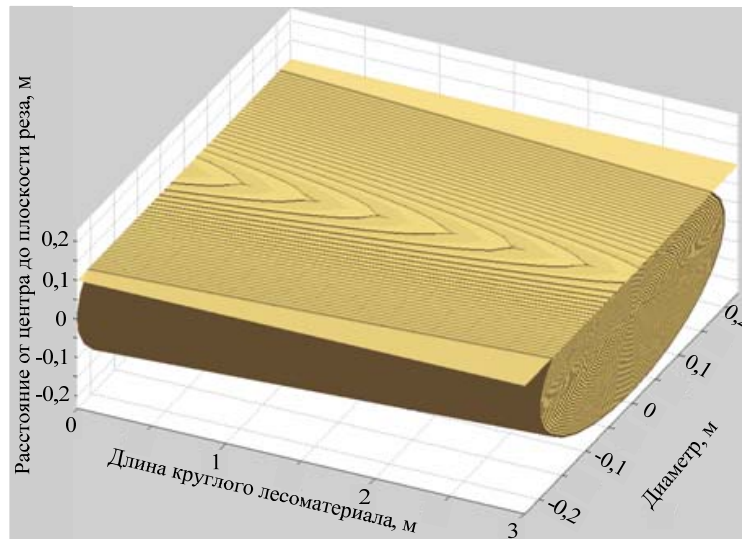


Рис. 4. Графическая интерпретация модели годовичных слоев древесины и ее текстура в заданной плоскости реза, параллельной оси круглого лесоматериала

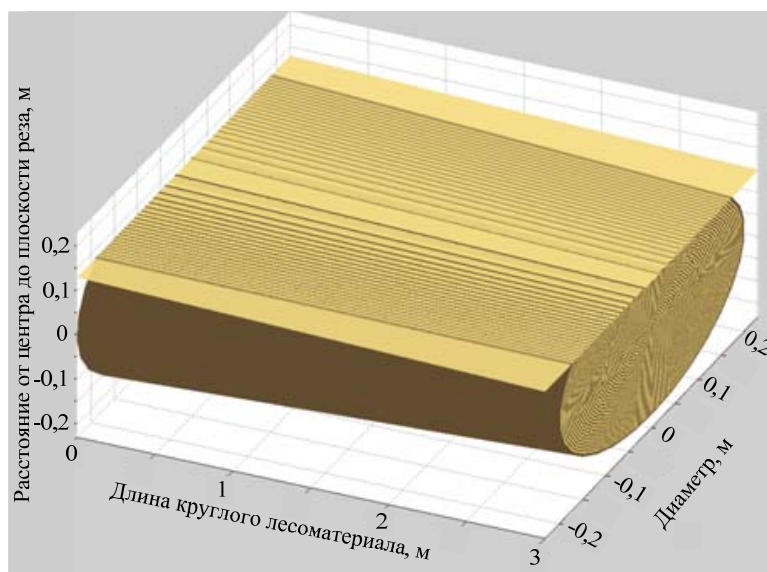


Рис. 5. Графическая интерпретация модели годичных слоев
Древесины и ее текстура в заданной плоскости реза,
параллельной образующей круглого лесоматериала

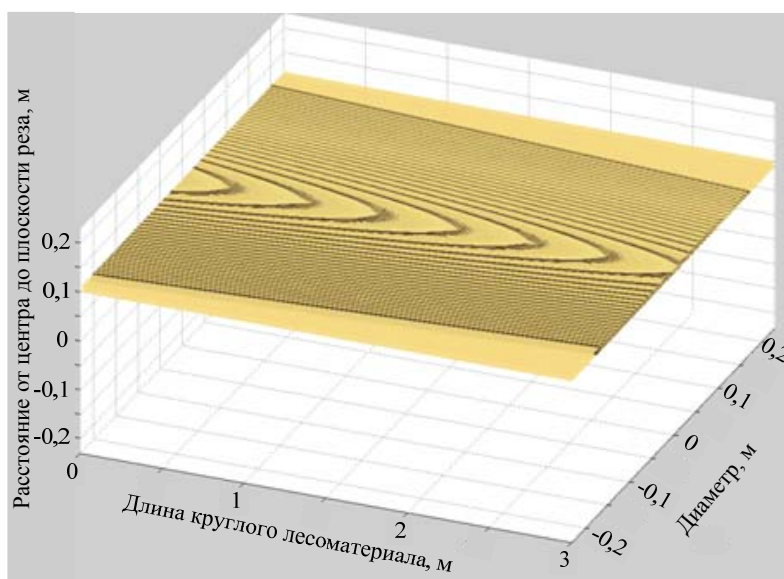


Рис. 6. Графическая интерпретация модели текстуры слоя древесины (шпона), полу-
ченная с помощью двух резов на заданном расстоянии, параллельных оси круглого
лесоматериала

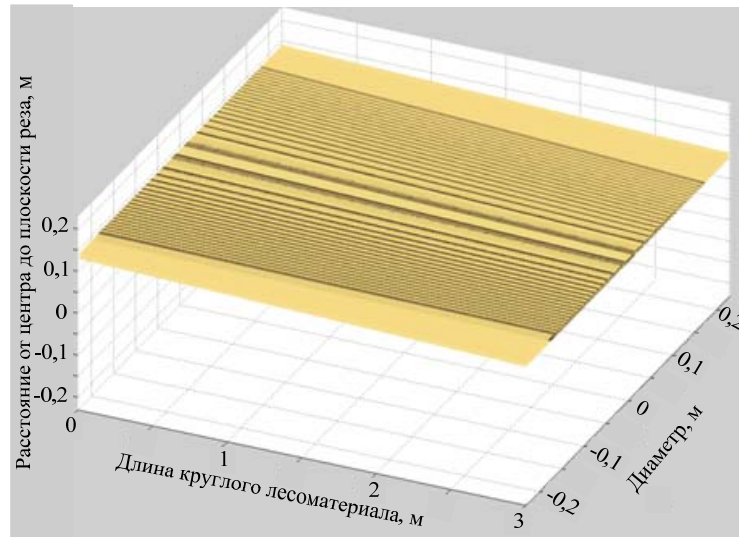


Рис. 7. Графическая интерпретация модели текстуры слоя древесины (шпона), полученная с помощью двух резов на заданном расстоянии, параллельных образующей круглого лесоматериала

Заключение

Таким образом, получена математическая модель (при принятых допущениях), позволяющая построить расположение годичных слоев в объеме круглого лесоматериала. Кроме того, она позволяет делать виртуальный раскрой под заданным углом относительно продольной оси круглого лесоматериала и отображать текстуру в плоскости реза. При двух параллельных резах можно оценить текстуру срезаемого слоя с двух сторон.

Библиографические ссылки

1. Вихров В. Е. Строение и физико-механические свойства ранней и поздней древесины сибирской лиственницы // Труды института леса АН СССР, Т. 4 1949. С. 174 - 194.
2. Мелехов И. С. Лесоведение. М. : Лесн. пром-сть, 1980. 406 с.
3. Анучин Н. П. Лесная таксация. М. : ВНИИЛМ, 2004. 552 с.