



УДК 621.822.172.001-66

© А. Ф. Гордеев, П. А. Захаров, Т. И. Четвержук, 2013

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕПЛОВОЙ ПЕРЕХОДНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ГИДРОСТАТИЧЕСКОГО ПОДШИПНИКА

*Гордеев А. Ф.* - канд. техн. наук, проф. кафедры «Компьютерное проектирование станков и технологии машиностроения»; *Захаров П. А.* – канд. техн. наук, доцент, проф. кафедры «Математическое моделирование и информационные технологии», тел.: +38(0322)729449, e-mail: Zakharov\_p@Rambler.ru; *Четвержук Т. И.* – асп. кафедры «Компьютерное проектирование станков и технологии машиностроения» (Луцкий национальный технический университет)

Стратегия экспериментального исследования нового гидростатического шпиндельного подшипника предполагает вход в критическую по температуре область его функционирования с постепенным накоплением обучающей информации про тепловой переходный процесс. Метод идентификации теплового переходного процесса в гидростатическом подшипнике шпинделя рассматривается на основе определения его переходной характеристики с использованием интеграла Дюамеля.

The strategy of an experimental research of the new hydrostatic spindle bearing is at the critical stage of its constant development and research into its thermal transitional processes. The overview of the authentication method of the thermal transitional process in the hydrostatic spindle bearing is based on the process of identifying and examining the features and characteristics of the transitional process whilst applying Duhamel's integral.

*Ключевые слова:* экспериментальное исследование, переходная характеристика, гидростатический подшипник, интеграл Дюамеля.

### Вступление

Максимальная быстроходность шпиндельных гидростатических подшипников (ГСП) ограничивается в основном допустимыми потерями мощности на трение и максимальной температурой нагрева масла. При этом часто поведение экспериментально исследуемого ГСП при его работе на предельных режимах прогнозируется лишь на уровне гипотезы, а выход объекта из строя влечет за собой значительные затраты времени и средств на его восстановление. Естественной в этом случае является стратегия экспериментальных исследований, когда выход в критическую область функционирования объекта осуществляется постепенно при накоплении обучающей информации о его

поведении. Стратегия планирования экспериментов, таким образом, заключается в постепенном выполнении таких циклических этапов: 1) осуществление учащих экспериментов у докритической зоне функционирования объекта с целью накопления информации о его поведении; 2) обработка этой информации с целью получения математической модели, которая отображает интересующие нас свойства объекта; 3) экстраполяция поведения объекта при его управлении, которая ведет в критическую зону функционирования, и оценка глубины этого управления; 4) проведение безопасного эксперимента в критической зоне. Такая стратегия позволяет свести к минимуму риск возникновения опасных и аварийных ситуаций.

### Основное содержание и результаты работы

ГСП ведет себя как динамический объект, на вход которого подается частота  $n(t)$  вращения шпинделя, которая изменяется со временем  $t$ , а выходным сигналом является температура  $\Theta(t)$  масла на сливе. Термодинамические свойства ГСП могут изменяться в зависимости от величины и характера изменения  $n(t)$ , например при переходе течения масла в зазорах ГСП в турбулентный режим [1]. Исчерпывающей характеристикой ГСП, как динамического объекта, есть его переходная характеристика, то есть  $\Theta[n \cdot 1(t)]$  – реакция на ступенчатое воздействие. Точная экспериментальная реализация такого воздействия  $1(t)$ , функции Дирака, практически невозможна. К тому же уставка  $n(t)$  должна отвечать при этом ее предельному режиму, который не является безопасным. В силу значительной инерционности термодинамического процесса не представляется возможным использовать и частотные методы идентификации [2]. В данной работе предложена методика, которая основана на определении весовой функции  $h(t)$  с использованием интеграла свертки (Дюамеля).

Пусть  $i$ -тая реализация процесса  $F_i(t)$  определяется соответствующим  $i$ -тым управлением (воздействием)  $f_i(t)$ . Совокупность  $i = \overline{1, I}$  реализаций  $F_i(t)$  и управлений  $f_i(t)$  назовем обучающими ситуациями. Реализация  $\Phi(t)$  и управления  $u(t)$  – соответственно прогнозируемый процесс и заданное произвольное управление. Примем к тому же ряд предположений, характерных для классического регрессивного анализа [3].

Основной задачей, которую нужно решить при реализации избранной стратегии планирования экспериментальных исследований, является нахождение математической модели, которая характеризует в вероятностном значении весовую функцию  $h(t)$ , связывающую произвольное управление  $u(t)$  с реализацией  $\Phi(t)$ . За такую модель удобно взять переходную характеристику, а в роли функции связи управления  $f_i(t)$ , реализации  $F_i(t)$  и весовой функции  $h(t)$  – интеграл свертки (или интеграл Дюамеля) вида [4]:

$$F(t) = f(t)h(0) + \int_0^t f'(\tau)h(t - \tau)d\tau. \quad (1)$$



Второй задачей является выбор управления  $u(t)$ , которое обеспечивает с минимальными рисками достижение нужного уровня  $\Phi(t)$  в критической зоне  $\Phi(t) \geq \Phi_{кр}$ .

Третьей задачей является определение размера достаточной минимальной серии  $I$  обучающих управлений  $f_i(t)$ ,  $i = 1, I$ .

Решим задачу в дискретном виде. Разобьем временной интервал  $(0, T)$  на одинаковые интервалы  $\Delta t$  и будем считать, что управляющий сигнал изменяется скачком в момент времени  $t_j = j\Delta t$ , где  $j = 0, 1, \dots, J$ . При этом интегрирование в (1) заменится суммированием:

$$F_i(t_k) = f_i(t_k) \cdot h(0) + \sum_{j=1}^k f_i'(\tau_j) \cdot h(t_k - \tau_j). \quad (2)$$

Обозначим производную  $f_i'(\tau_j)$  левой конечной разницей:

$$f_i'(\tau_j) = \frac{f_i(\tau_j) - f_i(\tau_{j-1})}{\Delta t} = \frac{f_i(j\Delta t) - f_i[(j-1)\Delta t]}{\Delta t}. \quad (3)$$

Подставляя (3) в (2) и заменяя  $t_j = j\Delta t$ , одержимо в обозначениях для решетчатых функций:

$$F_k^i \Delta t = f_k^i h_0 + \sum_{j=1}^k (f_j^i - f_{j-1}^i) h_{k-j}. \quad (4)$$

Изменяя  $k$  от 1 до  $K$  и считая  $f_0 = 0$ , получим систему линейных уравнений относительно  $h_j$ ,  $j = \overline{0, K-1}$ :

$$\begin{bmatrix} 2f_1^i - f_0^i & 0 & 0 & \dots & 0 \\ f_2^i - f_1^i & 2f_1^i - f_0^i & 0 & \dots & 0 \\ f_3^i - f_2^i & f_2^i - f_1^i & 2f_1^i - f_0^i & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ f_k^i - f_{k-1}^i & f_{k-1}^i - f_{k-2}^i & f_{k-2}^i - f_{k-1}^i & \dots & 2f_1^i - f_0^i \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} h_0 \\ h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_{k-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1^i \\ F_2^i \\ F_3^i \\ \vdots \\ F_k^i \end{bmatrix},$$

или у матричной форме:

$$\mathbf{f}^i \times \mathbf{h} = \mathbf{F}^i, \quad (5)$$

где  $\mathbf{f}$  - матрица размерности  $K \times K$ ;  $\mathbf{h}$  и  $\mathbf{F}$  - векторы размерности  $K$ .

**Решением (5) будет вектор:**

$$\mathbf{h} = (\mathbf{f}^i)^{-1} \times \mathbf{F}^i, \quad (6)$$

компонентами которого являются дискретные значения  $h(t_j)$  в моменты времени  $t_j$  переходной характеристики  $F_i(t)$  объекта на ступенчатое воздействие  $f(t_j)$ .

Пусть имеем  $M$  реализаций  $F_i(t)$  при  $i$ -том управлении  $f_i(t)$ . По получении дискретных значений всех  $M$  реализаций при  $i$ -том управлении вычисляется

в каждой  $j$ -ой точке  $t_j$  временной оси средняя реализация  $F_j^i$  и оценка дисперсии  $(\overline{S_j^i})^2$ :

$$\overline{F_j^i} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M F_{mi}(t_j); \quad (\overline{S_j^i})^2 = \frac{\sum_{m=1}^M [\overline{F_j^i} - F_{mi}(t_j)]^2}{M-1}, \quad (7)$$

где  $F_{mi}(t_j)$  - значение реакции объекта в т.  $t_j=j\Delta t$  при  $m$ -ой реализации и  $i$ -том управлении  $f_i(t_j)$  в  $j$ -ой точке  $t_j$ :  $m = \overline{1, M}$ ;  $i = \overline{1, I}$ ;  $j = \overline{1, J}$ .

Дальше осуществляется проверка воспроизводимости реализаций при  $i$ -том управлении по критерию Кохрена [3]:

$$G_p^i = \frac{\max_j (\overline{S_j^i})^2}{\sum_{j=1}^J (\overline{S_j^i})^2} \leq G_T(M-1, J). \quad (8)$$

При выполнении условия (8), то есть дисперсии однородны, дисперсия воспроизводимости реализаций при  $i$ -том управлении:

$$(S^i)^2 = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J (\overline{S_j^i})^2. \quad (9)$$

Таким образом, осуществив  $I$  экспериментов по  $M$  серий, получим значение переходной характеристики  $h^i$  в виде  $I$  векторов размерностью  $K$ .

Для последующих вычислений  $h(t)$  необходимо проверить гипотезу об однородности выборочных дисперсий воспроизведения при отдельных  $i$ -тых управлениях:

$$H_0 : (S^1)^2 = (S^2)^2 = \dots = (S^i)^2 = \dots = (S^I)^2,$$

где  $(S^i)^2$  по формуле (9).

При одинаковом количестве серий  $M$  в каждом опыте можно также воспользоваться статистикой Кохрена:

$$G_p^i = \frac{\max_i (S^i)^2}{\sum_{s=1}^I (S^i)^2} \leq G_T(I-1, M). \quad (10)$$

При использовании условия (10) среднее значение переходной характеристики вычисляется:

$$\overline{h_j} = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \left[ \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J h_j^i \right]; \quad (11)$$

с дисперсией воспроизводимости прогнозируемого сигнала:



$$S^2 = \frac{1}{I} \sum_{s=1}^I (S^i)^2. \quad (12)$$

Заданное управление  $u(t)$  представляется у дискретной форме  $u_j, j = \overline{1, J}$ . Используя (3), запишем:

$$\Phi_k = u_k h_0 + \sum_{j=1}^J (u_k - u_{k-1}) \cdot h_{k-j}, \quad k = \overline{1, K}; j = \overline{1, J}. \quad (13)$$

Последнее выражение позволяет получить прогнозируемую реализацию “в среднем”. При известной оценке дисперсии  $S^2$  (12) несложно осуществить интервальную оценку  $\Phi(t)$  на основании предположения о нормальном законе распределения  $\Phi_k$ , правомерность которого обусловлена центральной предельной теоремой [3].

Обработка экспериментальных данных за описанной методикой выполняется программой DUAMEL. В ходе эксперимента выполняется съем частоты вращения шпинделя  $\omega_s(t)$ , отображается в виде графика  $f$  ‘ $f(t)$ ’ (рис. 1), и температура масла  $T^0(t)$ , которая отображается в виде графика ‘ $F(t)$ ’, при этом отображается весовая функция в окне  $h(t)$ . У правой колонке выводятся дискретные значения переходной характеристики  $h_j(t)$  соответственно решения (6). Программа рассчитана на проведение пяти серий экспериментов по 5 реализаций у каждой, то есть  $m = \overline{1, M}$ ;  $i = \overline{1, I}$ , для которых проводится статистическая обработка. Для размещения данных у одной таблице параметры  $F(t)$  и  $f(t)$  предварительно нормируются по максимальному их значению. На графике (рис. 1) два типа нагрузки ГСП частотой вращения шпинделя  $n(t)$ : 1)  $f(t)$  – быстрый рост,  $n(t)$  до постоянного значения 3000 мин<sup>-1</sup>; 2)  $u(t)$  – медленный рост,  $n(t)$  также до 3000 мин<sup>-1</sup> с последующим отключением привода шпинделя. Временная ось  $t$  составляет 50 с нагружения, при этом измеряется температура  $F(t)$ , по которой рассчитывается средняя весовая функция  $h(t)$ . Она используется при расчетах  $\Phi(t)$  по формуле (13).

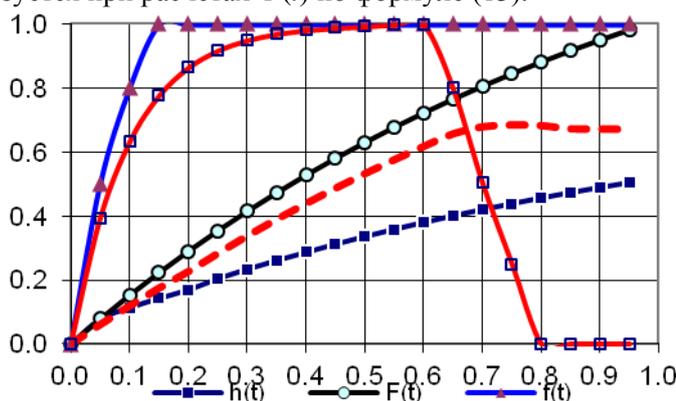


Рис. 1. Результаты экспериментов с использованием методики определения весовой функции  $h(t)$  ГСП по температуре нагрева масла



### **Выводы**

1. Разработанная методика является удобной в использовании. 2. Методика обеспечивает необходимую точность оценки переходной характеристики динамического объекта экспериментальных исследований. 3. Проведенные экспериментальные температурные исследования шпиндельного ГСП показали ее надежность.

### **Библиографические ссылки**

1. *Иволгин А.И., Скарлыкина О.И.* Определение силовых характеристик плоских замкнутых гидростатических опор при диафрагменно - дроссельном регулировании// Вестник Тихоокеанского государственного университета. - 2006. - № 2.
2. *Бушуев В.В.* Гидростатическая смазка в станках. - М.: Машиностроение, 1994. - 196 с.
3. *Джонсон Н., Лион Ф.* Статистика и планирования эксперимента в технике и науке. Метод обработки данных. Перевод с английского.// Под ред. Э.К. Лецкого. М.: "Мир", 1980. - 512 с.
4. *Ершова В.В.* Импульсные функции. Функции комплексной переменной. Операционное исчисление. Под ред. В.И. Азаматовой. Минск, «Вышэйш. школа», 1976. - 255 с.