УДК 510.6+519.767+519.688

К ПОСТРОЕНИЮ ИНТЕЛЛЕКТНОЙ АНАЛИТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ: ОСНОВЫ ПРИНЦИПА СРАВНЕНИЯ ОПЕРАТОРНЫХ ФОРМУЛ КАК ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ МОДЕЛЕЙ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ СМЫСЛОВ. I

Чернышов М. Ю. – канд. филол. наук, зав. научно-методической частью, e-mail: Michael_Yu_Chernyshov@mail.ru (Президиум Иркутского научного центра СО РАН)

Дано математико-логическое описание принципа сравнения операторных предикативных формул, отражающих свойства, функции и отношения объектов и абстрактных сущностей. Решение задачи по разработке принципа сравнения – этап в разработке аналитического ядра, а именно технологии сравнения для интеллектных систем различного назначения (интеллектные GIS-системы; интеллектные системы, обеспечивающие регистрацию, распознавание образов и исследование микроскопических видеоизображений), способных выполнять смысловой анализ.

A mathematic-logical description of the comparison principle for operator predicative formulas, which represent properties, functions and relations of objects and abstract entities, is given. Solution to the problem related to elaboration of the comparison principle is a stage in elaboration of the analytical core, i.e. a comparison technology for intelligent systems presuming diverse intentions (intelligent GIS-systems; intelligent systems which provide for registration, image recognition and investigation of microscopic video-images) capable of sense analysis.

Ключевые слова: операторные предикативные формулы; принцип сравнения; метод сравнения; система сравнения; интеллектные системы.

Введение и постановка задачи

Сравнение составляет важнейший этап качественного и количественного анализа разнотипных объектов. Современные задачи качественного анализа множества объектов, наблюдаемых из космоса или под микроскопом в медико-биологических исследованиях, требуют сравнения наблюдаемых объектов в множестве подобных с выявлением структурных, функциональных, параметрических и иных тождеств, подобий или аналогий. Однако, например, принципы, пригодные для достоверного сравнения полей объектов, до сих пор не сформулированы. Не сформулированы и принципы сравнения свойств объектов, отношений между объектами, выражающихся в процессах (напр. динамики биологических объектов, динамики протекания процессов в живом). Речь прежде не шла о сравнении характеристик объектов (свойств, функций и т. п.), абстрактных сущностей (напр. значений, смыслов, музыкальных смыслов, свойств или даже назначений т.п.).

При инициации настоящей работы была поставлена задача разработки технологии сравнения абстрактных сущностей, выраженных формулами. *Операторные предикативные формулы* (ОПФ) могут быть функциональными моделями таких абстрактных сущностей. Сравнение должно быть корректным, т. е. предполагающим доказательство подобия, тождества или соответствия (соотображения) между свойствами, функциями. Такая задача актуальна, т. к. при ее решение предполагает приобретение одного из важных инструментальных средств решения части задачи анализа/синтеза смыслов

Начать решение задачи по созданию технологии сравнения следует с построения принципа сравнения. Без него невозможно построить метод сравнения, а без метода – технологию сравнения. Построение принципа сравнения – ключевой этап в разработке аналитического ядра, которое может быть использовано при проектировании «мозга» мыслящих роботов, способных выполнять не только механические, но и мыслительные функции.

Долгое время сравнение, анализ и синтез значений, выражаемых простыми ОПФ, и смыслов, выражаемых сложными ОПФ, считались невозможными по той причине, что отсутствовали сколько-нибудь конструктивные представления о значении, смысле и о том, как значения или смыслы связываются друг с другом, образуя единое целое. В монографиях [1, 2] и статьях [3, 4] автора предпринята попытка пролить свет на эти проблемы: описан подход, позволяющий использовать результаты автоматического смыслового анализа текстов готовых программ и их интенционального назначения (а) при синтезе новых программ на их основе [5, 6], (б) при создании технологий количественного анализа объектов на видеоизображениях, рассчитанный на использование в ГИС-технологиях и в анализе микроскопических видеоизображений нано-объектов и объектов в медико-биологических препаратах [7]. Решение задач такого уровня сложности предполагало решение комплекса взаимосвязанных подзадач: 1) идентификация объекта (/абстрактной сущности, факта, события, явления) и связанных с ним смыслов; 2) распознавание образов, необходимое для идентификации; 3) анализ сопряженных смыслов отношений и ситуативных смыслов. При этом постоянно возникает необходимость 4) в сравнении модели как образа абстрактной сущности с множеством соответствующих моделей данного класса, уже имеющихся в БД и являющихся квинтэссенцией множества представлений о таких объектах.

Заметим, что при интерпретации результата сравнительного исследования есть возможность оттолкнуться от смоделированной реальности, которая явилась результатом конкретного исследования. Одним из возможных подходов является подход, связанный с генерацией *апперцептивной формы реаль-*

ности, т. е. модельной реальности, предугадываемой на основе исследования *множества известных аналогов* (объектов, абстрактов, ситуаций, явлений аналогичных данному), и осуществления многоаспектного сопоставления исследуемой реальности с соответствующей апперцептивной реальностью. Такое априорное представление о реальности может быть учтено в процессе отражения и может оказать влияние на содержание, построение и полноту исследования. В итоге, картина представления об исследуемом объекте (процессе, ситуации, функции или явлении) может быть приближена к картине, соответствующей объективной реальности.

В Части 1 настоящей статьи строится теоретическая база, которая в дальнейшем будет необходима для формулировки и доказательства основных теорем метода сравнения абстрактных сущностей.

Обзор литературы

В исследованиях, известных из литературы, доказательное сравнение в рамках классических математических логик практически проводилось между моделями (Мальцев 1959 [8]), между рассуждениями (Owen 1990 [9]), между доказательствами теорем (Plaisted 1981 [10]; Boy 1992 [11]; Melis 1995 [12]; Deforneaux 1998 [13]; Клещев 2007 [14]), причем, проводимыми на различных уровнях абстрагирования и даже в рамках автоматического доказательства теорем (Глушков 1981 [15]; Owen 1990 [9]; Melis 1995 [12]; Deforneaux 1998 [13]; Гаврилова, Клещев 2006 [16]) или даже синтеза теорем (Lenat 1981 [17]; Vassilyev 1990–2006 [18]). Обобщение подходов в целях построения относительно универсальной теории сравнения привело к разработке академиком РАН С.Н. Васильевым *принципа сравнения* (Васильев 1980 [19]) и разработке группой, включавшей академика РАН В. М. Матросова, академика РАН С. Н. Васильева, проф. Л. Ю. Анапольскиого, *метода сравнения в математической теории систем* [20], рассчитанного на применение к движущимся объектам, исследуемым механикой. Этот метод стал основой нашего подхода.

Формулировка концепции сравнения свойств

Для начала покажем, что возможно проводить сравнение свойств. Для этого сформулируем *концепцию принципа сравнения свойств*. Пусть непосредственное исследование того или иного свойства ОС S представляется затруднительным (например, из-за сложности ОС или отсутствия приемлемого метода). Однако всегда можно попытаться построить (или подобрать готовую) модельную систему (МС) S^c, которая окажется гомоморфным образом ОС S, причем, такую, что исследование свойств МС S^c окажется заведомо более простой задачей. Тогда, если возможно показать, что S^c обладает некоторым интересующим нас свойством (напр. смыслом), и есть аппарат, позволяющий достоверно сравнивать ОС S с её моделью S^c (назовём последнюю *системой сравнения* (СС)) и их свойства, то можно приписать свойство, выявленное для системы сравнения S^c, объектной системе S.

***Предложение* 1** (*принцип сравнения свойств*) (ср. [20]). Пусть имеем некоторую систему S, свойство β которой не поддается простой идентификации. Тогда, если для системы S можно подобрать систему сравнения S^c, гомоморфную системе S и удовлетворяющую условию $C(\beta^c)$ (где β^c – некоторое *свойство сравнения*), то наличие свойства сравнения β^c у системы S^c гарантирует, что система S обладает свойством β. Иначе говоря:

$$\forall S, S^c \; S \sim S^c \;\; \& \;\; S^c = S^c(\beta^c) \Rightarrow (S^c = S^c(\beta^c)) \;\; \rightarrow \;\; (S = S(\beta)).$$

Задачу данного исследования можно интерпретировать как задачу построения принципа сравнения для множества значений и смыслов, выражаемых с помощью множества ОПФ следующих уровней сложности:
1) $\mathbf{P} = \{p \mid p : X \rightarrow \{T, F\}\}$ $(\mathcal{P}(X))$,
2) $\mathbf{R} = \{\mathbf{P} \mid \mathbf{P} : X \rightarrow \{T, F\}\}$ $(\mathcal{P}(\mathcal{P}(X)))$,
3) $\mathsf{R} = \{\mathbf{R} \mid \mathbf{R} : X \rightarrow \{T, F\}\}$ $(\mathcal{P}(\mathcal{P}(\mathcal{P}(X))))$, где $\mathbf{P} / \mathbf{R} / \mathsf{R}$ – множество всех подмножеств, соответствующих предикатов, входящих в него, и функций таких конструкций; $\mathcal{P}(X)$ – простая предикативная конструкция; $\mathcal{P}(\mathcal{P}(\mathcal{P}(X)))$ – предикативная конструкция высокой степени вложенности.

Определения основных понятий, связанных с исследованием

Введем определения важнейших понятий, имеющих отношение к принципу сравнения и методу сравнения абстрактных сущностей, которые нам предстоит построить. Переменные и константы, характеризующие не ОС, а модельную систему (формулу или функцию) назовём переменными сравнения. Понятия *индивидная константа сравнения*, *индивидная переменная сравнения*, а также соответствующие аксиомы (*аксиома связи* и *аксиома сравнения*) можно позаимствовать в [20], но остальные понятия принципа сравнения и метода сравнения, которые используются в математической теории систем не годятся для сравнения исследуемых нами объектов (свойств, функций, значений, смыслов). Вот почему были введены определения новых понятий (терм сравнения; оператор сравнения; предикат сравнения; среда сравнения; функция сравнения; система сравнения; главная подформула), определение условия универсальной непустоты. Были доказаны соответствующие теоремы.

***Определение* 1** (*терма сравнения*). Терм вида $p^c(x)$ назовём *термом сравнения*, если речь идёт о сравнении пары однотипных термов $(p(x_i), p^c(x))$, где $p(x_i)$ – анализируемый терм.

***Определение* 2** (*оператора сравнения*). Оператор вида R_i^c назовём оператором сравнения, если он выбирается для сравнения с оператором R_j того же типа.

***Определение* 3** (*простого предиката сравнения*). Предикат вида $P^c = R_i^c p^c(x)$ назовём предикатом сравнения, если он выбирается для сравнения с предикатом вида $R_i p(x)$ того же типа.

***Определение* 4** (*сложного предиката сравнения*). Структура отношений вида $R(\cdot)p(x)$ означает, что, в принципе, возможны предикаты, содержащие иерархию операторов, применяемых к одному операнду, т. е. $R_j(R_k(\ldots R_n(p(x))))$. Здесь терм $p(x)$ есть область действия оператора $R_i(\cdot)$. Согласно [20], оператор $R_i(\cdot)$ является функционально независимым в том случае, если область его действия $p(x)$ не содержит вхождений операторной переменной, т. е. если $S = S_1(R_j)S_2(R_k(\ldots R_n(p(x))))$.

Возможность появления структуры отношений $R(\cdot)p(x)$ в формулах вида $S(R(\cdot)p(x))$ можно рассматривать как свойство этого класса формул.

***Определение* 5** (*среды сравнения*). Кортеж из множества модельных формул сравнения вида $S_k^c(R_i^c p^c(x))$, $k = 1,\ldots,m;\ i = 1,\ldots,n$, т. е. $\left\langle S_1^c, S_2^c,\ldots,S_m^c \right\rangle$, характеризующих сравниваемые объекты (в нашем случае – функции), будем называть *средой сравнения*.

***Определение* 6** (*функции сравнения*). Функция ν вида $\nu : S^c(R_i^c p^c(x)) \to \mathbf{\Phi}^c$ (где $\mathbf{\Phi}^c$ – множество функций, возможных для системы (формулы) сравнения S^c; $p^c(x)$ – терм сравнения) называется функцией сравнения для анализируемой функции w вида w: $S(R_j p(x)) \to \mathbf{\Phi}$ (где $\mathbf{\Phi}$ – множество функций, возможных для анализируемой системы (формулы) S_j; $p(x)$ – исходный терм), если выполняются одновременно следующие 3 условия:

а) структура отношений вида $R_i^c p^c(x)$ принадлежит множеству, где определены отношения $R_j p(x)$, если $R_i\, p(x) \in \mathbf{S}$ (где $\mathbf{S}$ – множество формул, $\mathbf{S} = \left\{S_1^c, S_2^c,\ldots,S_m^c\right\}$) и $R_i^c p^c(x) \in \mathbf{S}$ (иными словами, если конструкции вида $S^c(R_i^c p^c(x))$ и $S(R_j p(x))$ можно встретить (/употребить) в одном и том же множестве формул);

б) структура отношений $R_i^c p^c(x)$ может быть (i) рассмотрена как семантически эквивалентная структуре отношений $R_j p(x)$ даже при неизоморфных основах (как правило, представленных термами: $p^c(x) \neq p(x)$) или (ii) сведена к структуре отношений $R_j p(x)$ путем некоторых допустимых преобразований оператора R_j (обратившись ЕЯ, можно указать примеры таких двух типов структур сравнения: (i) $R_j p(x) =$ *an unnaturally small person* —— $R_i^c p^c(x) =$ *a dwarf*; (ii) $R_j p(x) =$ (*the*) *we* —— $R_i^c p^c(x) =$ (0-Art) *we*);

в) возможность выполнения некоторой функции $u \in \mathbf{\Phi}^c \times \mathbf{\Phi}$ формулой вида $S^c(R_i^c p^c(x))$ предполагает возможность выполнения той же функции формулой вида $S(R_j p(x))$.

Определение **7** (*системы сравнения*). Вектор-функция $V = (w, v)$ в множестве формул сравнения (среде сравнения) называется *системой сравнения для пары сравниваемых функций* (w, v), если: i) функция v является *функцией сравнения* (т. е. выполнены условия Определения 7); ii) система отношений, определяющая пару сравниваемых функций (w, v), принадлежит области (множеству функций), на котором определены отношения $R_i^c p^c(x)$, т. е. если $S_k^c(R_i^c p^c(x)) \subseteq \mathbf{S}$, где $\mathbf{S}$ – множество формул; iii) для функций сравниваемых формул, т. е. для $S(R_j p(x))$ и $S^c(R_i^c p^c(x))$ справедливо утверждение: $(\forall p(x) \in \mathbf{P})(\forall R_j \in \mathbf{R})\exists S^c(R_i^c p^c(x))\exists S(R_j p(x))$ такие, что $V:\ v(S^c) \to w(S)$.

Определение **8** (*главной подформулы формулы*). Пусть U – формула в её унифицированном представлении. В силу [22], подформулы следующих типов могут быть названы главными подформулами из U вида $U = Rp(x)$: а) все заключительные формулы из U; б) подформулы вида $p(x)$; $\forall x\ p(x)\ \exists x\ p(x); p(x) \cap q(x); p(x) \cup q(x); R$.

В дальнейших рассуждениях нам потребуются следующие предложения.

Предложение **2** (ср. **6.1** в [22]). Пусть $S(p(x))$ – подформула, признанная главной подформулой формулы U вида $S(R_j p(x))$, а формула U' вида $S'(R'_j\ p'(x))$ логически сильнее подформулы S' (т. е. $S' \Rightarrow S$). Тогда результат замены подформулы S на S' в формуле U "логически сильнее" формулы U.

Предложение **3 (**ср. **6.2** в [22]). Пусть формула U' вида $S'(R'_j\ p'(x))$ получается из формулы U вида $S(R_j p(x))$ путем замены в формуле U некоторых логических операторов на операторы более общего вида (например, операторов $\cap$-типа на операторы $\cup$-типа и/или кванторов $\exists x\ \ p(x)$ на кванторы $\forall x\ \ p(x)$). Тогда, если выполняются условия универсальной непустоты формулы U относительно указанных операторов, то формула U логически сильнее формулы U'.

Предложение **4** (ср. **6.3** в [22]). Если в формуле вида $S(\forall x \;\; p(x))$, квантор $\forall x$ является независимым, то $S(\forall x \;\; p(x)) \Rightarrow \forall x \;\; S(p(x))$, т. е. формула $S(p(x))$ логически сильнее, чем формула $S(\forall x \;\; p(x))$.

Исходя из определения 8, $S(p^c(x))$ является главной подформулой формулы сравнения и, согласно Предложению 3, она сильнее, чем $S(p(x))$ (т. е. $S(p^c(x)) \Rightarrow S(p(x))$). Поэтому, согласно Предложению 2, результат замены $S(p(x))$ на $S(p^c(x))$ в исходной формуле $S(R_j p(x))$ логически сильнее этой исходной формулы, т. е. $S(R_j p^c(x)) \Rightarrow S(R_j p(x))$.

Определение **9** (*условия универсальной непустоты относительно оператора*). Согласно [22], пусть U – некоторая формула в её унифицированном представлении, $R(z)$ – её оператор с операторной переменной z и некоторым типовым условием J. Тогда формула J выражает непустоту области изменения переменной z при любых допустимых значениях операторных переменных и кванторов, являющихся внешними по отношению к оператору формулы, и называется (согласно [7]) *условием универсальной непустоты формулы* U *относительно* $R(z)$.

О целях использования метода сравнения в задаче функциональной декомпозиции

Задачи функциональной декомпозиции составляющих логико-семантических формул обычно связаны с выделением (или исключением из них) функций переменных, термов или предикатов, которые принято считать связанными с функциями операторов таких формул. К решению задачи функциональной декомпозиции можно попробовать подступиться, использовав метод сравнения функций и свойств.

Опишем содержание такого метода сравнения. Применение метода сравнения предполагает: 1) нахождение системы сравнения (СС) гомоморфной исходной ОС, но существенно более простой в отношении исследования её функций и свойств; 2) переход от исследования функций исходной системы к исследованию функций СС; 3) получение вывода о функциях СС и перенос вывода на исходную систему.

В динамике систем переменные $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ обычно обозначают решения задачи. В задачах логической семантики, где *переменные* и *термы* могут выполнять некоторые простые функции и выражать простые значения, а *предикаты* могут выполнять более сложные функции (и обеспечивать, например, выражение смыслов), функции переменных, термов и предикатов могут быть, в некотором смысле, решениями задачи (например, задачи синтеза/анализа сложного смысла).

Формулировка теорем о функциональной коммутативности ОПФ

Большое значение для возможности дальнейших рассуждений имеет вопрос корректности формального представления не столько собственно ОПФ, сколько функций составляющих ОПФ и функций ОПФ в целом. Для этого необходимо доказать допустимость функциональной коммутативности ОПФ, понимаемой как функциональная независимость оператора от операнда. Структурная коммутативность ОПФ не является проблемой. Однако коммутативности может не быть на уровне функциональной структуры.

***Теорема* 1** (*о функциональной коммутативности*). Если для исходной формулы вида $S = S(P_1)$ (где $P_1 = R_1 p(x)$) – предикат; $R_1 \in \mathbf{R}$ – оператор) можно подобрать гомоморфную[1] (изоморфную[2]) ей формулу сравнения вида $S^c = S^c(P_2^c)$ (где $P_2^c = R^c p^c(x)$ – предикат сравнения; $R_i^c \in \mathbf{R}$ – оператор сравнения) такую, что для последней выполняется условие функциональной независимости оператора от операнда, т. е. для формулы сравнения выполняется условие функциональной коммутативности $S^c(R_i^c p^c(x)) \to R_i^c S^c(p^c(x))$, то и для исходной формулы выполняется условие структурно-функциональной коммутативности: $S(R_j p(x)) \to R_j S(p(x))$, т. е. условие функциональной независимости оператора от операнда. Причём, если последнее условие выполняется для исходной формулы, то оно выполняется и для системы сравнения.

***Теорема* 2** (*о функционально-семантической независимости оператора*). В функционально-семантическом отношении оператор R_j в формуле вида $S(R_j p(x))$ не зависит от основы $p(x)$ этой формулы.

***Теорема* 3**. (*теорема сравнения*) Пусть для формулы вида $S(R_j p(x))$ имеет место гомоморфизм $w : S(R_j p(x)) \to \mathbf{\Phi}$ (где $\mathbf{\Phi}$ – множество функций формулы S). И пусть для формулы $S(R_j p(x))$ можно подобрать формулу сравнения вида $S^c(R^c p^c(x))$, для которой имеет место гомоморфизм $v^c : S^c(R^c p^c(x)) \to \mathbf{\Phi}^c$ ($\mathbf{\Phi}^c$ – множество функций формулы S^c), тогда, если $\mathbf{\Phi} = \mathbf{\Phi}^c$ (т. е. если множества возможных функций двух формул совпадают), причём, $\varphi(p(x)) = \varphi(p^c{}'(x))$ (т. е. функции основ сравниваемых формул сов-

[1] (т. е. предполагающую взаимно неоднозначное соответствие группового типа)

[2] (т. е. предполагающую взаимно однозначное соответствие типа теоретико-множественных отношений)

падают) и $\psi(R_j) \to \psi(R^c)$ (т. е. функции операторов сравниваемых формул совпадают), то совпадают и функции формул, следовательно, $v^c = w$. Причём, если последнее условие выполняется, то для формул $S(R_j p(x))$ и $S^c(R^c p^c(x))$ имеет место совпадение функций их основ ($(\varphi(p(x)) = \varphi(p^c{}'(x))$) и функций их операторов ($\psi(R_j) = \psi(R^c)$) .

Заключение

Итак, нами (а) сформулирована концепция принципа сравнения свойств; (б) даны определения основных понятий, (б) введены утверждения в форме предложений, (в) определены цели сравнения в задаче функциональной декомпозиции ОПФ. Таким образом, построена теоретическая база, необходимая для формулировки и доказательства основных теорем метода сравнения абстрактных сущностей (свойств, функций, значений объектов) и, прежде всего, для формулировки и доказательства теорем о коммутативности (понимаемой как структурно-функциональная декомпозитивность) ОПФ, т. е. функционально-семантической независимости оператора от предикативного ядра. Эти теоремы – важный этап в разработке концепции сравнения абстрактных сущностей. В Части 2 статьи будут доказаны теоремы метода сравнения абстрактных сущностей.

Библиографические ссылки

1. *Чернышов М. Ю.* Вербальные средства выражения мыслей-скрепов как медиаторов смысловой интегративности текста / М. Ю. Чернышов. – М.: Наука и право, 2010. 168 с.

2. *Чернышов М. Ю.* Проблема идентификации вербально выраженных мыслей-скрепов как медиаторов смысловой интегративности текстов / М. Ю. Чернышов. М.: Наука и право, 2010. 152 с.

3. *Чернышов М. Ю.* Основы метода анализа смысла текста с помощью вербально выраженных мыслей-скрепов / М. Ю. Чернышов // Вестник Бурятского гос. ун-та. Серия “Романо-германская филология”. – 2009. – Вып. 11. – С.154–157.

4. *Чернышов М. Ю.* Мысли-скрепы как медиаторы смысловой интегративности текста. Подход к анализу смысловой связности текста с помощью мыслей-скрепов / М. Ю. Чернышов // Вопросы филологии. – 2012. – № 1.

5. *Чернышов М. Ю.* Основы вычислительной технологии, предназначенной для исследования программных систем и основанной на принципах логико-смыслового анализа / М. Ю. Чернышов, Н. В. Абасов // Вестник ТОГУ. – 2012. – № 2 (25). – С. 27–36.

6. *Чернышов М. Ю.* Система содержательного анализа текстов программ, предназначенная для обучения программистов аналитическим приемам / М. Ю. Чернышов, Н. В. Абасов // Аналитическая механика, устойчивость и управление. Труды X Международной Четаевской конференции. – Т. 4. Компьютерные тех-

нологии (Казань, 12–16 июня 2012 г.). – Казань: Изд-во Казанского гос. тех. ун-та, 2012. – С. 303–312.

7. *Чернышов М. Ю.* Метод количественного анализа объектов на видеоизображениях, рассчитанный на использование в ГИС-технологиях и анализе микроскопических видеоизображений / М. Ю. Чернышов, В. Н. Нурминский, Н. В. Абасов, Е. Н. Осипчук // Вестник Бурятского гос. ун-та. Серия “Математика. Информатика”. – 2012. – Вып. 9. – С. 76–80.

8. *Мальцев А. И.* Модельные соответствия / А. И. Мальцев // Изв. АН СССР. Серия “Математика”. – 1959. – Т. 23. – № 3. – С. 313–336.

9. *Owen S.* Analogy for Automated Reasoning / S. Owen. N.Y.: Acad. Press, 1990. 770 p.

10. *Plaisted D. A.* Theorem proving with abstraction / D. A. Plaisted // Artificial Intelligence. – 1981. – Vol. 16. – P. 47–108.

11. *Boy de la Tour Th.* Building proofs by analogy via the Curry-Howard isomorphism / Th. Boy de la Tour, Ch. Kreitz // Proc. LPAR. – 1992. – P. 202–213.

12. *Melis E.* A model of analogy-driven proof-plan construction / E. Melis // Proc. of IJCAI. – 1995. – P. 182–189.

13. *Deforneaux G.* Theorem proving with abstraction / G. Deforneaux, C. Bourely, N. Peltier // J. of Automated Reasoning. – 1998. – Vol. 20. – Nos. 1, 2. – P. 27–45.

14. *Клещев А. С.* Модель аналогии между математическими доказательствами / А. С. Клещев // Проблемы управления. – 2007. – № 1. – С. 20–24.

15. *Глушков В. М.* Машина доказывает / В. М. Глушков. М.: Знание, 1981.

16. *Гаврилова Т. Л.* Внутренняя модель математической практики для систем автоматизированного конструирования доказательств теорем / Т. Л. Гаврилова, А. С. Клещев // Проблемы управления. – 2006. – № 4. – Ч. 1. – С. 32–35; № 5. – Ч. 2. – С. 68–73; № 6. – Ч. 3. – С. 68–71.

17. *Lenat D. B.* On automated scientific theory formation: A case study using the AM program / D. B. Lenat // Machine Intelligence. – 1981. – No. 9. – P. 31–43.

18. *Vassilyev S. N.* Machine synthesis of mathematical theorems / S. N. Vassilyev // J. of Logic Programming. – 1990. – Vol. 9. – Nos. 2, 3. – P. 235–266.

19. *Васильев С. Н.* Принцип сравнения // В. М. Матросов, Л. Ю. Анапольский, С. Н. Васильев. Метод сравнения в математической теории систем / Отв. ред. В. М. Матросов. Новосибирск: Наука, 1980. С. 374–450.

20. *Матросов В. М.* Метод сравнения в математической теории систем / В. М. Матросов, Л. Ю. Анапольский, С. Н. Васильев / Под ред. В. М. Матросова. Новосибирск: Наука, 1980. 480 с.

21. *Васильев С. Н.* Метод сравнения в анализе систем III / С.Н. Васильев // Дифференциальные уравнения. – 1982. – Т. XVIII. – № 2. – Минск: Наука и техника, 1982. – С. 197–205.

22. *Васильев С. Н.* Метод сравнения в анализе систем IV / С.Н. Васильев // Дифференциальные уравнения. – 1982. – Т. XVIII. – № 6. – Минск: Наука и техника, 1982. – С. 938–947.