



УДК 004.65

© 2005 г. **Е.Л. Еремин**, д-р техн. наук  
(Амурский государственный университет, Благовещенск)

## ПОСТРОЕНИЕ АДАПТИВНЫХ СИСТЕМ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ ПО УПРАВЛЕНИЮ НА ОСНОВЕ ЭТАЛОННОГО УПРЕДИТЕЛЯ<sup>1</sup>

В работе обсуждаются процедуры синтеза алгоритмов адаптивных систем для динамических объектов с запаздыванием по управлению с использованием дополнительного динамического контура минимального порядка – эталонного упредителя, обеспечивающего совместное выполнение компенсации запаздывания по управлению и формирование желаемой динамики с помощью явно-неявной эталонной модели.

### Введение

При разработке автоматических систем для объектов с запаздыванием по управлению, функционирующих в условиях априорной неопределенности, достаточно распространено использование в основном контуре управления так называемых шунт-компенсаторов, позволяющих обеспечить некоторое желаемое качество работы системы за счет управления параллельным соединением *объект + шунт* [1 – 6]. При этом в беспойсковых адаптивных системах управления, в частности в схемах с явной эталонной моделью (включенной параллельно объекту), формируется соединение типа *объект + шунт + эталон*, в котором структуры эталона и шунта могут иметь минимальную структурную сложность, поскольку допускается реализация принципа явно-неявной эталонной модели [4, 7].

В данной работе построение систем с явно-неявной эталонной моделью и шунтом для неустойчивого объекта со скалярным входом-выходом и запаздывающим управлением рассматривается для случая, когда параллельное соединение трех элементов основного контура системы управления вида *объект + шунт + эталон* заменяется более простым – *объект + эталонный упредитель*. Разработка адаптивных систем для объектов с запаздыванием по управлению, подверженных действию исчезающих возмущений, опирается на критерий гиперустойчивости [8 – 9].

---

<sup>1</sup> Работа выполнена в рамках плана НИР по заданию Федерального агентства по образованию в 2005 г. «Модели и алгоритмы непрерывных и гибридных систем управления априорно неопределенными нелинейно-нестационарными объектами».

## Постановка задачи

Рассматривается объект, описываемый уравнениями

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + bu(t-h) + f(t), \quad y(t) = L^T x(t), \quad (1)$$

$$u(\theta) = \varphi(\theta), \quad \theta \in [-h, 0]$$

и функционирующий в условиях априорной неопределенности вида

$$A = A(\xi), \quad b = b(\xi), \quad L = L(\xi), \quad f(t) = f_\xi(t), \quad \xi \in \Xi, \quad (2)$$

где  $x(t) \in R^n$  – вектор состояния;  $y(t)$  – скалярный выход;  $h = const > 0$  – известное запаздывание;  $\varphi(\theta)$  – ограниченная непрерывная начальная функция;  $u(t)$  – скалярное управление;  $A$  и  $b$ ,  $L$  – квазистационарные соответственно матрица состояния и векторы управления и выхода, с элементами, значения которых зависят от набора неизвестных параметров  $\xi$ , принадлежащих известному множеству  $\Xi$ ;  $f^T(t) = (0, \dots, 0, f_n(t)) \in R^n$  – возмущение, обладающее свойством

$$|f_n(t)| \leq f_0 = const > 0. \quad (3)$$

К объекту (1) присоединяется адаптивный регулятор

$$u(t) = r(t) + v(t), \quad v(t) = c(t)y(t) + k(t)u(t-h), \quad (4)$$

где  $r(t)$  и  $v(t)$  – соответственно скалярные задающее воздействие и сигнал адаптации;  $c(t)$ ,  $k(t)$  – настраиваемые коэффициенты регулятора, алгоритмы настройки которых должны быть определены в ходе синтеза. При этом структура эталонного упредителя, предназначенного для компенсации запаздывания и задания в системе желаемого качества управления, формируется в явно-неявном виде, т.е. согласно уравнению

$$\frac{dz_M(t)}{dt} = -a_0 z_M(t) + a_0 (u(t-h) - v(t)), \quad a_0 = const > 0, \quad (5)$$

где  $z_M(t)$  – скалярная переменная состояния;  $a_0$  – некоторая произвольно выбираемая скалярная величина, определяющая длительность переходных процессов в системе управления по завершению процессов адаптации.

Предполагается, что в системе (1), (4) – (5) полином  $L^T(sE - A)^+ b$  гурвицев степени  $(n - 1)$  с положительными коэффициентами, здесь  $(sE - A)^+$  – соответствующая присоединенная матрица.

Требуется для системы адаптивного управления (1), (4) – (5) определить алгоритмы настройки коэффициентов регулятора  $c(t)$  и  $k(t)$  таким образом, чтобы в условиях априорной неопределенности (2), (3) и при любых начальных условиях и функциях обеспечивалось выполнение целевых условий

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \|x_M(t) - x(t)\| &\leq \tilde{x}_0, \quad \tilde{x}_0 = const > 0, \\ \lim_{t \rightarrow \infty} c(t) &\leq \tilde{c}_0, \\ \lim_{t \rightarrow \infty} k(t) &\leq \tilde{k}_0, \quad \tilde{c}_0, \tilde{k}_0 = const. \end{aligned} \quad (6)$$

## Метод решения

Синтез контура адаптации системы управления осуществляется в соответствии с общепринятой методикой на основе критерия гиперустойчивости. Предварительно заметим, что уравнение эталонного упределителя (5), аналогично [7], можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{dx_M(t)}{dt} &= A_M x_M(t) + b_M a_0 (v(t) + u(t-h)), \\ y_M(t) &= L^T x_M(t), \end{aligned} \quad (7)$$

где  $x_M(t) \in R^n$  – вектор состояния эквивалентного эталонного упределителя;  $y_M(t)$  – скалярный выход. При этом если элементы матрицы  $A_M$  и вектора  $b_M$  заданы так, что некоторая передаточная функция  $W(s)$  удовлетворяет соотношениям вида

$$W(s) = \frac{a_0 L^T (sE - A_M)^+ b_M}{\det(sE - A_M)} = \frac{a_0 L^T (sE - A_M)^+ b_M}{(s + a_0) L^T (sE - A_M)^+ b_M} = \frac{a_0}{s + a_0}, \quad (8)$$

то, учитывая гурвицевость полинома  $L^T (sE - A_M)^+ b$ , всегда можно выполнить следующие условия структурного согласования объекта управления (1) и эталонного упределителя (7):

$$A - A_M = a_0 c_0 b_M L^T, \quad b = a_0 (1 + k_0) b_M. \quad (9)$$

*Первый этап.* Полагая  $\varepsilon(t) = x_M(t) - x(t)$ , получим математическое описание систем (1), (4), (5) и (1), (4), (7) в эквивалентной форме записи

$$\frac{d\varepsilon(t)}{dt} = A_M \varepsilon(t) + b_M a_0 \mu(t) + f(t), \quad v(t) \stackrel{\Delta}{=} y_M(t) - y(t), \quad (10)$$

$$\mu(t) \stackrel{\Delta}{=} -[(c(t) - c_0)y(t) + (k(t) - k_0)u(t-h)].$$

*Второй этап.* Обеспечим выполнение неравенства Попова

$$\eta(0, t) = -\int_0^t \mu(s)v(s)ds \geq -\gamma_0^2 = const, \quad \forall t > 0, \quad (11)$$

определив условия, сформулировав их относительно нелинейной части системы (10). Для этого, с учетом (10), запишем левую часть (11) в виде

$$\begin{aligned} \eta(0, t) &= 0.5 \int_0^t [(c(s) - c_0)y(s) + (k(s) - k_0)u(s - \tau_2)][v(s) + \delta]ds + \\ &+ 0.5 \int_0^t [(c(s) - c_0)y(s) + (k(s) - k_0)u(s - \tau_2)][v(s) - \delta]ds. \end{aligned}$$

Если алгоритмы настройки коэффициентов адаптивного регулятора (4) синтезировать следующим образом:

$$\frac{dc(t)}{dt} = \begin{cases} 0, & \text{при } |v(t)| \leq \delta, \\ \alpha_1 y(t)(v(t) - \delta), & \text{при } v(t) > \delta, \\ \alpha_1 y(t)(v(t) + \delta), & \text{при } v(t) < -\delta, \end{cases} \quad (12)$$

$$\frac{dk(t)}{dt} = \begin{cases} 0, & \text{при } |v(t)| \leq \delta, \\ \alpha_2 u(t-h)(v(t) - \delta), & \text{при } v(t) > \delta, \\ \alpha_2 u(t-h)(v(t) + \delta), & \text{при } v(t) < -\delta, \end{cases} \quad (13)$$

$$\delta, \alpha_1, \alpha_2 = \text{const} > 0,$$

то, аналогично [9], можно показать, что для  $\eta(0, t)$  будет справедлива искомая оценка

$$\eta(0, t) > -\gamma_0^2 = \text{const}, \forall t > 0.$$

*Третий этап.* Синтез на этом этапе заключается в выполнении, при  $f(t) = 0$ , аналогично [3], частотного условия положительности линейной части системы (10), имеющего следующий вид:

$$\text{Re}W(j\omega) = \text{Re}[a_0 L^T (j\omega E - A_M)^{-1} b_M] > 0, \forall \omega \geq 0. \quad (14)$$

Справедливость неравенства (14) в силу соотношений (8) не вызывает сомнений.

*Четвертый этап.* Поскольку при любых  $\xi \in \Xi$  выполнены неравенство (11) и условия положительности (14), система (10), (12), (13) является гиперустойчивой и в ней имеет место первое из целевых условий вида (6). Кроме того, учитывая ограниченность реакций системы (10) на ограниченные изменения входного сигнала, а также принимая во внимание явный вид алгоритмов (12), (13), становится вполне очевидным, что за счет выбора в них величины зоны нечувствительности  $\delta$  можно обеспечить выполнение двух последних предельных целевых условий из (6).

Таким образом, эквивалентные системы управления (10), (12), (13) и (1), (4), (5), (12), (13) – гиперустойчивы и адаптивны в заданном классе  $\Xi$ .

Здесь уместно заметить, что из выполнения требования

$$\|x_M(t) - x(t)\| \leq \tilde{x}_0$$

следует существование оценки

$$\|x_m(t) - x(t)\| \leq \tilde{x}_1, \quad (15)$$

для некоторого  $\tilde{x}_1 = \text{const} > 0$ , где  $x_m(t)$  – переменная состояния явно-неявной эталонной модели. Условие (15) важно с практической точки зрения, т.к. величина  $\tilde{x}_1$  влияет на величину ошибки  $(y_m(t) - y(t))$ , где  $y_m(t)$  – выход явно-неявной эталонной модели, формирующий желаемое поведение объекта управления.

### Пример

С целью анализа качества функционирования системы адаптации (1), (4), (5), (12), (13) в условиях априорной неопределенности при действии на объект с запаздыванием по управлению ограниченных по модулю помех случайной природы рассмотрим конкретный пример и проведем имитационное моделирование системы,  $S$ -модель которой представлена на рис. 1.

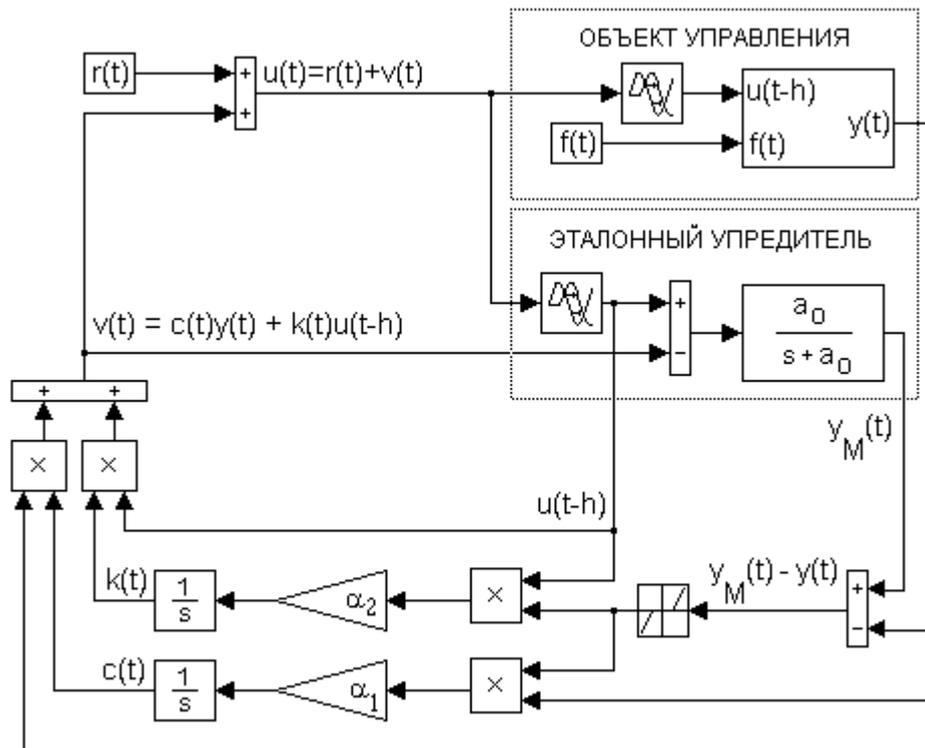


Рис. 1. S-модель адаптивной системы управления (1), (4), (5), (12), (13).

Вычислительный эксперимент проводился для неустойчивого объекта (1) с известным запаздыванием по управлению  $h = 0.7$  (с) при нулевой начальной функции  $u(\theta) = 0$ ,  $\theta \in [-h, 0]$ . Случайная помеха  $f(t)$  была ограничена по модулю величиной  $f_0 = 0.15$ . Значения элементов матрицы состояния объекта и векторов управления и выхода были определены следующим произвольным образом:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0.1 & -10 & -4 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1.25 \end{pmatrix}, \quad L^T = (6 \quad 5 \quad 1). \quad (16)$$

Параметры эталонного упредителя (5) и контура адаптации (12), (13) были выбраны со значениями:

$$a_0 = 1.1, \quad \alpha_1 = 1.8, \quad \alpha_2 = 1.5, \quad \delta = 0.02. \quad (17)$$

Динамика процесса на выходе объекта управления  $y(t)$ , поведение желаемой траектории  $y_m(t)$  и запаздывающего управления  $u(t-h)$ , протекающие в системе управления (1), (4), (5), (12), (13), изображены на рис. 2. Характер процесса самонастройки коэффициентов  $c(t)$  и  $k(t)$  адаптивного регулятора (4), а также действующего возмущения  $f(t)$  и динамика выхода эталонного упредителя, приведены на рис. 3.

По завершению основного этапа самонастройки коэффициентов адаптивного регулятора, приблизительно через 25 (с), процесс адаптации фактически становится квазистационарным. При этом ошибка  $(y_m(t) - y(t))$  оказывается относительно малой и не превышает 6%, а максимальная величина рассогласования  $(y_m(t) - y(t))$  оказывается  $\approx 3\%$ .

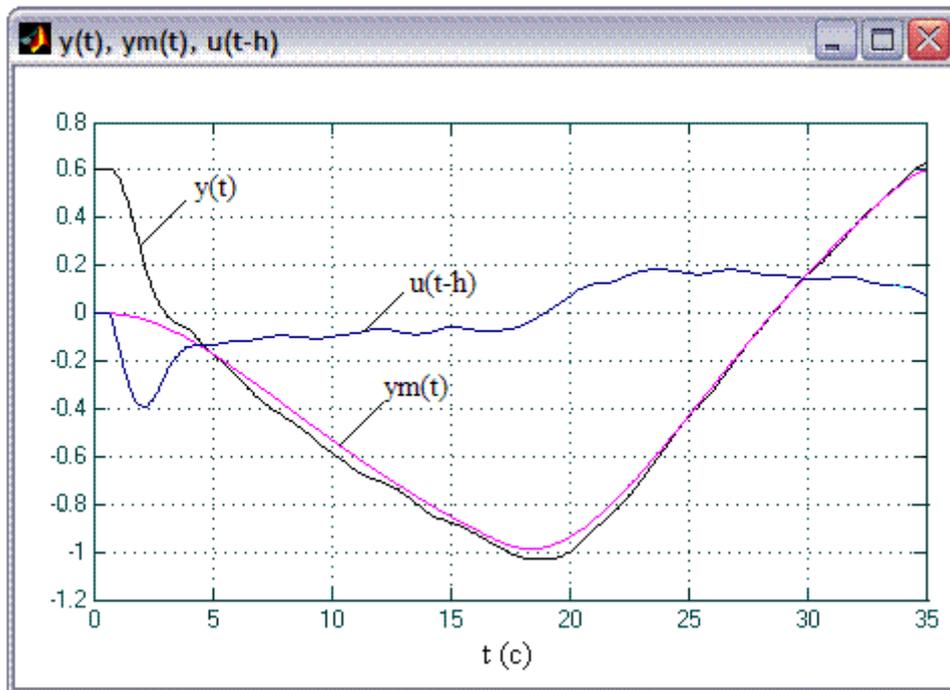


Рис. 2. Динамика процессов  $y(t)$ ,  $y_m(t)$ ,  $u(t-h)$  в системе (1), (4), (5), (12), (13).

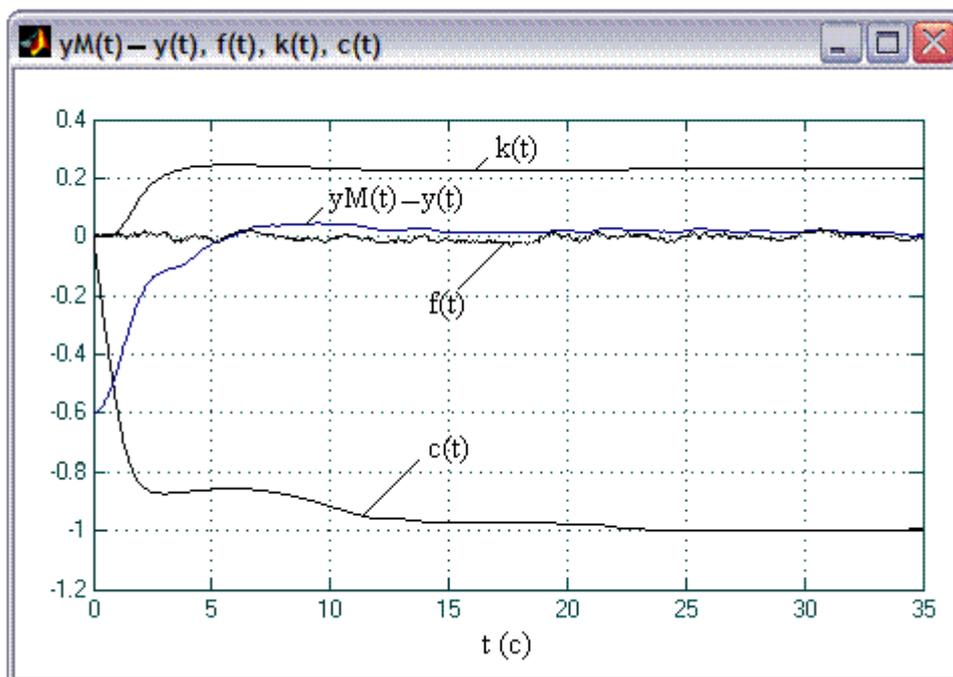


Рис. 3. Динамика процессов  $c(t)$ ,  $k(t)$ ,  $f(t)$ ,  $(y_M(t) - y(t))$  в системе (1), (4), (5), (12), (13).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Еремин Е.Л. Гиперустойчивость систем управления нелинейным объектом с запаздыванием // Автоматизация технологических процессов. Фрунзе: Фрунз. политехн. ин-т, 1987.
2. Еремин Е.Л., Горбина Н.Н. Локальные адаптивные системы управления уровнем воды в магистральных каналах // Совершенствование методов и средств автоматизации гидромелиоративных систем. Бишкек: Кыргыз. сельхоз. ин-т, 1994.



3. Фрадков А.Л. Адаптивная стабилизация минимально-фазовых объектов с векторным входом без измерения производных выхода // Докл. РАН. 1994. Т. 337. №5.
4. Andrievsky B.R., Fradkov A.L., Stotsky A.A. Shunt compensation for indirect sliding-mode adaptive control // Proc. of 13<sup>th</sup> Triennial World Congress IFAC. San Francisco USA, 1996.
5. Паршева Е.А., Цыкунов А.М. Адаптивное управление объектом с запаздывающим управлением со скалярным входом-выходом // АиТ. 2001. №1. С.142-149.
6. Еремин Е.Л., Ильина Л.В. Адаптивные системы с динамическим упредитель-компенсатором для объектов с запаздыванием по управлению // Информатика и системы управления. 2002. №1(3). С. 97-103.
7. Еремин Е.Л. Робастные алгоритмы нестационарных систем управления с явно-неявной эталонной моделью. // Дифференциальные уравнения и процессы управления. Электронный журнал, <http://www.neva.ru/journal>. 2001. № 3. С.61-74.
8. Попов В.М. Гиперустойчивость автоматических систем. М.: Наука, 1970.
9. Landau I.D. Adaptive Control Systems. The Model Reference Approach. N.Y.; Dekker, 1979.

УДК 517.977.5

© 2005 г. **Е.Л. Еремин**, д-р техн. наук  
(Амурский государственный университет, Благовещенск)

## **СИСТЕМА ПРЯМОГО АДАПТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИМ ОБЪЕКТОМ СО СКАЧКООБРАЗНЫМИ ИЗМЕНЕНИЯМИ МАТРИЦЫ ВЫХОДА<sup>1</sup>**

Для линейного объекта, функционирующего в условиях априорной неопределенности с нестационарной матрицей выхода (значения элементов кусочно-постоянные), рассматривается задача синтеза адаптивных алгоритмов настройки регулятора и компенсатора с использованием неявной эталонной модели.

### **Введение**

Методы построения адаптивных систем управления динамическими объектами в схемах с неявной эталонной моделью при квазистационарном или нестационарном изменении параметров математических моделей хорошо известны [1, 2]. В ходе синтеза таких систем управления приходится

---

<sup>1</sup> Работа выполнена в рамках плана НИР по заданию Федерального агентства по образованию в 2005 г. «Модели и алгоритмы непрерывных и гибридных систем управления априорно неопределенными нелинейно-нестационарными объектами».