3. *Фрадков А.Л.* Адаптивная стабилизация минимально-фазовых объектов с векторным входом без измерения производных выхода // Докл. РАН. 1994. Т. 337. №5.
4. *Andrievsky B.R., Fradkov A.L., Stotsky A.A.* Shunt compensation for indirect sliding-mode adaptive control // Proc. of 13th Triennial World Congress IFAC. San Francisco USA, 1996.
5. *Паршева Е.А., Цыкунов А.М.* Адаптивное управление объектом с запаздывающим управлением со скалярным входом-выходом // АиТ. 2001. №1. С.142-149.
6. *Еремин Е.Л., Ильина Л.В.* Адаптивные системы с динамическим упредитель-компенсатором для объектов с запаздыванием по управлению // Информатика и системы управления. 2002. №1(3). С. 97-103.
7. *Еремин Е.Л.* Робастные алгоритмы нестационарных систем управления с явно-неявной эталонной моделью. // Дифференциальные уравнения и процессы управления. Электронный журнал, http://www.neva.ru/journal. 2001. № 3. С.61-74.
8. *Попов В.М.* Гиперустойчивость автоматических систем. М.: Наука, 1970.
9. *Landau I.D.* Adaptive Control Systems. The Model Reference Approach. N.Y.; Dekker, 1979.

УДК 517.977.5

© 2005 г. **Е.Л. Еремин,** д-р техн. наук
(Амурский государственный университет, Благовещенск)

СИСТЕМА ПРЯМОГО АДАПТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИМ ОБЪЕКТОМ СО СКАЧКООБРАЗНЫМИ ИЗМЕНЕНИЯМИ МАТРИЦЫ ВЫХОДА[1]

Для линейного объекта, функционирующего в условиях априорной неопределенности с нестационарной матрицей выхода (значения элементов кусочно-постоянные), рассматривается задача синтеза адаптивных алгоритмов настройки регулятора и компенсатора с использованием неявной эталонной модели.

Введение

Методы построения адаптивных систем управления динамическими объектами в схемах с неявной эталонной моделью при квазистационарном или нестационарном изменении параметров математических моделей хорошо известны [1, 2]. В ходе синтеза таких систем управления приходится

[1] Работа выполнена в рамках плана НИР по заданию Федерального агентства по образованию в 2005 г. «Модели и алгоритмы непрерывных и гибридных систем управления априорно неопределенными нелинейно-нестационарными объектами».

сталкиваться с проблемой обеспечения положительности ее линейной части и, как следствие, – с выбором в условиях априорной неопределенности некоторого числового вектора g_*, формирующего так называемый линейный компенсатор [3, 4]. При априорном выборе числовых значений вектора g_* иногда возникает сложная, а порой и совместно неразрешимая совокупность аналитических соотношений. Один из способов преодоления такого рода затруднений заключается в переходе от стационарного компенсатора к его адаптивному аналогу [5, 6]. Решение подобной задачи может быть достигнуто в рамках критерия гиперустойчивости [4, 6, 7] и в тех случаях, когда существует принципиальная возможность апостериорного нахождения значений g_*, в частности путем настройки элементов некоторого вектора $g(t)$.

В последние годы появились публикации [2, 8, 9, 10, 11], где ряд основных результатов теории абсолютной устойчивости распространяется на системы с нелинейным объектом управления, причем путем замены результатов получаемых в частотной области на интегральные неравенства во временной области. Подобный прием используется и в настоящей работе, где наряду с вещественной положительностью системы, используется и понятие ее пассивности [11]. При этом задача пассификации нелинейной системы [12] решается с помощью соответствующей обратной связи и самонастройки компенсатора.

Отметим, что в работах [5, 6] рассматриваются алгоритмы адаптации, обеспечивающие настройку компенсатора лишь в тех случаях, когда матрица выхода объекта управления квазистационарна. При нестационарной матрице выхода и огрублении алгоритмов адаптивного компенсатора в системе не удается обеспечить удовлетворительного качества управления, а без регуляризации алгоритмов адаптации компенсатор теряет работоспособность.

В работе предлагаются алгоритмы параметрической настройки компенсатора, обеспечивающие сохранение работоспособности и достаточно хорошее качество функционирования адаптивной системы при нестационарном (в том числе и скачкообразном) изменении матрицы выхода объекта управления.

Постановка задачи

Пусть основной контур системы управления описывается уравнениями:

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + bu(t), \tag{1}$$

$$y(t) = L^T(t)x(t), \;\; z(t) = g^T(t)y(t), \tag{2}$$

$$u(t) = k(t)r(t) + c(t)(r(t) - z(t)), \tag{3}$$

где $x(t) \in R^n$ и $y(t) \in R^m$ – векторы состояния и выхода объекта; $u(t)$ и $z(t)$ –

скалярные управление и выход компенсатора (обобщенный выход объекта); $g(t) \in R^m$ – вектор настраиваемых параметров компенсатора, $g^T(t) = (g_{01}, g_2(t), g_3(t), \ldots, g_m(t))$, $g_{01} = const > 0$; $k(t)$ и $c(t)$ – настраиваемые коэффициенты регулятора; $r(t)$ – задание, $|\, r(t)\, | \le r_0 = const > 0$; A и b – матрицы состояния и управления с постоянными и неизвестными значениями элементов, принадлежащими известному множеству Ξ; $L(t)$ – нестационарная матрица выхода с кусочно-постоянными неизвестными значениями элементов (изменяющимися скачком в произвольные, достаточно далеко отстоящие друг от друга моменты времени) из множества Ξ.

В адаптивной системе управления (1) – (3) требуется определить алгоритмы самонастройки параметров $k(t)$, $c(t)$ и $g(t)$ таким образом, чтобы в условиях априорной неопределенности в классе Ξ и при любых начальных условиях были достижимы следующие цели управления и адаптации:

$$\lim_{t\to\infty}\left(x_*(t) - x(t)\right) = 0, \tag{4}$$

$$\lim_{t\to\infty} k(t) = k_0,\ \lim_{t\to\infty} c(t) = c_0,\ \lim_{t\to\infty} g_j(t) = g_{0j},\ j = \overline{2,m}, \tag{5}$$

где $x_*(t)$ – желаемое поведение вектора состояния объекта управления; k_0, $c_0 > 0$, g_{0j} – некоторые постоянные скалярные величины.

Этапы синтеза адаптивной системы

Если предположить, что в системе (1) – (3) выполнены целевые условия (4), (5), то динамику замкнутой системы по окончании процессов самонастройки можно было бы описать следующими уравнениями неявной эталонной модели:

$$\frac{dx_*(t)}{dt} = A_* x_*(t),\ \ A_* \stackrel{\Delta}{=} A - k_0 b g_0^T L^T,\ \ z_*(t) = g_0^T L^T x_*(t) = r(t), \tag{6}$$

где A_* – гурвицева матрица; $z_*(t) = r(t)$ – желаемое поведение обобщенного выхода объекта.

Систему (6), следуя [7], будем считать обладающей свойством минимальной устойчивости, поскольку ее тривиальное решение асимптотически устойчиво. Кроме того, далее будем использовать тождественную форму записи системы (6), представленную в виде

$$\frac{dx_*(t)}{dt} = A_0 x_*(t) + b\left(k_0 + c_0\right),\qquad A_0 \stackrel{\Delta}{=} A - c_0 b g_0^T L^T, \tag{7}$$

$$g_0^T L^T x_*(t) = r(t), \tag{8}$$

где матрица A_0 – гурвицева в силу асимптотической устойчивости исходной системы.

<u>Первый этап</u>. Получим математическое описание системы (1) – (3), (7), (8) в эквивалентной форме. Для этого вычтем из уравнений (7), (8) уравнения (1), (2), что дает, с учетом обозначения $\varepsilon(t) = x_*(t) - x(t)$ и закона управления (3), эквивалентные уравнения:

$$\frac{d\varepsilon(t)}{dt} = A_0\varepsilon(t) + b\mu(t),\ \ \nu(t) \overset{\Delta}{=} r(t) - g^T(t)y(t), \tag{9}$$

$$\mu(t) \overset{\Delta}{=} -\left(k(t)-k_0\right)r(t) - \left(c(t)-c_0\right)\nu(t) + c_0\left(g(t)-g_0\right)^T y(t). \tag{10}$$

<u>Второй этап</u>. Обеспечим для нелинейной нестационарной части системы (9), (10) выполнение интегрального неравенства

$$\eta(0,t) = -\int_0^t \mu(s)\nu(s)ds \geq -\gamma_0^2 = const < 0,\ \ \forall t \geq 0, \tag{11}$$

опираясь на синтез алгоритмов самонастройки параметров контура адаптации – $k(t)$, $c(t)$ и $g(t)$.

Если левую часть выражения (11), с учетом соотношения (10), записать как сумму интегралов

$$\eta(0,t) = -\int_0^t \mu(s)\nu(s)ds = \int_0^t \left(k(s)-k_0\right)r(s)\nu(s)ds +$$

$$+\int_0^t \left(c(s)-c_0\right)\nu^2(s)ds - c_0\int_0^t \left(g(s)-g_0\right)^T y(s)\nu(s)ds,$$

то, формируя алгоритмы контура адаптации системы (9), (10) следующим образом:

$$\frac{dk(t)}{dt} = \alpha_1 r(t)\left(r(t) - g^T(t)y(t)\right), \tag{12}$$

$$\frac{dc(t)}{dt} = \alpha_2\left(r(t) - g^T(t)y(t)\right)^2, \tag{13}$$

$$\frac{dg_j(t)}{dt} = -\beta_j y_j(t)\left(r(t) - g^T(t)y(t)\right),\ \ j = \overline{2,m}, \tag{14}$$

получаем оценку

$$\begin{aligned}\eta(0,t) \geq -\Bigg\{&\frac{1}{2}\alpha_1^{-1}\left(k(0)-k_0\right)^2 + \alpha_2^{-1}\left(c(0)-c_0\right)^2 + \\ &+\sum_{j=2}^{m}\beta_j^{-1}\left(g(0)-g_0\right)^2\Bigg\} = -\gamma_0^2 = const < 0,\ \ \forall t \geq 0,\end{aligned} \tag{15}$$

удовлетворяющую неравенству (11), что и требовалось показать.

<u>Третий этап.</u> Обеспечим свойство положительности линейной стационарной части системы (9), (10).

Известно [1, 4], что в случае использования стационарного компенсатора с обобщенным выходом $\nu(t) = g_*^T y(t)$ подход к решению задачи заключался бы в выборе значений элементов вектора $g_{*j} = const > 0$ за счет выполнения частотного неравенства для передаточной функции линейной части системы (9), (10):

$$\operatorname{Re} g_*^T L^T\left(j\omega E - A_0\right)^{-1} b > 0,\ \ \forall \geq 0. \tag{16}$$

Поскольку в рассматриваемой постановке априорный выбор такого вектора g_* неосуществим и, более того, отсутствует возможность использования соотношения (16) в силу нестационарности матрицы выхода, то для решения задачи синтеза целесообразно воспользоваться другими определениями, леммами и теоремами о положительности динамических систем. В частности, будем следовать лемме о положительности непрерывной линейной нестационарной системы [3], согласно которой должно быть выполнено интегральное неравенство

$$\rho(0,t)=\int_0^t \mu(s)\nu(s)ds \geq -\theta_0^2 = const < 0, \ \ \forall t \geq 0 . \tag{17}$$

Отметим, что эквивалентным образом для системы управления (9), (10) определяется и свойство ее пассивности, – например, [12], т.е. справедливость неравенства (17) означает как вещественную положительность, так и пассивность этой системы.

Покажем, что для выполнения неравенства (17) в системе (9), (10) достаточно алгоритмы адаптации выбрать в виде (12) – (14).

Запишем левую часть выражения (17) следующим образом:

$$\begin{gathered}\rho(0,t)=\int_0^t \mu(s)\nu(s)ds =\sum_{i=1}^{3} \rho_i(0,t) = -\int_0^t \big(k(s)-k_0\big) r(s)\nu(s)ds - \\ -\int_0^t \big(c(s)-c_0\big)\nu^2(s)ds + c_0\int_0^t \big(g(s)-g_0\big)^T y(s)\nu(s)ds\end{gathered} \tag{18}$$

и оценим интегралы его правой части. Сначала в выражении (18) рассмотрим второй интеграл, удовлетворяющий неравенству

$$\rho_2(0,t) = -\int_0^t \big(c(s)-c_0\big)\nu^2(s)ds = \sigma_0^2 \geq 0, \ \ \forall t \geq 0, \tag{19}$$

поскольку функция $c(t)$, в силу алгоритма (13), является неубывающей. В результате имеем гарантированное выполнение соотношения $(c(t) - c_0) < 0$, $\forall\ t \geq 0$, согласно которому, а также в результате интегрирования левой части (19) и учета (13), можно получить оценку

$$(c(0) - c_0)^2 \geq (c(t) - c_0)^2 \tag{20}$$

в виде ограничения на величину параметра $c(t)$, $\forall\ t \geq 0$. Иными словами, всегда найдутся некоторые σ_{01}, $\sigma_{02} = const > 0$ такие, что $\forall\ t \geq 0$ будут иметь место оценки

$$\sigma_{01} \geq c(t)-c_0 = \alpha_2\int_0^t \nu^2(s)ds \geq \left(\int_0^t \nu(s)ds\right)^2, \ \ \sigma_{02} \geq \left|\int_0^t \nu(s)ds\right|. \tag{21}$$

Отметим, что из (21) и вида функции $\nu(t) = r(t) - g^T(t)y(t)$ фактически следует ограниченность сверху величин изменения выходных координат $|\, y_j(t) \,| \leq y_0$.

Теперь оценим первый интеграл из (18), который запишем, учитывая алгоритм (12), неравенства (21) и $|\, r(t) \,| \leq r_0 = const > 0$, в следующем виде:

$$\rho_1(0,t) = -\int_0^t r(s)\nu(s)\left(\alpha_1\int_0^S r(\upsilon)\nu(\upsilon)d\upsilon + k(0) - k_0\right)ds \geq$$

$$\geq -\frac{\alpha_1^2 r_0^2}{2}\int_0^t \nu^2(s)ds - r_0\big(k(0)-k_0\big)\left|\int_0^t \nu(s)ds\right| \geq -\theta_1^2 = const,\ \forall t \geq 0. \qquad (23)$$

Рассуждая аналогично и учитывая ограниченность координат $y_j(t)$, можно получить следующую оценку последнего интеграла в соотношении (18):

$$\rho_3(0,t) \geq -c_0\sum_{j=2}^{m}\left(\frac{\beta_j^2 y_{0j}^2}{2}\int_0^t \nu^2(s)ds - y_{0j}\big(g_j(0)-g_{0j}\big)\left|\int_0^t \nu(s)ds\right|\right) \geq$$
$$\geq -\theta_2^2 = const,\ \forall t \geq 0. \qquad (24)$$

Итак, используя обозначение $\theta_0^2 = \theta_1^2 + \theta_2^2$ и учитывая соотношения (21), (23), (24), находим окончательную оценку выражения (18)

$$\rho(0,t) = \sum_{i=1}^{3}\rho_i(0,t) \geq \sigma_0^2 - \theta_1^2 - \theta_2^2 \geq \theta_0^2,\ \ \forall t \geq 0,$$

полностью идентичном неравенству (17), что и требовалось показать.

Четвертый этап. Проведение синтеза адаптивной системы (9), (10), (12) – (14) или (1), (2), (3), (12) – (14) на заключительной стадии не имеет принципиальных отличий от стандартной методики (см., например, [4, 5]), применение которой гарантирует достижение в системе сформулированных целей управления и обеспечение адаптивности системы в заданном классе Ξ.

Аналитическая часть проектирования системы адаптации завершена. Однако ряд числовых значений, в частности значения констант, входящих в алгоритмы контура адаптации (12) – (14), требуют своего задания, что чаще всего осуществляется на этапе имитационного моделирования системы (1), (2), (3), (12) – (14).

Иллюстративный пример

Для случая $n = 3$, $m = 2$ рассмотрим объект управления (1), (2) с матрицами A, b, L имеющими известную структуру

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix},\ b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},\ L = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ l_{21} & l_{22} \\ 0 & 6 \end{pmatrix}, \qquad (25)$$

у которых ряд элементов, в частности a_{31}, a_{32}, a_{32}, a_{31}, l_{21}, l_{22}, – неизвестные числа.

При имитационном моделировании неизвестные значения были заданы произвольно. Так, для матрицы A, во всех случаях $a_{31} = 3$, $a_{32} = 4.9$, $a_{32} = -2.2$, а для матрицы L, при уровне априорной неопределенности вида

$$-3 \leq l_{21} \leq 4,\ \ -8 \leq l_{22} \leq 7,$$

рассматривались три пары значений:

$$l_{21} = -3,\ l_{22} = 7; \quad l_{21} = 4,\ l_{22} = -8; \quad l_{21} = -2,\ l_{22} = 5. \qquad (26)$$

Эти пары последовательно и скачкообразно изменялись в следующие моменты времени: $t_1 = 150$; $t_2 = 350$.

Заметим (см. [6]), что априорно не существует возможности выбора вектора g_* таким образом, чтобы в условиях неопределенности (26) имело бы место выполнение частотного условия (16).

Результаты имитационного моделирования системы (1), (2), (3), (12) – (14) представлены на рис. 1, где отражены: процессы изменения обобщенного выхода объекта $z(t)$ и задающего воздействия $r(t)$; динамика параметрических изменений элементов матрицы выхода $l_{21}(t)$ и $l_{22}(t)$; временные характеристики контура адаптации $k(t)$, $c(t)$, $g_2(t)$ и g_{01}.

Графики были получены при следующих начальных условиях и значениях коэффициентов контура адаптации:

$$x^T(0) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},\ g_2(0) = 0,\ k(0) = c(0) = 0,\ g_{01} = 20,$$

$$r(t) = \sin(0.02\pi t),\ \alpha_1 = 10,\ \alpha_2 = 2,\ \beta_2 = 1000.$$

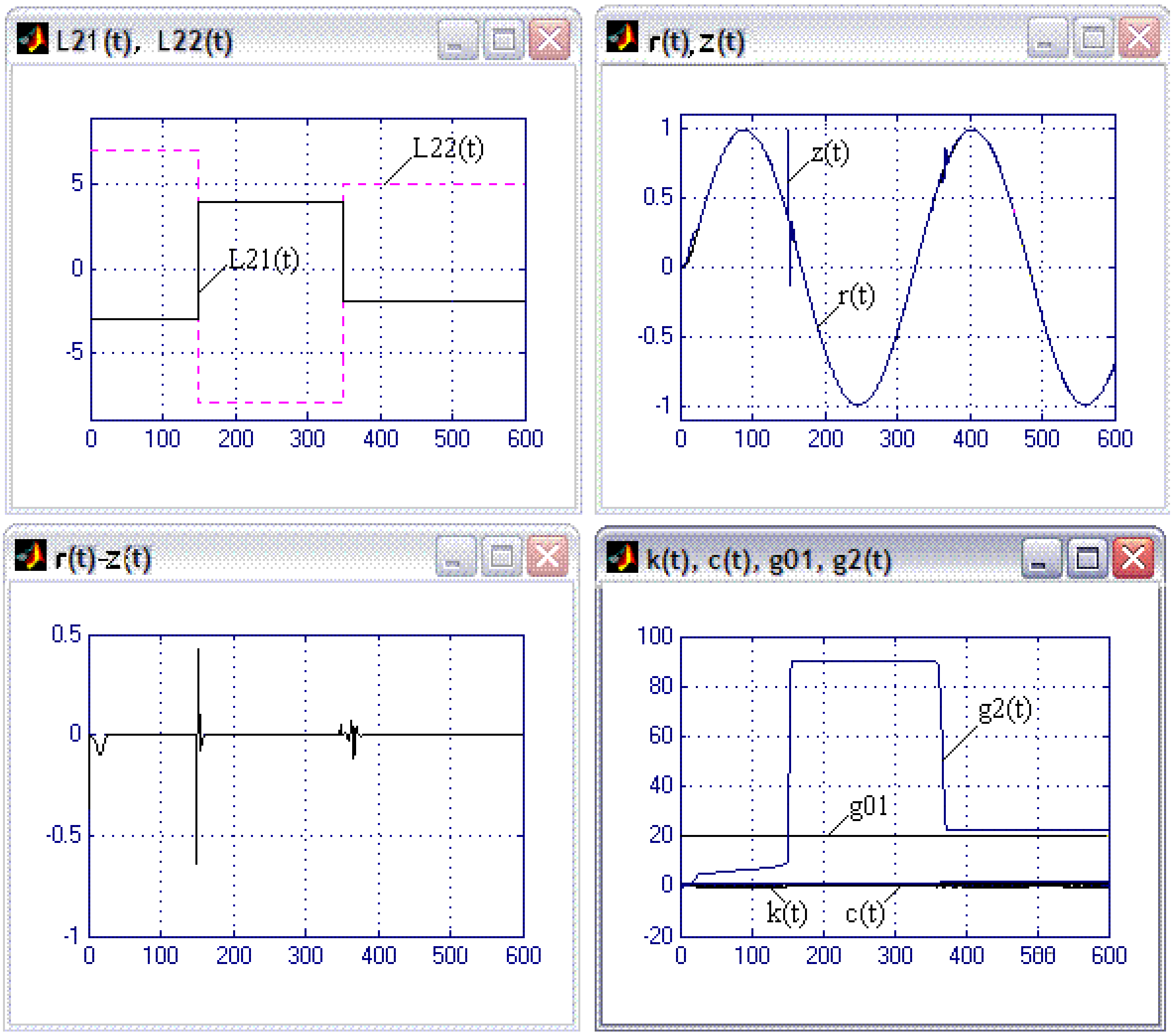

Рис. 1. Временные характеристики процессов в системе (1), (2), (3), (12) – (14).

Анализ динамических характеристик, протекающих в адаптивной системе (1), (2), (3), (12) – (14) показывает что в условиях существенной нестационарности матрицы выхода объекта, предложенные алгоритмы самонастройки адаптивного компенсатора сохраняют свою работоспособность и обеспечивают в целом достаточно хорошее качество функционирования системы управления.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Фрадков А.Л.* Адаптивное управление в сложных системах: беспоисковые методы. М.: Наука. 1990.
2. *Мирошник И.В., Никифоров В.О., Фрадков А.Л.* Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб.: Наука. 2000.
3. *Landau I.D.* Adaptive control systems: the model reference approach. N.Y.: Marsel Dekker. 1979.
4. *Еремин Е.Л., Цыкунов А.М.* Синтез адаптивных систем управления на основе критерия гиперустойчивости. Бишкек: Илим. 1992.
5. *Еремин Е.Л., Акилова С.Г.* Алгоритмы самонастройки линейных компенсаторов адаптивных систем стабилизации с неявной эталонной моделью. // Вестник ИрГТУ. Сер. «Кибернетика». Иркутск: Изд-во ИрГТУ, 1998. Вып. 1. С. 4-14.
6. *Еремин Е.Л., Самохвалова С.Г.* Управление системой с сигнально-параметрической адаптацией и настройкой компенсатора объекта // Дальневосточный математический журнал. Владивосток: Дальнаука. 2001. Т. 2. №1. С. 126-136.
7. *Попов В.М.* Гиперустойчивость автоматических систем. М.: Наука. 1970.
8. *Byrnes C.I., Isidori A., Willems J.C.* Passivity, feedback equivalence, and the global stabilization of minimal phase nonlinear systems // IEEE Trans. Aut. Contr. 1991. V. AC-36. No. 11. P. 1228-1240.
9. *Фрадков А.Л., Полушин И.Г.* Квазидиссипативность и L-диссипативность нелинейных систем // ДАН. 1998. Т. 362. № 3. С. 319-322.
10. *Полушин И.Г.* Частотный критерий L-диссипативности нелинейных систем // Известия ГЭТУ. Оптимизация и адаптация в управлении производственными процессами. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ. 1998. Вып. 519. С. 37-41.
11. *Полушин И.Г., Фрадков А.Л., Хилл Д.Д.* Пассивность и пассификация нелинейных систем // АиТ. 2000. № 3. С. 3-37.
12. *Полушин И.Г., Фрадков А.Л.* Условия пассивности и квазипассивности в задачах синтеза нелинейных систем // Сб-к трудов международной конференции по проблемам управления. М.: Изд-во СИНТЕГ. 1999. Т. 2. С. 120-127.