



УДК 684.511

© 2005 г. М.С. Капитонова

(Амурский государственный университет, Благовещенск)

АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫМИ ОБЪЕКТАМИ В ПЕРИОДИЧЕСКОМ РЕЖИМЕ

Рассматривается задача построения адаптивной системы управления для нелинейных периодических объектов с использованием явно-неявной эталонной модели и метода синтеза, основанного на применении критерия гиперустойчивости.

Введение

Теоретический и практический интерес представляет решение задачи синтеза адаптивных систем управления с явно-неявной эталонной моделью для объектов, коэффициенты которых являются нелинейными и нестационарными функциями.

В данной работе для таких объектов рассмотрен один из возможных подходов к построению бесперебойных систем прямого адаптивного управления. Их разработка основана на использовании критерия гиперустойчивости и применении специальных алгоритмов параметрической настройки адаптивных регуляторов, впервые предложенных для линейных объектов с периодическими коэффициентами в статье [1] и использованных при построении адаптивных систем управления циклического действия в работе [2].

Постановка задачи

Рассматривается задача управления нестационарным объектом, динамика которого описывается уравнениями

$$\begin{aligned}\frac{dx(t)}{dt} &= A(t+T, x)x(t) + B(t+T)u(t), \\ y(t) &= x(t), \\ \nu(t) &= g^T y(t),\end{aligned}\tag{1}$$

где $x(t) \in R^n$ – вектор состояний объекта регулирования; $y(t) \in R^m$ – вектор выхода объекта регулирования; $\nu(t)$ – обобщенный выход, формируе-

мый за счет специального выбора вектора $g^T = (g_1, g_2, \dots, g_n)$; $A(t+T, x)$ и $B(t+T)$ – нестационарные матрица и вектор соответствующих размеров; $u(t)$ – скалярное управляющее воздействие, удовлетворяющее уравнению

$$u(t) = k(t)r(t) - \chi^T(t)y(t), \quad (2)$$

где $k(t)$ и $\chi(t) \in R^n$ – коэффициенты контура настройки адаптивного регулятора.

Желаемое поведение объекта управления задается с помощью явно-неявной эталонной модели, описываемой в пространстве состояний уравнениями

$$\begin{aligned} \frac{dx_m(t)}{dt} &= A_m x_m(t) + B_m r(t), \\ v_m(t) &= g^T x_m(t), \end{aligned} \quad (3)$$

относительно которых выполняются следующие условия структурного согласования

$$\begin{aligned} A(t+T, x) &= A_m - B_m \mathcal{G}^T(t, x), \\ \mathcal{G}^T(t, x) &= (\beta_1(x_1, \dots, x_n) \cdot \varphi_1(t+T), \dots, \beta_n(x_1, \dots, x_n) \cdot \varphi_n(t+T)), \\ i &= \overline{1, n}, \\ B(t+T) &= B_m (1 + \rho(t+T)), \\ 0 < (1 + \rho(t+T)) &\leq \rho_0^2, \end{aligned} \quad (4)$$

где $\varphi_i(t+T)$ и $\rho(t+T)$ – некоторые скалярные функции, принимающие периодически повторяющиеся значения; $\beta_i(x_1, \dots, x_n)$ – нестационарная функция, зависящая от переменных вектора состояний; $r(t) = r(t+T)$ – периодическое задающее воздействие; B_m – вектор управления эталонной модели $B_m^T = (0, \dots, 0, 1)$; матрица A_m состояния является гурвицевой, с собственными значениями, удовлетворяющими соотношению

$$\det(pE_n - A_m) = (p - a_0)g^T(pE_n - A_m)^+ B_m, \quad (5)$$

где $p = j\omega$ – комплексная переменная; $(pE_n - A_m)^+$ – присоединенная матрица матрицы $(pE_n - A_m)$; E_n – единичная n -мерная матрица; $a_0 = \text{const} < 0$.

Для нелинейной нестационарной системы (1) – (4) требуется синтезировать явный вид алгоритмов настройки коэффициентов адаптивного регулятора $k(t)$ и $\chi(t)$ таким образом, чтобы при любых начальных условиях и изменении функций $\beta_i(x_1, \dots, x_n)$, $\varphi_i(t+T)$ и $\rho(t+T)$ обеспечивалось бы выполнение целевых условий следующего вида:

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} (x_*(t) - x(t)) &= 0, \\ \lim_{t \rightarrow \infty} k(t) &= k_0(t+T), \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \chi(t) &= \chi_0(t+T). \end{aligned} \quad (6)$$

Метод решения

Согласно критерию гиперустойчивости [3] синтез системы управления проводится в несколько этапов.

На *первом этапе* необходимо получить эквивалентное математическое описание исследуемой системы управления.

Введем вектор рассогласования состояний объекта управления и эталонной модели в виде

$$e(t) = x_m(t) - x(t), \quad (7)$$

и тогда эквивалентное математическое описание системы (1) – (4) запишется в виде:

$$\frac{de(t)}{dt} = A_m e(t) - B\mu(t), \quad z(t) = v_m(t) - v(t) = g^T e(t), \quad (8)$$

$$\mu(t) = r(t) - g^T(t, x)x(t) - (1 + \rho(t + T))(k(t)r(t) - \chi^T(t)y(t)), \quad (9)$$

где $z(t)$ – эквивалентный обобщенный выход; $\mu(t)$ – видоизмененное управление. В полученной эквивалентной форме записи соотношения (8) описывают линейную стационарную часть исследуемой системы, а выражение (9) соответствует ее нелинейной нестационарной части.

На *втором этапе* обеспечивается выполнение условия положительности линейной стационарной части (ЛСЧ) (8) системы.

Для получения передаточной функции ЛСЧ со свойствами положительности и вещественности необходимо и достаточно выбрать вектор g так, чтобы полином $g^T(pE_n - A_m)^+ B_m$ был бы гурвицевым степени $(n-1)$ с положительными коэффициентами.

На *третьем этапе* синтезируется алгоритм настройки параметров адаптивного регулятора, исходя из условий выполнения ИНП вида

$$\eta(0, t) = -\int_0^t \mu(s)z(s)ds \geq -\gamma^2 = const, \quad \forall t \geq 0. \quad (10)$$

Преобразуем интеграл в левой части неравенства, с учетом соотношений (8), (9), к следующему виду:

$$\begin{aligned} \eta(0, t) &= \eta_1(0, t) + \eta_2(0, t) = \int_0^t (r(s) - (1 + \rho(s))k(s)r(s))z(s)ds - \\ &- \int_0^t g^T(t, x)(\chi(s) - \chi_0(s, x))y(s)z(s)ds = \\ &= \int_0^t g^T(s, x) \left(\sum_{i=1}^n (\chi_i(s) - \chi_{i0}(x, s))y_i(s) \right) z(s)ds + \\ &+ \int_0^t (1 + \rho(s))(k(s) - k_0(s))r(s)z(s)ds \geq -\gamma^2, \end{aligned} \quad (11)$$

где $k_0(t)$ и $\chi_{i0}(x, t)$ некоторые – периодические функции вида:

$$k_0(t) = \frac{1}{1 + \rho(t+T)}, \quad \chi_{i0}(t, x) = \frac{1}{\beta_i(x_1, \dots, x_n) \cdot \varphi_i(t+T)}. \quad (12)$$

Тогда, синтезируя алгоритмы настройки параметра $\chi^T(t)$ и $k(t)$ в виде

$$k(t) = k(t-T) + h_0 r(t) z(t), \quad h_0 = \text{const} > 0, \quad (13)$$

$$\chi_i(t) = \chi_i(t-T) + h_i y_i(t) z(t), \quad h_i = \text{const} > 0, \quad (14)$$

где $k(s) = 0$, $\chi_i(s) = 0$, $s \in [-T, 0]$, $i = \overline{1, n}$, можно показать справедливость неравенства (11), опираясь на следующее утверждение.

Утверждение 1. Если динамический контур задать уравнением $v(t) = v(t-T) + f(t)$, $v(s) = 0$, $s \in [-T, 0]$, то интегральную связь между его входом $f(t)$ и выходом $v(t)$ можно оценить следующим образом:

$$\eta_0(0, t) = \int_0^t \varphi(s)(v(s) - v_0(s))f(s)ds \geq -\gamma_0^2 = \text{const}, \quad \forall t > 0,$$

где $\varphi(t) > 0$ и $v_0(t) = v_0(t-T)$ – некоторые скалярные T -периодические функции. Доказательство аналогично приведенному в статье [1].

Слагаемые $\eta_1(0, t)$ и $\eta_2(0, t)$ в правой части выражения (11), с учетом соотношений (13), (14) и опираясь на утверждение 1, можно оценить следующим образом:

$$\begin{aligned} \eta_1(0, t) &= \sum_{i=1}^n h_i \int_0^t \mathcal{G}^T(s, x) y_i(s) z(s) \left(\int_0^s \omega_0(s-h) y_i(h) z(h) dh - \chi_0(s) \right) ds \geq \\ &\geq -\sum_{i=1}^n \gamma_{0i}^2 = \text{const}, \quad \forall t > 0, \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \eta_2(0, t) &= h_0 \int_0^t (1 + \rho(s)) r(s) z(s) \left(\int_0^s \omega_0(s-h) r(h) z(h) dh - k_0(s) \right) ds \geq \\ &\geq -\gamma_{00}^2 = \text{const}, \quad \forall t > 0. \end{aligned}$$

Из неравенств (15) непосредственно следует выполнение ИНП (10).

На заключительном этапе осуществляется проверка достижимости поставленных целевых условий (6). Выполнение неравенства (10), рассматриваемого при любых начальных условиях и относительно системы управления (8), (9), (13), (14), согласно [3] означает асимптотическую гиперустойчивость этой и исходной системы (1) – (3), (13), (14). Следовательно, становится очевидным достижение предельных соотношений (6) и, следовательно, решение поставленной задачи.

Результаты имитационного моделирования

С целью проиллюстрировать полученные результаты рассмотрим задачу управления системой и сформируем следующие матрицы, векторы и скалярные функции

$$A_0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & -3 & -1 \end{pmatrix}; B_m = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \mathcal{G}(t, x) = \begin{pmatrix} \beta_1(x_1, x_2, x_3) \cdot \varphi_1(t) \\ \beta_2(x_1, x_2, x_3) \cdot \varphi_2(t) \\ \beta_3(x_1, x_2, x_3) \cdot \varphi_3(t) \end{pmatrix};$$

$$\beta_1(x_1, x_2, x_3) = 30x_1^3 x_2 x_3; \beta_2(x_1, x_2, x_3) = 30x_1 x_2 x_3;$$

$$\beta_3(x_1, x_2, x_3) = 30x_1 x_2 x_3^2; \varphi_1(t) = 6 \sin 0,5\pi t;$$

$$\varphi_2(t) = 10 \sin 0,5\pi t; \varphi_3(t) = 9 \sin 0,5\pi t;$$

$$\rho(t) = 0,5 \sin 0,5\pi t; g^T = (1 \ 2 \ 1).$$

Имитационное моделирование осуществлялось при задающем воздействии $r(t) = 0,5(1 - \cos 0,3\pi t + \sin 0,7\pi t) + 0,5$.

Параметрические изменения элементов матриц $A(t+T, x)$ и вектора управления $B(t+T)$ (рис. 1) были следующие:

$$a_{31} = 2 + 180x_1^2 x_2 x_3 \sin 0,5\pi t; a_{32} = -3 + 300x_1 x_2 x_3 \sin 0,5\pi t;$$

$$a_{33} = -1 + 270x_1 x_2 x_3^2 \sin 0,5\pi t; b_3 = 1 + 0,5 \sin 0,5\pi t.$$

На рис. 1 показаны временные характеристики: периодическая динамика изменения параметров объекта управления и вектора состояний.

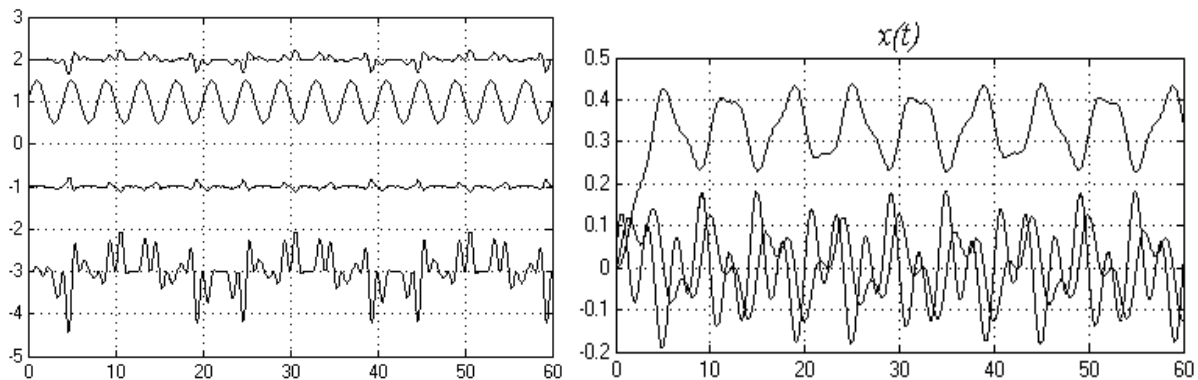


Рис. 1. Динамика параметров $A(t+T, x)$, $B(t+T)$ и элементов вектора состояний $x(t)$.

Поведение выхода объекта управления и выхода эталонной модели системе (1) – (4), представлены на рис. 2.

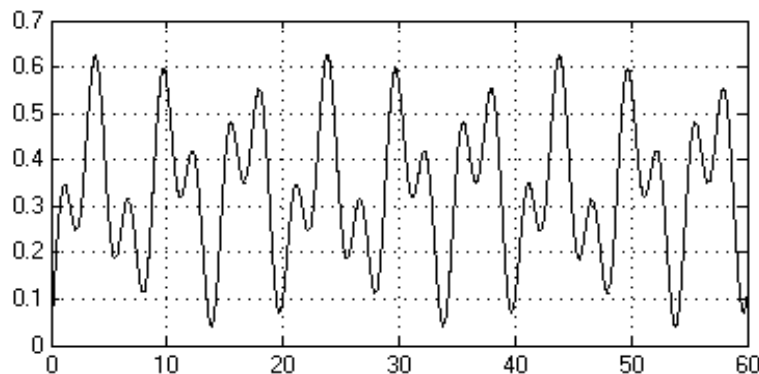


Рис. 2. Обобщенный выход ОУ и ЭМ.

На рис. 3 показан характер изменения сигнала рассогласования в

системе (1) – (4) между эталонной моделью и объектом управления.

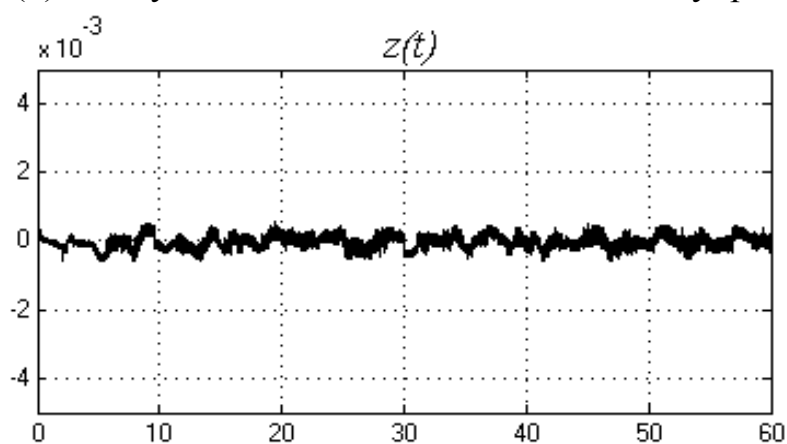


Рис. 3. Сигнал ошибки.

Заключение

Как показывают результаты имитационного моделирования, предлагаемые алгоритмы адаптивной системы управления нестационарными нелинейными объектами с периодическими коэффициентами являются высокоэффективными, поскольку, наряду с высоким быстродействием контура адаптации, обеспечивают требуемое поведение объекта управления.

ЛИТЕРАТУРА

1. Еремин Е.Л. Новый тип алгоритмов параметрической настройки адаптивных регуляторов для систем управления нестационарными Т-периодическими объектами // Информатика и системы управления. 2003. №2. С. 100 – 110.
2. Еремин Е.Л., Капитонова М.С., Чепак Л.В. Разработка алгоритмического обеспечения адаптивных систем автоматического управления циклического действия // Вестник АмГУ. Сер. «Естественные и экономические науки». Благовещенск, 2004. Вып. 25. С. 39 – 41.
3. Еремин Е.Л., Цыкунов А.М. Синтез адаптивных систем управления на основе критерия гиперустойчивости. Бишкек: Илим, 1992.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Е.А. Ереминым.