УДК 517.977.5

© 2009 г. **С.С. Охотников,**
Д.А. Теличенко, канд. техн. наук
(Амурский государственный университет, Благовещенск)

РОБАСТНАЯ СИСТЕМА С ДИНАМИЧЕСКИМ УПРЕДИТЕЛЬ-КОМПЕНСАТОРОМ ДЛЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ОБЪЕКТОВ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ ПО УПРАВЛЕНИЮ [1]

На основе критерия гиперустойчивости В.М. Попова синтезирована робастная система управления классом существенно нестационарных, параметрически неопределенных объектов с последействием. Используются явно-неявная эталонная модель минимальной структурной сложности и динамический упредитель-компенсатор.

Ключевые слова: робастное управление, запаздывание по управлению, критерий гиперустойчивости, явно-неявная эталонная модель.

Введение

Одним из способов построения систем управления для объектов с запаздыванием является использование динамического упредитель-компенсатора [1, 2]. Результаты, полученные при синтезе адаптивных систем управления априорно неопределенными объектами, позволяют распространить указанный подход и на построение робастных систем.

В данной работе для синтеза нелинейного робастного управления объектом с запаздыванием используется критерий гиперустойчивости [3].

Математическая модель и постановка задачи синтеза

Рассматривается нелинейный объект, динамика которого описывается уравнениями:

$$\frac{dx(t)}{dt} = A(x,t) + bu(t-h) + f(t), \qquad y(t) = L^T x(t),$$

$$A(x,t) = Ax(t) + b_m \widetilde{\alpha}(t) y(t),\ b = (1+\widetilde{\beta}) b_m,\ f(t) = b_m \widetilde{f}(t), \tag{1}$$

$$u(\tau) = \varphi(\tau), \quad \tau \in [-h, 0], \quad x(0) = 0,$$

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке АВЦП "Развитие научного потенциала высшей школы" в рамках проекта «Адаптивные и робастные системы управления сложными динамическими объектами с запаздыванием» (регистрационный номер: 2.1.2/373).

где $x(t) \in R^n$ – вектор состояния; $u(t), y(t) \in R$ – соответственно вход и выход объекта; $h=const > 0$ – известное запаздывание; $\varphi(t)$ – допустимая начальная функция; $A \in R^{n\times n}$ – матрица, представимая в виде $A = A_m + g_0 b_m L^T$, A_m – гурвицева матрица, скаляр $g_0 = const$; $\tilde{\beta} > 0$ – скаляр; $b_m{}^T = [0,\ldots,0,1]$ и $L^T = [\tilde{l}_1,...,\tilde{l}_n]$ – векторы соответственно размера n, причем компоненты L доставляют гурвицевость некоему полиному. Отмеченные $(\tilde{\cdot})$ величины являются неопределенными ограниченными скалярами, т.е. существуют такие α_0, β_0, f_0, $l_0 > 0$, что

$$\alpha_0 \geq |\alpha(t)|,\ f_0 \geq |\tilde{f}(t)|,\ \forall t \in [0,\infty); \quad \beta_0 \geq |\tilde{\beta}|,\ l_0 \geq \sup_{i=1,n} |\tilde{l}_i|. \tag{2}$$

Как и в [1], решается задача слежения выхода объекта управления (1) за динамикой явно-неявная эталонной модели – ЯНЭМ:

$$\frac{dz_m(t)}{dt} = -a_0 z_m(t) + a_0 r(t),\ \ a_0 = const > 0, \tag{3}$$

здесь $z(t)_m$ – скалярный выход эталонной модели; $r(t)$ – задающее воздействие.

Компенсация запаздывания осуществляется шунтированием объекта динамическим упредитель-компенсатором (ДУК) следующего вида:

$$\frac{dz_k(t)}{dt} = -a_0 z_k(t) + a_0(u(t) - u(t-h)), \tag{4}$$

где $z_k(t)$ – выход компенсатора. Отметим, что $z_k(t)$ в установившемся режиме при $u(t) = const$ будет асимптотически стремиться к нулю.

Как известно [1], при соответствующем выборе матрицы A_m и вектора g динамику ЯНЭМ (3) и ДУК (4) можно эквивалентно описать системами полного порядка:

$$\frac{dx_m(t)}{dt} = A_m x_m(t) + b_m r(t),\ \ z_m(t) = g^T x_m(t); \tag{5}$$

$$\frac{dx_k(t)}{dt} = A_m x_k(t) + b_m(u(t) - u(t-h)),\ \ z_k(t) = g^T x_k(t), \tag{6}$$

где $x_m(t)$ и $x_k(t)$ – соответственно векторы состояния эталона и компенсатора, что позволяет синтезировать явный вид алгоритмы управления, используя общепринятую методику.

Запишем уравнения ошибки слежения $\varepsilon(t) = x_m(t) - x(t) - x_k(t)$:

$$\begin{gathered} \frac{d\varepsilon(t)}{dt} = A_m \varepsilon(t) + b_m \mu(t),\ \ \nu(t) = z_m(t) - y(t) - z_k(t), \\ \mu(t) = -V(t) - (g_0 + \tilde{\alpha}(t))y(t) - \tilde{\beta}u(t-h) - \tilde{f}(t),\ \ V(t) = u(t) - r(t). \end{gathered} \tag{7}$$

Таким образом, для приведенного эквивалентного математического описания исходной системы (1) – (4) необходимо синтезировать алгоритм управления $u(t)=r(t)+V(t)$, обеспечивающий гиперустойчивость нулевого решения (7), а также выполнение целевого условия вида:

$$\lim_{t\to\infty} |z_m(t) - y(t) - z_k(t)| = 0. \tag{8}$$

Синтез алгоритма управления

В соответствии с [3] первый этап синтеза завершен формированием описания эквивалентной системы управления в виде (7).

На втором этапе необходимо показать строгую положительную определенность вещественной части передаточной функции стационарной линейной части системы (7). Аналогично [1] в силу существования ЯНЭМ (5), путем назначения собственных значений матрицы A_m и выбора вектора g, передаточную функцию системы (7) можно записать в виде:

$$W_m(s) = \frac{a_0}{a_0 + s},$$

из чего непосредственно следует выполнение частотного неравенства

$$\mathrm{Re}(W_m(j\omega)) > 0, \ \forall \omega \geq 0.$$

Третий этап синтеза заключается в доказательстве выполнимости интегрального неравенства В.М. Попова (ИНП)

$$\eta(0,t) = -\int_0^t \mu(s)\nu(s)ds \geq -\gamma^2 = const, \ \forall t > 0 \tag{9}$$

для нелинейной нестационарной части системы (7) и проводится аналогично работам [5,6].

Развернув $\mu(t)$, введем видоизмененное ИНП вида:

$$\begin{aligned} \eta(0,t) = &\int_0^t (g_0 + \tilde{\alpha}(s))y(s)\nu(s)Q_1(\nu(s))ds + \\ &+\int_0^t \tilde{\beta}u(s-h)\nu(s)Q_2(\nu(s))ds + \\ &+\int_0^t \tilde{f}(s)\nu(s)Q_3(\nu(s))ds + \int_0^t V(s)\nu(s)Q_4(\nu(s))ds \geq -\gamma^2, \end{aligned} \tag{10}$$

где $Q_i(\xi)$ – произвольные положительно либо неотрицательно определенные функции своего аргумента, причем во втором случае $Q_i(\xi) = 0$ тогда и только тогда, когда ξ=0, (i=1,..,4). В работе [6] показано, что из выполнения видоизмененного такими весовыми функциями ИНП (10) следует выполнение оценки (9).

Положим $Q_1(\xi) \equiv Q_2(\xi) \equiv Q_3(\xi) \equiv |\xi|, \ Q_4(\xi) \equiv 1$ представим (10) в виде:

$$\begin{aligned} \eta(0,t) = &\int_0^t (g_0 + \tilde{\alpha}(s))y(s)\nu(s)|\nu(s)|ds + \\ &+\int_0^t \tilde{\beta}u(s-h)\nu(s)|\nu(s)|ds + \\ &+\int_0^t \tilde{f}(s)\nu(s)|\nu(s)|ds + \int_0^t V(s)\nu(s)ds. \end{aligned}$$

Преобразуем данное выражение, прибавляя и вычитая следующие положительно определенные величины:

$$\eta(0,t)=\eta(0,t)\pm h_1\int_0^t |y(t)||\nu(s)|^2\,ds \pm h_2\int_0^t |u(s-h)||\nu(s)|^2\,ds \pm h_3\int_0^t |\nu(s)|^2\,ds =$$

$$\begin{aligned}
&=\int_0^t |\nu(s)|\left\{(g_0+\tilde{\alpha}(s))y(t)\nu(s)+h_1|y(t)||\nu(s)|-h_1|y(t)||\nu(s)|\right\}ds+\\
&+\int_0^t |\nu(s)|\left\{\tilde{\beta}(s)u(s-h)\nu(s)+h_2|u(s-h)||\nu(s)|-h_2|u(s-h)||\nu(s)|\right\}ds+\\
&+\int_0^t |\nu(s)|\left\{\tilde{f}(s)\nu(s)+h_3|\nu(s)|-h_3|\nu(s)|\right\}ds+\int_0^t V(s)\nu(s)ds,
\end{aligned} \tag{11}$$

где $h_1 \ge (g_0+\alpha_0)$, $h_2 \ge \beta_0$, $h_3 \ge f_0$. В интегралах внутри фигурных скобок сумма первых двух слагаемых в силу (2) неотрицательна, а третье слагаемое неположительное, что дает очевидную оценку:

$$\eta(0,t) \ge \int_0^t |\nu(s)|\left[V(s)\,sign(\nu(s))-h_1|y(s)||\nu(s)|-h_2|u(s-h)||\nu(s)|-h_3|\nu(s)|\right]ds. \tag{12}$$

Приравняв нулю выражение в квадратных скобках, автоматически удовлетворим ИНП (9), (10) и получим закон управления в виде:

$$u(t)=r(t)+(h_1|y(s)|+h_2|u(s-h)|-h_3)(z_m(t)-y(t)-z_k(t)). \tag{13}$$

На четвертом этапе синтеза необходимо показать выполнимость целевого условия (8) при априорной неопределенности класса (2). Во-первых, как показано в [4], в установившемся режиме слежения за эталонной моделью (3) выход компенсатора (4) стремится к нулю, что с учетом (7) позволяет говорить о выполнении целевого условия вида

$$\lim_{t\to\infty}|z_m(t)-y(t)| \le \delta^2,$$

где δ^2 достаточно мало, что доставляет асимптотическую гиперустойчивость исходной системе (1) – (4), (8). Во-вторых, явный вид управления (13), содержащий грубые оценки априорно неопределенных параметров, позволяет судить о робастности синтезированной системы.

Имитационное моделирование

Качество функционирования синтезированной робастной системы рассматривалось в среде SIMULINK на примере следующего объекта управления:

$$A=\begin{pmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 1 & -3.5 & -4.5\end{pmatrix},\; b=\begin{pmatrix}0\\0\\1.3\end{pmatrix}, L=\begin{pmatrix}6\\5\\1\end{pmatrix},$$

$$h=0.5,\;\; \tilde{f}(t)=\frac{1}{1+p}0.1*\sin(0.006t),\, \tilde{\alpha}(t)=\frac{1}{1+p}0.2*\sin(0.005t),\text{ где } p=d/dt\,.$$

Управляющее воздействие было задано операторным уравнением

$$r(t)=\frac{0.01}{p^2+0.3p+0.02}(\sin^2(0.005t)-0.5*\sin(0.0025)+1.5),$$

динамические характеристики ЯНЭМ и ДУК были рассчитаны при $a_0 = 1.5$, а коэффициенты робастного регулятора заданы в виде $h_1 = 350,\ h_2 = 150,\ h_3 = 1.5$.

На рис. 1 представлена структура синтезированной системы управления.

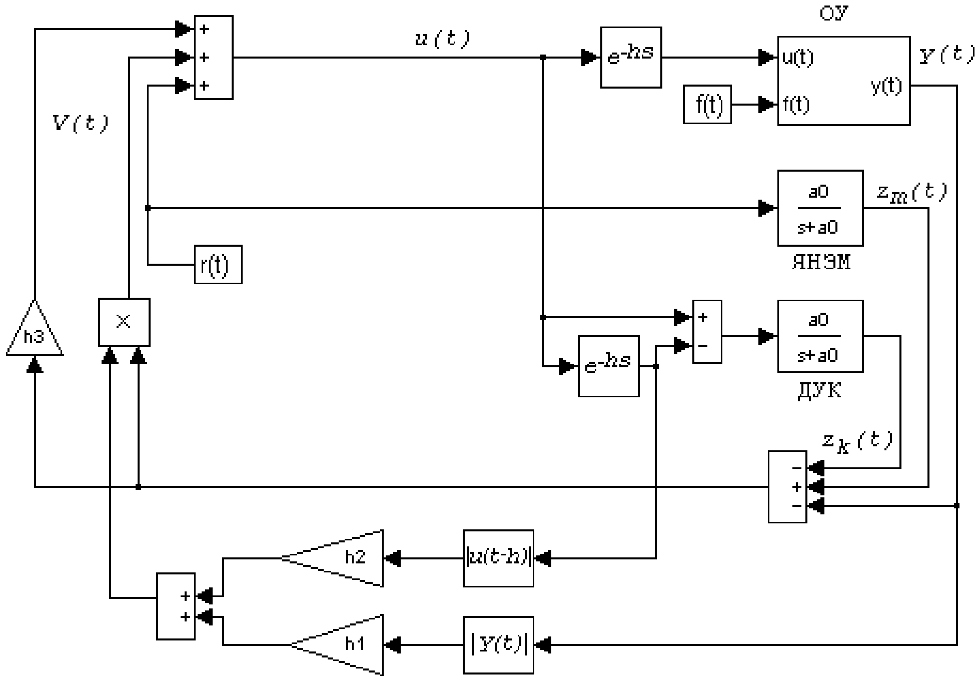

Рис.1. Структурная схема робастной системы управления.

Результаты имитационного моделирования динамический процессов в синтезированной системе управления показаны на рис. 2 – 4.

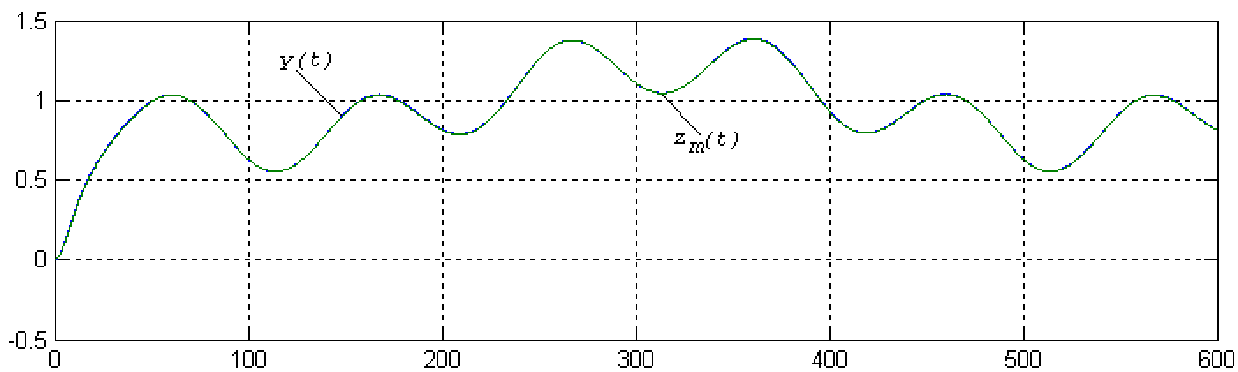

Рис. 2. Динамика выходов ЯНЭМ и объекта управления.

Рис. 3. Динамика ошибки слежения относительно ЯНЭМ и ДУК.

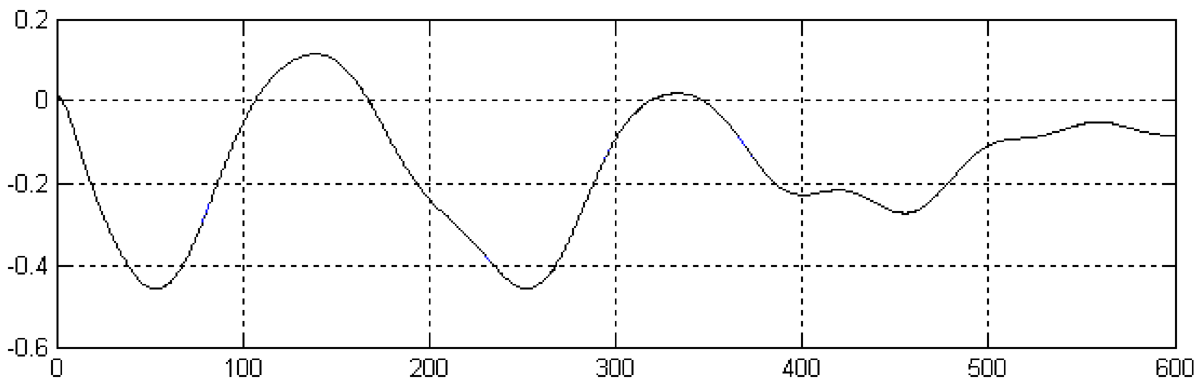

Рис. 4. Динамика робастного управления $u(t)$.

Данные имитационного моделирования показывают хорошее качество отслеживания задающего сигнала. Ошибка рассогласования по окончании переходных процессов составляет около 0.5%, амплитуда синтезированного сигнала управления (рис. 4) находится в разумных пределах.

Заключение

Синтезированный робастный закон управления априорно неопределенным нестационарным объектом с запаздыванием обеспечивает желаемые показатели качества слежения за эталонной моделью. Относительная простота робастного регулятора и результаты имитационного моделирования позволяют говорить о его достаточно высокой эффективности при построении систем автоматического управления.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Еремин Е.Л., Ильина Л.В.* Адаптивные системы с динамическим упредитель-компенсатором для объектов с запаздыванием по управлению // Информатика и системы управления. – 2002. – № 1(3). – С.97-102.
2. *Еремин Е.Л.* Построение адаптивных систем с запаздыванием по управлению на основе эталонного упредителя // Информатика и системы управления. – 2005. – № 1(9). – С.122-128.
3. *Еремин Е.Л.* Алгоритмы адаптивной системы управления с явно-неявной эталонной моделью для строго минимально-фазового объекта // Информатика и системы управления. – Благовещенск: – 2004. – №2(8). – С.157-167.
4. *Еремин Е.Л., Теличенко Д.А.* Адаптивная система с эталонным упредителем и стационарным наблюдателем для SISO-объектов с запаздыванием по управлению // Информатика и системы управления. – 2007. – № 1(13). – С.140-149.
5. *Еремин Е.Л., Кван Н.В., Семичевская Н.П.* Робастное управление нелинейным объектом со стационарным наблюдателем и быстродействующей эталонной моделью // Информатика и системы управления. – 2008. – № 4(18). – С.122-130.
6. *Еремин Е.Л., Павлов В.М., Семичевская Н.П.* Нелинейные алгоритмы робастных систем управления с эталоном минимальной структурной сложности // Вестник АмГУ. – 2002. – № 17. – С.23-27.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Е.Л. Ереминым.

E-mail:
Охотников С.С. – hunter@amursu.ru;
Теличенко Д.А. – telichenko@yandex.ru.