



УДК 681.518.5

© С. В. Шалобанов, 2005

## ПОИСК ДЕФЕКТОВ В ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ МЕТОДОМ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ СИГНАЛОВ

Шалобанов С. В. – проректор по учебной работе д-р техн. наук, проф. кафедры «Автоматика и системотехника» (ТОГУ)

Рассматривается алгоритм поиска дефектов линейных динамических систем с глубиной до динамического блока на основе модели структурной чувствительности и интегральных преобразований сигналов. Вводится понятие диагностической модели чувствительности и рассматриваются принципы ее построения.

The paper deals with the algorithm of search for linear dynamic system defects with the dynamic block depth on the basis of structural sensority model and integral signal transformations. We introduce the notion of the diagnostic sensority model and analyze the principles of its construction.

### Введение и постановка задачи

В качестве объекта диагностирования (ОД) рассматривается динамическая система, состоящая из  $n$  линейных динамических элементов (ДЭ), номинальные передаточные функции которых  $W_{o1}, \dots, W_{on}$  известны.

Одиночный структурный дефект определим как такое изменение технического состояния ОД, которое приводит к произвольному изменению  $\Delta W_i$  всего оператора  $W_i$  одного из  $n$  динамических элементов.

В работе [1, с. 7-13] рассмотрены алгоритмы поиска одиночных дефектов с глубиной до динамического блока, позволяющие снизить размерность решаемой задачи и полнее учесть специфику проявления реального дефекта: изменение сразу нескольких параметров либо вида передаточной функции блока. Применение этих алгоритмов осложняется необходимостью определения полной модели структурной чувствительности, что является достаточно сложной вычислительной задачей. Ниже рассматривается метод поиска структурных дефектов, позволяющий использовать как полную, так и упрощенную модель



структурной чувствительности. Определена процедура получения упрощенной модели чувствительности, эквивалентной в отношении значений диагностических признаков.

Примем гипотезу о возможности появления в ОД только одиночных структурных дефектов и синтезируем алгоритм поиска одиночных дефектов с использованием интегральных преобразований реакций ОД и модели структурной чувствительности.

### Метод поиска дефектов

Для получения диагностических признаков динамических элементов будем использовать преобразования по Лапласу временных функций

$$F_i(p) = L\{F_i(t)\} = \int_0^{\infty} F_i(t) \cdot e^{-pt} dt; \quad i = \overline{1, k} \quad (1)$$

в области вещественных значений переменной Лапласа  $p = \alpha$  в интервале  $0 \leq \alpha \leq \infty$ . Использование преобразования Лапласа при диагностировании позволяет перейти от обработки временных функций к анализу численных значений их функционалов [2–8].

Предварительно сделаем несколько замечаний о существовании и точности определения изображений сигналов объекта  $F_i(p)$ ,  $i = \overline{1, k}$ .

На практике нахождение оценок изображений вида (1) сводится к интегрированию временных функций с весом  $e^{-\alpha t}$  на конечном интервале времени  $[0, T_k]$ :

$$F_i(\alpha) = \int_0^{T_k} F_i(t) \cdot e^{-\alpha t} dt; \quad i = \overline{1, k}. \quad (2)$$

Погрешности определения этих оценок, вызванные заменой бесконечного интервала интегрирования на конечный, определяются соотношениями

$$\Delta_i(\alpha) = F_i(\alpha) - F_i(\alpha) = \int_{T_k}^{\infty} F_i(t) \cdot e^{-\alpha t} dt; \quad i = \overline{1, k} \quad (3)$$

и зависят от величины параметра  $\alpha$  и поведения функции  $F_i(t)$ ,  $i = \overline{1, k}$ .



Везде далее будем предполагать, что выполняются достаточные условия существования преобразований Лапласа сигналов ОД  $F_i(t)$ ,  $i = \overline{1, k}$  [9]:

$$|F_i(t)| \leq h_i \cdot e^{b_i t}, \quad i = \overline{1, k}, \quad (4)$$

где  $b_i < \alpha$ ;  $h_i > 0$ .

Учитывая условия (4), можно оценить модуль абсолютной погрешности  $\Delta_i(\alpha)$ :

$$|\Delta_i(\alpha)| \leq \int_{T_k}^{\infty} h_i \cdot e^{b_i t} \cdot e^{-\alpha t} \cdot dt = h_i \cdot \int_{T_k}^{\infty} e^{-c_i t} dt = \frac{h_i}{c_i} \cdot e^{-c_i T_k}, \quad (5)$$

где  $c_i = \alpha - b_i > 0$ .

Таким образом, модуль абсолютной погрешности растет с уменьшением параметра  $c_i$ , представляющего собой разность переменной Лапласа  $\alpha$  и показателя роста  $b_i$  сигнала  $F_i(t)$ .

При ограниченных задающих воздействиях на входе устойчивого ОД можно принять  $b_i = 0$  и  $|F_i(t)| \leq h_i$ ,  $i = \overline{1, k}$ , тогда

$$|\Delta_i(\alpha)| \leq \frac{h_i}{\alpha} \cdot e^{-\alpha T_k}. \quad (6)$$

При задании параметра  $\alpha$  в величинах, кратных обратным значениям интервала контроля  $\alpha = \frac{q}{T_k}$ , оценка погрешности примет вид

$$|\Delta_i(\alpha)| \leq \frac{h_i \cdot T_k}{q} \cdot e^{-q}.$$

При выборе, например, параметра преобразования Лапласа  $\alpha = \frac{5}{T_k}$  имеем оценку погрешности  $|\Delta_i(\alpha)| \leq 0,0014 \cdot h_i \cdot T_k$ .

Таким образом, параметр  $\alpha$  для ограниченных сигналов необходимо выбирать с учетом их области изменения и определения, то есть с учетом площади окна, в котором задан интегрируемый сигнал.

Алгоритм диагностирования реализуется путем выполнения следующих операций:

1. Предварительно определяют время контроля  $T_K \geq T_{ПП}$ ,  $T_{ПП}$  – время переходного процесса объекта. Время переходного процесса оценивают для номинальных значений параметров ОД.

2. На входы динамического объекта и его эталонной временной модели подают тестовое воздействие (единичное ступенчатое, линейно возрастающее, прямоугольное импульсное и т.д.). Принципиальных ограничений на вид входного тестового воздействия предлагаем способ не предусматривает.

3. Регистрируют реакцию объекта и эталонной модели в  $k$  контрольных точках и определяют отклонения временных характеристик объекта от номинальных  $\Delta F_i(t)$ ,  $i=1,2,\dots,k$  на интервале  $t \in [0, T_K]$ .

4. В качестве диагностического признака наличия дефекта в  $i$ -динамическом элементе используют интегральную меру следующего вида:

$$J_i = \sum_{j=1}^m Q_i^T(\alpha_j) \cdot Q_i(\alpha_j), \quad (7)$$

где  $Q_i(\alpha_j) = \Delta F(\alpha_j) - V_i(\alpha_j) \cdot \Delta W_i(\alpha_j)$ ;  $m$  – число значений переменной Лапласа, для которых находятся изображения сигнала  $\Delta F(\alpha_j) = (\Delta F_1(\alpha_j), \Delta F_2(\alpha_j), \dots, \Delta F_k(\alpha_j))^T$  – вектор изображений для вещественных значений переменной Лапласа  $\alpha_j$  отклонений временных характеристик объекта в  $k$  контрольных точках;  $V_i(\alpha_j) = \left( \frac{\partial F_1(\alpha_j)}{\partial W_i(\alpha_j)}, \frac{\partial F_2(\alpha_j)}{\partial W_i(\alpha_j)}, \dots, \frac{\partial F_k(\alpha_j)}{\partial W_i(\alpha_j)} \right)^T$  – структурная чувствительность (чувствительность оценок изображений временных характеристик объекта к изменению передаточной функции  $i$ -го динамического элемента);  $\Delta W_i(\alpha_j)$  – отклонение передаточной функции  $i$ -го динамического элемента от номинального значения.

Модель структурной чувствительности может быть получена путем последовательного соединения двух одинаковых моделей объекта когда выходом первой модели является входной сигнал  $i$ -го динамического элемента, а вход второй модели организуется на выходе  $i$ -го динамического элемента [1].

Для того чтобы диагностический признак (7) не зависел от неизвестного и искомого на этапе поиска дефектов отклонения  $\Delta W_i(\alpha_j)$ , выразим это отклонение из системы уравнений



$$V_i(\alpha_j) \cdot \Delta W_i(\alpha_j) = \Delta F(\alpha_j). \quad (8)$$

Умножение выражения (8) слева на  $V_i^T(\alpha_j)$  позволяет выразить скаляр  $\Delta W_i(\alpha_j)$ :

$$V_i(\alpha_i)^T \cdot V_i(\alpha_i) \cdot \Delta W_i(\alpha_i) = V_i(\alpha_i)^T \cdot \Delta F(\alpha_i)$$

или

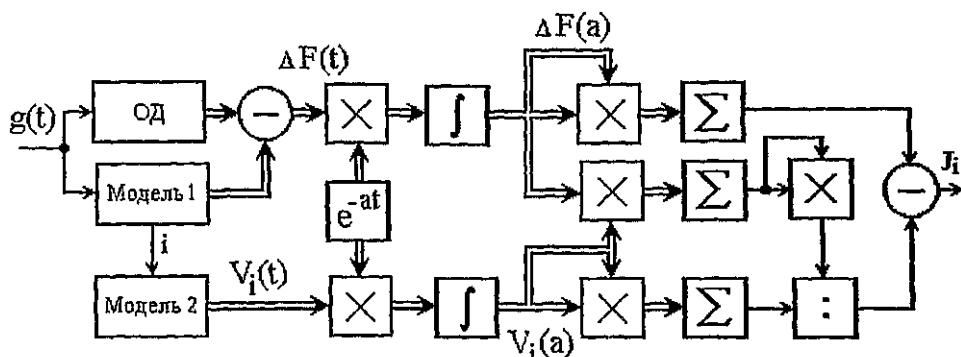
$$\Delta W_i(\alpha_j) = \frac{V_i(\alpha_j)^T \cdot \Delta F(\alpha_j)}{V_i(\alpha_j)^T \cdot V_i(\alpha_j)}. \quad (9)$$

Подставляя выражение (9) в формулу (7) и производя эквивалентные преобразования, получим

$$J_i = \sum_{l=1}^m \sum_{j=1}^k \Delta F_j^2(\alpha_l) - \frac{\sum_{l=1}^m \left[ \sum_{j=1}^k V_{ji}(\alpha_l) \cdot \Delta F_j(\alpha_l) \right]^2}{\sum_{j=1}^k V_{ji}^2(\alpha_l)}, \quad (10)$$

где  $V_{j,i}(\alpha_l) = \frac{\partial F_j(\alpha_l)}{\partial W_i(\alpha_l)}$  – структурная чувствительность изображения временной характеристики в  $j$ -й контрольной точке для  $i$ -го динамического элемента и  $l$ -го значения переменной Лапласа  $\alpha_l$ .

Операции по реализации предлагаемого алгоритма, направленные на определение диагностических признаков ДЭ по формуле (10) для  $m=1$ , иллюстрируются функциональной схемой устройства поиска структурных дефектов, представленной на рис. 1.



*Рис. 1. Функциональная схема устройства поиска структурных дефектов с использованием интегральных преобразований сигналов*

5. По минимуму значения диагностического признака вынос решение о наличии дефекта в динамическом элементе.

### **Диагностическая модель чувствительности**

Помимо представленного на рис. 1 способа получения оценок изображений сигналов модели  $F_i(t)$  и функций структурной чувствительности  $V_{ij}(t)$  путем их интегрирования с весом  $e^{-\alpha t}$ , возможен аналитический способ их получения путем использования структурно-матричной модели [1]. Сохраняя обозначения, принятые в этой работе и осуществляя подстановку  $p = \alpha$  в формулу для передаточной функции ОД, получаем выражение для вычисления оценок передаточных функций ОД относительно всех выходных сигналов:

$$\Phi(\alpha) = C \cdot [W(\alpha)^{-1} - A]^{-1} B + H. \quad (11)$$

Вектор оценок изображений сигналов модели  $F_M(\alpha)$  получим умножая вектор (11) на изображение входного сигнала  $G(\alpha)$ :

$$F_M(\alpha) = \Phi(\alpha) \cdot G(\alpha).$$

Дифференцирование выражения (11) по аргументу  $W_i(\alpha)$  позволяет получить формулу для вектора структурных чувствительностей

$$V_i(\alpha) = \frac{\partial \Phi(\alpha)}{\partial W_i(\alpha)} = C \cdot (W(\alpha)^{-1} - A)^{-1} W_i'(\alpha) (W(\alpha)^{-1} - A)^{-1} B, \quad (12)$$

где  $W_i'(\alpha)$  – (n×n)-матрица с единственным ненулевым элементом  $-1/W_i^2(\alpha)$ , стоящим на пересечении  $i$ -го столбца и  $i$ -й строки.

Таким образом, использование структурно-матричной модели позволяет формализовать вычисление вектора номинальных значений передаточных функций и векторов структурных чувствительностей. При этом используется информация о топологии ОД (матрицы  $A$ ,  $C$ ,  $H$ ,  $B$ ) и структуре передаточных функций (матрица  $W(\alpha)$ ). Вычисле-



ния являются одноразовыми для конкретного объекта и позволяют обеспечить экономию аппаратных затрат на реализацию метода в виде уменьшения числа интеграторов и множительных устройств и отсутствия первой и второй аналоговой модели объекта.

Два одиночных структурных дефекта  $i$  и  $j$  эквивалентны, если выполняется соотношение для векторов их структурной чувствительности:

$$V_j(\alpha_l) = f(\alpha_l) \cdot V_i(\alpha_l), \quad \forall \alpha_l, \quad l = \overline{1, m}, \quad (13)$$

где  $f(\alpha)$  – скалярная функция.

Справедливость этого утверждения проверяется подстановкой векторов чувствительности (13) в формулу (10), после чего получаем  $J_i = J_j$ , что и означает эквивалентность дефектов.

Поскольку имеет место условие эквивалентности дефектов (13), векторы структурной чувствительности можно сокращать на общие множители их элементов. Анализ выражения (12) показывает, что таким общим множителем для всех элементов вектора структурной чувствительности (для всех контрольных точек ОД) является величина, определяемая выражением  $W'_i(\alpha)(W(\alpha)^{-1} - A)^{-1}B$ , которая представляет собой оценку передаточной функции первой модели (см. рис. 1) структурной модели чувствительности относительно выхода  $i$ -го ДЭ, умноженной на величину  $\frac{1}{W^2(\alpha)}$ . После сокращения получим эквивалентный в смысле результатов поиска одиночных структурных дефектов вектор структурной чувствительности  $i$ -го динамического элемента

$$V_i^D(\alpha) = C \cdot (W(\alpha)^{-1} - A)^{-1} E_i, \quad (14)$$

где  $E_i = (0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0)^T$  – вектор-столбец с единственным ненулевым единичным элементом в  $i$ -й строке.

Структурные чувствительности  $V_i^D(\alpha)$  представляют собой оценки передаточных функций объекта от входа  $i$ -го динамического элемента до рассматриваемых выходов. Дальнейшее, эквивалентное в отношении значений диагностических признаков (10) упрощение прове-



дем, учитывая, что обратная матрица может быть получена путем ления всех элементов присоединенной к ней матрицы на определит обращаемой. Устранив определитель как общий множитель в формуле (14), получаем

$$V_i^D(\alpha) = C \cdot \text{adj}(W(\alpha)^{-1} - A) \cdot E_i, \quad (1)$$

где  $\text{adj}()$  – оператор получения присоединенной матрицы.

Дальнейшее упрощение модели структурной чувствительности возможно с учетом конкретных топологических свойств объекта диагностирования.

Дадим следующее определение.

**Определение.** Диагностической моделью чувствительности назовем упрощенную модель чувствительности объекта диагностирования используемую для вычисления диагностических признаков и эквивалентную полной модели чувствительности в отношении значений этих признаков.

Таким образом, диагностическая модель чувствительности может быть получена в структурно-матричном виде (формула (15)).

В качестве иллюстрации рассмотрим векторы диагностических моделей чувствительности некоторых соединений динамических элементов.

Для последовательного соединения двух ДЭ (в порядке возрастания их индексов):

$$V_1^D(\alpha) = (1, W_2(\alpha)); \quad V_2^D(\alpha) = (0, 1).$$

Для параллельного соединения двух ДЭ:

$$V_1^D(\alpha) = (1, 0); \quad V_2^D(\alpha) = (0, 1).$$

Для соединения двух ДЭ в виде отрицательной обратной связи (в цепи обратной связи – второй ДЭ):



$$V_1^D(\alpha) = (1, W_2(\alpha)); \quad V_2^D(\alpha) = (-W_1(\alpha), 1).$$

Наличие единичных элементов в векторах чувствительности указывает на их минимальный вид.

Проиллюстрируем применение описанного алгоритма для диагностирования объекта, структурная схема которого представлена на рис. 2.

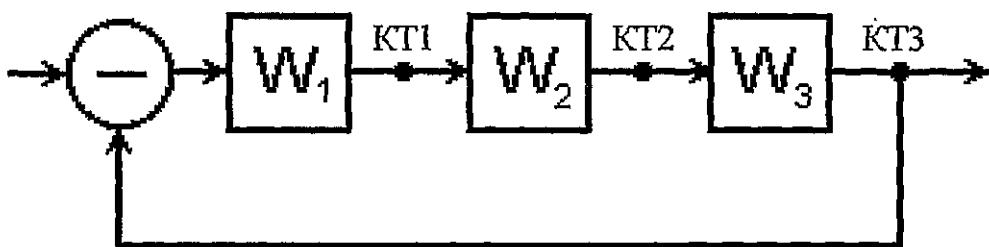


Рис. 2. Структурная схема объекта диагностирования

Передаточные функции динамических элементов:

$$W_1 = \frac{k_1(T_1 p + 1)}{p}; \quad W_2 = \frac{k_2}{T_2 p + 1}; \quad W_3 = \frac{k_3}{T_3 p + 1},$$

номинальные значения параметров:  $T_1=5$  с;  $K_1=1$ ;  $K_2=1$ ;  $T_2=1$  с;  $K_3=1$ ;  $T_3=5$  с. При поиске одиночного дефекта в виде отклонения постоянной времени  $T_1=4$  с в первом звене путем подачи ступенчатого тестового входного сигнала единичной амплитуды и интегрального преобразования сигналов по Лапласу для параметра  $\alpha = 0,5$  и  $T_\kappa=10$  с получены значения диагностических признаков при использовании контрольных точек  $KT2$  и  $KT3$ :  $J_1=0$ ;  $J_2=0$ ;  $J_3=0,017$ . Ненулевое значение третьего диагностического признака указывает на отсутствие дефекта в третьем блоке, равные и нулевые значения первого и второго признака указывают на наличие дефекта в одном из этих блоков. При введении дополнительной контрольной точки на выходе первого блока получаем значения диагностических признаков:  $J_1=0$ ;  $J_2=0,186$ ;  $J_3=0,018$ . Мини-

мальное значение признака  $J_1$  однозначно указывает на наличие дефекта в первом блоке. Применение рассмотренного метода диагностирования позволяет реализовать условный алгоритм поиска дефектов, когда вначале назначается минимальное количество контрольных точек (в рассмотренном примере – две). Определяется группа блоков, в которой содержится дефект (в рассмотренном примере – первый и второй блоки). Назначается контрольная точка внутри этой группы блоков для локализации дефекта.

### Библиографические ссылки

1. Шалобанов С. В. Структурные методы поиска одиночных дефектов в динамических системах // Приборостроение. 2000. № 4. (Изв. высш. учеб. заведений).
2. Пат. 2110828 РФ. Способ диагностирования апериодических звеньев и устройство для его осуществления / С. В. Шалобанов (РФ).
3. Пат. 2138072 РФ. Способ диагностирования динамического объекта с обратной связью и устройство для его осуществления / С. В. Шалобанов (РФ).
4. Пат. 2136033 РФ. Пособие контроля динамического блока в составе системы управления и устройство для его осуществления / С. В. Шалобанов (РФ).
5. Пат. 2159458 РФ. Способ контроля динамического блока в составе системы управления и устройство для его осуществления / С. В. Шалобанов (РФ).
6. Пат. 2156494 РФ. Способ контроля параметров звеньев системы управления и устройство для его осуществления / С. В. Шалобанов (РФ).
7. Пат. 2173873 РФ. Устройство для контроля параметров звеньев системы управления / С. В. Шалобанов (РФ).
8. Пат. 2199776 РФ. Способ поиска неисправного блока в динамической системе / С. В. Шалобанов, В. В. Бобышев (РФ).
9. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М., 1974.