



УДК 684.511

© *Е. Л. Еремин, Б. Н. Лебянов, Е. А. Шеленок, 2010*

ДИСКРЕТНЫЕ АЛГОРИТМЫ РОБАСТНОГО УПРАВЛЕНИЯ НЕЛИНЕЙНО-НЕСТАЦИОНАРНЫМ ОБЪЕКТОМ В ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕЖИМАХ¹

Еремин Е. Л. – д-р техн. наук, проф. проректор по науч. работе, тел.: (4212) 22-44-19;
Лебянов Б. Н. – канд. техн. наук, доц. кафедры «Автоматика и системотехника»,
e-mail: bnl@ais.khstu.ru; *Шеленок Е. А.* – асп. кафедры «Автоматика и системотехника»,
e-mail: cidorshell@rambler.ru (ТОГУ)

Рассматривается задача построения гибридной системы управления нелинейно-нестационарным априорно неопределенным объектом с запаздыванием по состоянию, подверженным действию постоянных периодических и непериодических внешних возмущений. Методика построения основана на критерии гиперустойчивости и методе непрерывных моделей.

The development of hybrid control system for nonlinear non-stationary a priori unidentified object with delay in state that undergoes continuous periodical and not periodical external perturbations is considered. The construction method is based on the hyperstability criterion and the continuous model method.

Ключевые слова: гибридная система управления, комбинированный алгоритм, критерий гиперустойчивости, метод непрерывных моделей, запаздывание.

Введение

Подавляющее большинство современных автоматических систем – это системы управления динамическими нелинейно-нестационарными объектами, содержащими различные типы запаздываний, подверженными действию внешних возмущений, а также функционирующими в условиях априорной параметрической неопределенности. В настоящее время вопросы, касающиеся анализа и синтеза систем управления такими сложными объектами, являются весьма актуальными.

¹ Работа выполнена в рамках мероприятия 1 АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы (2009–2010 годы)» по тематическому плану НИР ТОГУ на 2010 г. – проект «Робастное управление в периодических режимах нестационарными объектами»

Еще одна немаловажная задача – построение и исследование так называемых систем циклического действия, для которых характерно наличие периодических задающих и возмущающих сигналов на каждом цикле их работы. Различные способы построения систем подобного рода нашли отражение во многих научных трудах [1–6]. Например, в работе [5] для синтеза циклических систем управления предложена концепция динамического фазового анализа, а авторами работы [6] описана методика применения периодического регулятора для построения дискретных систем управления.

Кроме указанных обстоятельств, разработчикам современных систем управления необходимо учитывать тот факт, что в большинстве случаев практическая реализация основных и дополнительных контуров управления осуществляется с помощью средств цифровой электроники. Поэтому еще одной важной и весьма востребованной задачей является построение гибридных систем управления непрерывными объектами. Одним из методов синтеза дискретных алгоритмов систем управления является метод непрерывных моделей (метод усреднения), подробно рассмотренный в [7] и получивший дальнейшее развитие в работе [8]. В соответствии с данным методом первоначально синтезируется непрерывная система, а затем производится переход от непрерывных алгоритмов управления к их дискретным аналогам.

Данная работа посвящена синтезу гибридной системы управления периодическими режимами нелинейно-нестационарного динамического объекта с запаздыванием, функционирующего в условиях априорной параметрической неопределенности и действии внешних периодических и непериодических возмущений. Процедура построения дискретно-непрерывной системы базируется на использовании критерия гиперустойчивости [9–11], методе непрерывных моделей, а также применении комбинированной структуры регулятора, состоящего из периодической и робастной частей [12, 13].

Исходное математическое описание системы

Пусть динамические свойства нелинейно-нестационарного динамического объекта управления, содержащего запаздывание по состоянию, описываются с помощью уравнений

$$\begin{cases} \frac{dx(t)}{dt} = A(x, c, d, \tau, t) + b(t+T)u(t) + f(t), \\ x(q) = \psi(q), \quad q \in [-\tau; 0], \\ y(t) = L^T x(t), \end{cases} \quad (1)$$

где $x(t) \in R^n$ – вектор переменных состояния; $y(t) \in R$, $u(t) \in R$ – соответственно скалярные выход и управляющее воздействие; $A(x, c, d, \tau, t) = A(x, t+T) + c(t+T)y^3(t) + d(t+T)|y^7(t-\tau)|$ – некоторый нелинейно-нестационарный вектор; $A(x, t+T) = Ax(t) + b_0\beta(t+T)y(t)$ – нели-



нейный вектор; $A = A_0 + \chi_0 b_0 L^T$ – стационарная матрица; A_0 – гурвицева матрица; $\chi_0 > 0$ – некоторая константа; $b_0^T = (0, \dots, 0, 1)$ – стационарный вектор; $b(t+T) = b_0(1 + \alpha(t+T))$, $c(t+T) = b_0 \chi(t+T)$, $d(t+T) = b_0 \delta(t+T)$ – неизвестные нестационарные векторы; $\alpha(t+T) > 0$, $\beta(t+T)$, $\chi(t+T)$, $\delta(t+T)$ – изменяющиеся в известных пределах произвольные T -периодические функции; $\tau = const$ – известное временное запаздывание; $\psi(q)$ – ограниченная начальная функция; $f^T(t) = (0, \dots, 0, f_n(t))$ – вектор внешних воздействий (помех) с элементом $f_n(t) = f_{nep}(t+T) + f_{непер}(t)$, величина которого ограничена по модулю

$$|f_n(t)| < f_0^2; \quad (2)$$

$f_{nep}(t+T)$ и $f_{непер}(t)$ – периодическая и непериодическая составляющие возмущения; f_0 – некоторое число; $L \in R^n$ – неизвестный стационарный вектор, удовлетворяющий требованию: полином $l(p) = l_n p^{n-1} + l_{n-1} p^{n-2} \dots + l_2 p + l_1$ – устойчивый с положительными коэффициентами; $l_i, i = \overline{1, n}$ – компоненты вектора L .

Объект управления (1) функционирует в условиях априорной параметрической неопределенности

$$A = A(\xi), L = L(\xi), \alpha(t+T) = \alpha_\xi(t+T), \quad (3)$$

$$\beta(t+T) = \beta_\xi(t+T), \chi(t+T) = \chi_\xi(t+T), \delta(t+T) = \delta_\xi(t+T),$$

где ξ – неизвестные параметры, входящие в состав известного множества Ξ .

С целью упрощения структуры регулятора, рассмотренного в [12], сформируем управляющее воздействие в виде

$$u(t) = m(u_{роб}(t) + u_{nep}(t)), \quad (4)$$

где $u_{роб}$ и u_{nep} – соответственно робастная и периодическая составляющие регулятора, подлежащие определению в процессе синтеза; m – некоторая положительная константа.

Согласно [10], для упрощения технической реализации эталона, определяющего желаемое качество переходных процессов объекта регулирования (1), воспользуемся эталонной моделью, заданной неявно

$$\begin{cases} \frac{dx_0(t)}{dt} = A_0 x_0(t) + b_0 \mathcal{G}_*(t), \\ y_0(t) = L^T x_0(t) = r(t+T), \\ \mathcal{G}_*(t) = \mathcal{G}_*(t+T), \end{cases} \quad (5)$$

где $x_0(t) \in R^n$ – вектор состояния неявного эталона; $y_0(t) \in R$ – выход неяв-

ной эталонной модели; $r(t+T)$ – задающее воздействие, имеющее вид T -периодической функции времени; $\mathcal{Q}_*(t)$ – неявный периодический сигнал.

Постановка задачи синтеза непрерывной системы

Для системы управления (1), (2), (4), функционирование которой протекает в условиях априорной параметрической неопределенности (2), требуется синтезировать явный вид алгоритмов управления регулятора (4) таким образом, чтобы при любых начальных условиях $x(0)$, любом наборе $\xi \in \Xi$, любых функциях $\psi(q)$, $q \in [-\tau; 0]$, действии постоянных внешних возмущений $f(t)$, а также произвольном изменении в известных пределах функций $\alpha(t+T)$, $\beta(t+T)$, $\chi(t+T)$, $\delta(t+T)$ обеспечивалось выполнение следующих целевых условий:

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \|y_0(t) - y(t)\| &\leq \rho = \text{const} > 0, \\ \lim_{t \rightarrow \infty} u_{\text{неп}}(t) &= u_{\text{неп}}(t+T). \end{aligned} \quad (6)$$

Переход к гибридной системе управления

Переход от синтезированной непрерывной системы к гибридной системе управления осуществим, используя метод непрерывных моделей [7, 8]. В этом случае непрерывные и дискретные сигналы связаны следующими соотношениями:

$$\begin{cases} y(t) = y(t_k) = y_k, & y(t - \tau) = y(t_k - h) = y_{k-h}, \\ y_0(t) = y_0(t_k) = y_{k0}, \\ r(t+T) = r(t_k+T) = r_{k+T}, \\ u(t) = u(t_k), \\ u_{\text{неп}}(t) = u_{\text{неп}}(t_k) = u_{k\text{неп}}, \\ u_{\text{роб}}(t) = u_{\text{роб}}(t_k) = u_{k\text{роб}}, \end{cases} \quad (7)$$

при $t_{k-1} \leq t \leq t_k$,

где $t_k = \phi \cdot k$ – дискретный аналог времени; $\phi > 0$ – величина шага дискретизации; $k = 0, 1, 2, \dots$ – номер шага; $h > 0$ – величина запаздывания.

Для полученной гибридной системы управления целевые условия (6) преобразуются к виду

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \|y_{k0} - y_k\| &\leq \rho = \text{const} > 0, \\ \lim_{t \rightarrow \infty} u_{k\text{неп}} &= u_{k+T\text{неп}}. \end{aligned} \quad (8)$$

Синтез алгоритмов непрерывной системы управления

Процедуру синтеза алгоритмов непрерывной системы управления осуществим, аналогично [9, 11–13].



Первый этап синтеза. Вводя понятие ошибки рассогласования между выходами эталонной модели (5) и объекта регулирования (1) – $\varepsilon(t) = y_0(t) - y(t)$, получим эквивалентное математическое описание исследуемой системы

$$\begin{cases} \frac{de(t)}{dt} = A_0 e(t) + b_0 \mu(t), \quad z(t) = L^T e(t) = r(t+T) - y(t), \\ \mu(t) = -m(1 + \alpha(t+T)) [u_{неп}(t) - \tilde{v}(t+T)] - \\ \quad - m(1 + \alpha(t+T)) u_{роб}(t) - \chi_0 y(t) - f_{неп}(t), \end{cases} \quad (9)$$

где $\tilde{v}(t+T) = \frac{v(t+T)}{m(1 + \alpha(t+T))}$ – периодический сигнал,

$$v(t+T) = \vartheta_*(t+T) + \beta(t+T)y(t) + \chi(t+T)y^3(t) + \delta(t+T) | y^7(t+T) |.$$

Второй этап синтеза, связанный с обеспечением вещественности и строгой положительности линейной стационарной части эквивалентной системы, полностью аналогичен [12].

Третий этап синтеза. Для синтеза алгоритмов управления регулятора (4) воспользуемся модифицированным интегральным неравенством Попова (МИНП) [11]:

$$\eta^*(0, t) = \sum_i \eta_i^*(0, t) = - \sum_i \int_0^t \mu_i(s) z(s) Q_i(s, z(s)) ds \geq -\sigma_0^2 = const, \forall t > 0, \quad (10)$$

где $\sigma_0 = const$; $Q_i(s, z(s))$ – положительно определенные функции, задав которые, согласно [12, 13], как

$$Q_1(s, z(s)) = Q_2(s, z(s)) = 1,$$

$$Q_3(s, z(s)) = m\chi_0^{-1} | z(s) |,$$

$$Q_4(s, z(s)) = mf_0^{-1} | z(s) |,$$

можно показать, что синтез требуемых алгоритмов в виде

$$\begin{aligned} u_{неп}(t) &= u_{неп}(t-T) + \gamma_0 z(t), \\ u_{роб}(t) &= [\gamma_1 | y(t) | + \gamma_2] z(t), \end{aligned} \quad (11)$$

где $\gamma_i = const > 0, i = \overline{0, 2}$,

обеспечит справедливость МИНП (10).

Четвертый этап. Из выполнения требований второго и третьего этапов, следует, что при любом наборе $\xi \in \Xi$, любых начальных условиях и функциях система (1), (2), (11) является гиперустойчивой в заданном классе Ξ . Следовательно, в ней обеспечивается выполнение целевых предельных условий (6).

Алгоритмы гибридной системы управления

Как было отмечено выше, переход от синтезированной непрерывной системы управления (1), (2), (4), (11) к ее гибридному виду осуществим с помощью метода непрерывных моделей. Проведя дискретизацию полученных законов управления в соответствии с выражением (7), получим необходимые алгоритмы дискретно-непрерывной системы управления в виде

$$\begin{aligned} u(t_k) &= m(u_{роб}(t_k) + u_{неп}(t_k)) \\ u_{неп}(t_k) &= u_{неп}(t_k - T) + \gamma_0 z(t_k), \\ u_{роб}(t_k) &= [\gamma_1 | y(t_k) | + \gamma_2] z(t_k), \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} u_k &= m(u_{k\text{ роб}} + u_{k\text{ неп}}) \\ u_{k\text{ неп}} &= u_{k-T\text{ неп}} + \gamma_0 z_k, \\ u_{k\text{ роб}} &= [\gamma_1 | y_k | + \gamma_2] z_k, \end{aligned} \quad (12)$$

где $z_k = r_{k+T} - y_k$.

Вычислительный эксперимент

С целью подтверждения справедливости полученных результатов, а также выбора необходимых параметров дискретного регулятора (12) рассмотрим задачу управления системой (1), (2), (12) со следующими матрицами и векторами:

$$\begin{aligned} A(x, t+T) &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \end{pmatrix} x(t) + \\ &+ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ l_1 \beta(t+T) & l_2 \beta(t+T) & l_3 \beta(t+T) & l_4 \beta(t+T) \end{pmatrix} x(t); \\ b(t+T) &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 + \alpha(t+T) \end{pmatrix}; \quad c(t+T) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \chi(t+T) \end{pmatrix}; \quad d(t+T) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \delta(t+T) \end{pmatrix}; \end{aligned}$$

$$\alpha(t+T) = p_1 | \sin q_1 t |;$$



$$\begin{aligned} \beta(t+T) &= p_2 \sin q_2 t; \\ \delta(t+T) &= p_3 \sin q_3 t; \\ \chi(t+T) &= p_4 \sin q_4 t; \\ f(t) &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ f_4(t) \end{pmatrix} \begin{cases} f_4(t) = f_{4nep}(t+T) + f_{4nenep}(t); \\ f_{4nep}(t+T) = \sigma |\sin \pi t|; \\ f_{4nenep}(t) = \kappa \sin(\psi \sin \nu t \cdot e^{\zeta t} - 1)t. \end{cases} \end{aligned}$$

Числовые значения параметров объекта управления определяются в соответствии с заданным уровнем априорной неопределенности

$$\begin{aligned} 1 \leq a_1 \leq 4; \quad -6 \leq a_2 \leq -0.5; \quad -1 \leq a_3 \leq 3; \quad -2 \leq a_4 \leq 4; \\ 3 \leq l_1 \leq 7; \quad 1 \leq l_2 \leq 3; \quad 2 \leq l_3 \leq 5; \quad 1 \leq l_4 \leq 4; \\ 0.1 \leq p_i \leq 0.7; \quad 2 \leq q_i \leq 5; \quad i = \overline{1,4}; \\ -0.7 \leq \sigma \leq -0.2; \quad 0.1 \leq \kappa \leq 0.9; \quad 0.5 \leq \psi \leq 3.5; \quad -0.5 \leq \zeta \leq -0.1. \end{aligned} \quad (13)$$

Вычислительный эксперимент проводился при следующем наборе данных:

$$\begin{aligned} a_1 = 2; \quad a_2 = -5; \quad a_3 = 1; \quad a_4 = 3; \\ l_1 = 4; \quad l_2 = 2; \quad l_3 = 3; \quad l_4 = 1; \quad \tau = 1.5; \quad T = 4. \\ p_1 = 0.1; \quad p_2 = 0.2; \quad p_3 = 0.4; \quad p_4 = 0.5; \\ q_1 = 5; \quad q_2 = 2.5; \quad q_3 = q_4 = 3; \\ \sigma = -0.5; \quad \kappa = 0.2; \quad \psi = 1.5; \quad \zeta = -0.23. \end{aligned}$$

Задающее воздействие формировалось в виде периодической функции

$$r(t+T) = \sin 0.5t \cdot \cos t.$$

В ходе проведения нескольких этапов имитационного моделирования рассматриваемой гибридной системы числовые параметры контура управления были выбраны следующим образом:

$$m = 10; \quad \gamma_0 = 30; \quad \gamma_1 = 50; \quad \gamma_2 = 25 \quad (14)$$

Дискретизация алгоритмов управления осуществлялась с шагом $\phi = 0.001$.

Результаты проведенного вычислительного эксперимента (рис. 1–5) показали, что применение дискретных алгоритмов управления (12) при заданном уровне априорной неопределенности (13) и выбранных числовых параметрах (14) регулятора (12) обеспечивает хорошее качество функционирования системы – ошибка рассогласования в установившемся режиме не превышает 0,4 % (рис. 1), наряду с выполнением предельных целевых условий (6).

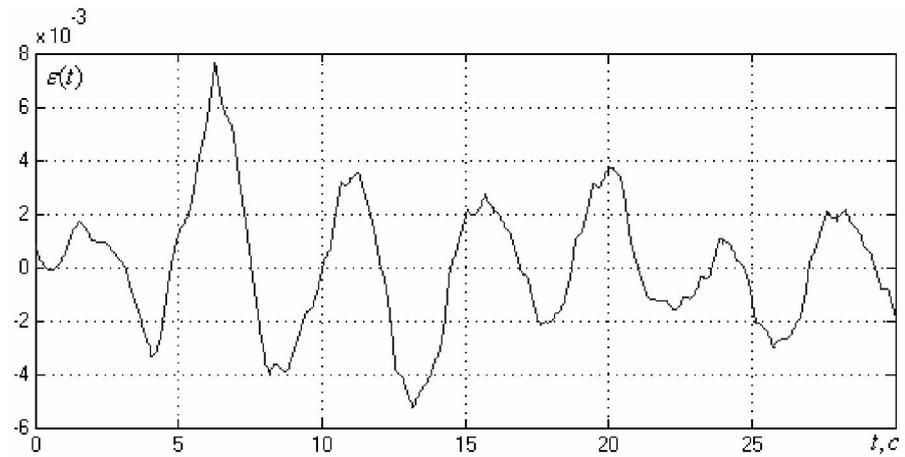


Рис. 1. Ошибка регулирования

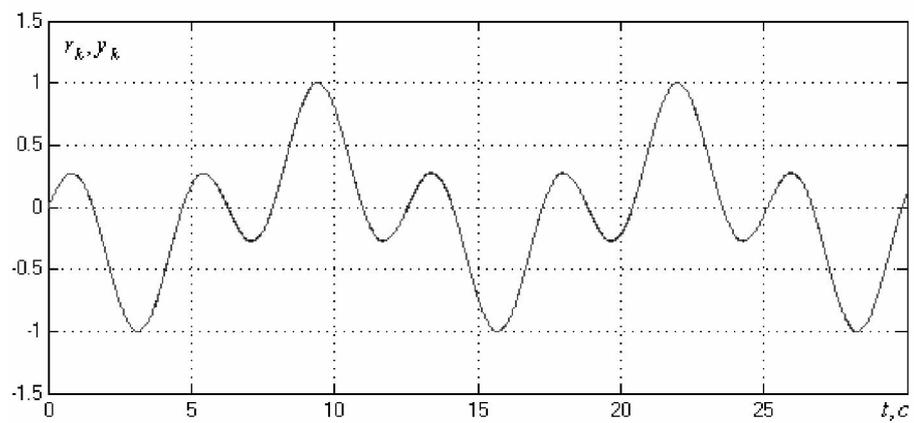


Рис. 2. Задающее воздействие и выход системы

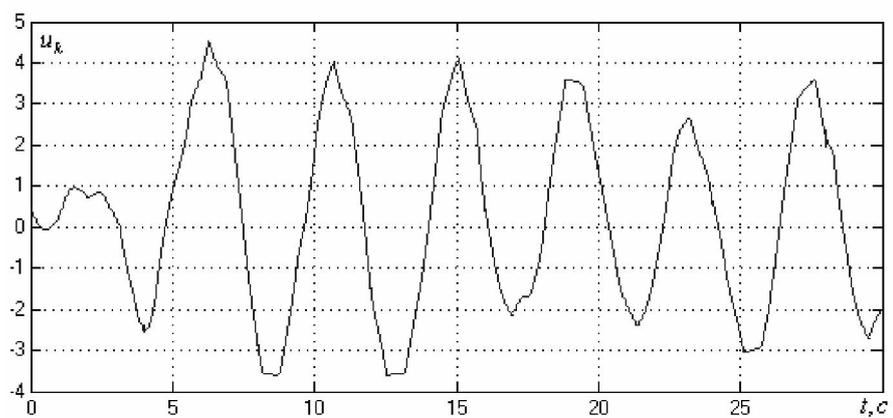


Рис. 3. Сигнал управления

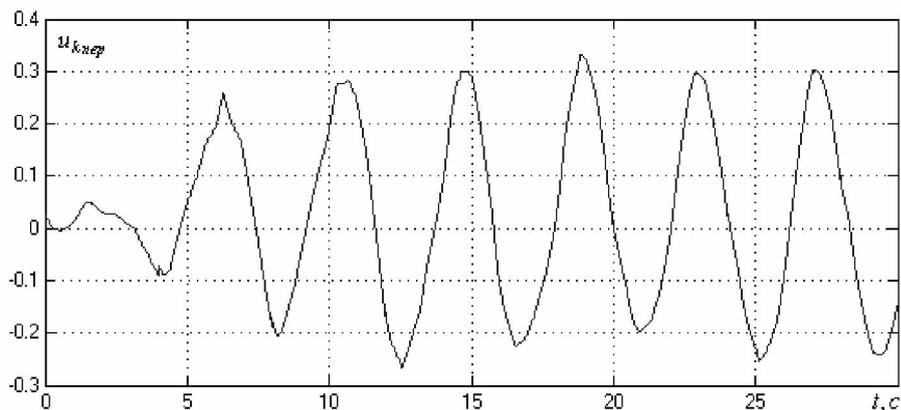


Рис. 4. Периодическая настройка регулятора

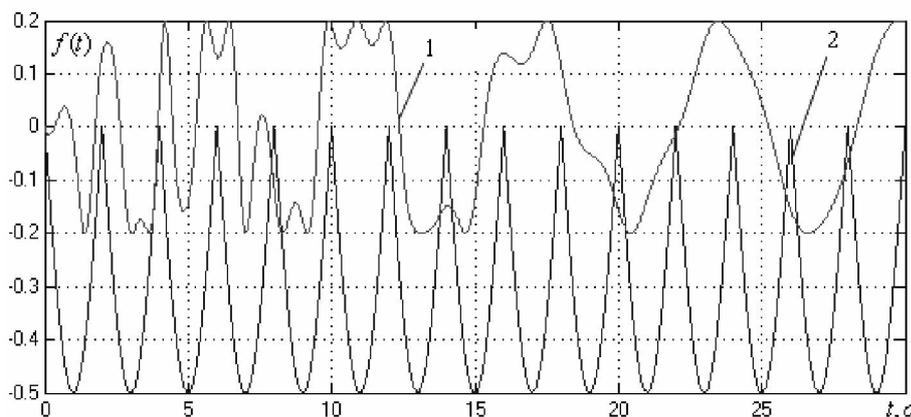


Рис. 5. Возмущение (1 – неперидическая составляющая; 2 – периодическая составляющая)

Заклучение

Дано решение задачи построения гибридной системы управления периодическими режимами априорно неопределенного нелинейно-нестационарного объекта с запаздыванием по состоянию, подверженного действию постоянных внешних возмущений. С помощью критерия гиперустойчивости и метода непрерывных моделей получены дискретные алгоритмы робастно-периодического регулятора, применение которых обеспечивает эффективное функционирование системы.

Библиографические ссылки

1. Закс В. С. Об одной возможности повышения точности регулирования в следящих системах циклического действия // Автоматика и телемеханика. 1981. № 1.



2. *Shinji Hara, Yutaka Yamamoto, Tohru Omara, Micho Nakato.* Repetitive Control System: A New Type Servo System for Periodic Exogenous Signals // IEEE Transactions on automatic control. 1988. Vol. 33. N 7.
3. *Luis T. Aguilar, Igor Boiko, Leonid Fridman, Rafael Iriarte.* Generating Self-Excited Oscillations via Two-Relay Controller // IEEE Transactions on automatic control. 2009. Vol. 54. N 2.
4. *Zhen Zhang, Andrea Serrani.* Adaptive Robust Output Regulation of Uncertain Linear Periodic Systems // IEEE Transactions on automatic control. 2009. Vol. 54. N 2.
5. *Stefan Almer, Ulf Johanson.* Dynamic Phasor Analysis of Periodic Systems // IEEE Transactions on automatic control. 2009. Vol. 54. N 8.
6. *Ramon Costa-Castello, Danwei Wang, Rodert Grino.* A Passive Repetitive Controller for Discrete-Time Finite-Frequency Positive-Real Systems // IEEE Transactions on automatic control. 2009. Vol. 54. N 4.
7. *Деревицкий Д. П., Фрадков А. Л.* Прикладная теория дискретных адаптивных систем управления. М., 1981.
8. *Еремин Е. Л., Теличенко Д. А.* Адаптивное и робастное управление объектами в теплоэнергетике. Благовещенск, 2009.
9. *Еремин Е. Л.* Нелинейные преобразования алгоритмов прямого адаптивного управления непрерывными объектами: автореф. дис. ... д-ра техн. наук. Владивосток, 1994.
10. *Еремин Е. Л., Кван Н. В., Семичевская Н. П.* Робастное управление нелинейным объектом со стационарным наблюдателем и быстродействующей эталонной моделью // Информатика и системы управления. 2008. № 4(18).
11. *Галаган Т. А., Еремин Е. Л., Семичевская Н. П.* Нелинейное робастное управление нестационарными объектами. Благовещенск, 2006.
12. *Еремин Е. Л., Теличенко Д. А., Шеленок Е. А.* Комбинированные алгоритмы системы робастно-периодического управления нелинейным объектом с запаздыванием // Информатика и системы управления. 2009. № 3(21).
13. *Лебянов Б. Н., Теличенко Д. А., Шеленок Е. А.* Комбинированная система управления априорно неопределенным нелинейным объектом с запаздыванием по состоянию // Информатика и системы управления. 2010. № 1(23).