



УДК 681.511.4

© *Е. Л. Еремин, С. С. Охотников, Д. А. Теличенко, 2010*

РОБАСТНАЯ СИСТЕМА СО СТАЦИОНАРНЫМ НАБЛЮДАТЕЛЕМ И БЫСТРОДЕЙСТВУЮЩЕЙ ЭТАЛОННОЙ МОДЕЛЬЮ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ОБЪЕКТОВ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ ПО УПРАВЛЕНИЮ

Еремин Е. Л. – д-р техн. наук, проф. проректор по научной работе и информатизации, тел.: +7(4212) 22-44-19, e-mail: egeminel@mail.ru (ТОГУ); *Охотников С. С.* – ст. преп. кафедры «Информационные и управляющие системы», тел.: +7 (4162) 39-45-04, e-mail: ovs@amursu.ru; *Теличенко Д. А.* – канд. техн. наук, доц. кафедры «Автоматизация производственных процессов и электротехника», тел.: +7 (4162) 39-46-32, e-mail: telichenko@yandex.ru (АМГУ)

Рассматривается задача слежения выхода нестационарного нелинейного параметрически неопределенного объекта с запаздыванием по управлению за эталонным сигналом. Использован критерий гиперустойчивости В. М. Попова, синтезирован робастный закон управления, явный вид которого содержит только известные оценки неизвестных параметров.

The paper deals with the problem of master/slave output tracking for scalar uncertain nonlinear parametric time-delayed plant. V.M. Popov's hyperstability criterion is used; explicit form of the synthesized robust control contains the only known estimates of unknown parameters.

Ключевые слова: запаздывание по управлению, робастная система управления, параметрически неопределенный объект управления, критерий гиперустойчивости В. М. Попова, упредитель-компенсатор.

Введение

С прикладной точки зрения, наиболее важными требованиями, предъявляемыми к системе управления объектом с последствием, являются робастность (грубость) к неопределенности и возмущениям параметров объекта управления, а также обеспечение в системе переходных процессов, близких к апериодическим [1]. Для целей практической реализации также желателен невысокий порядок системы и минимальное количество настраиваемых параметров [2].

Одним из способов синтеза таких систем является использование критерия гиперустойчивости В. М. Попова [3], быстродействующей явно-неявной эталонной модели [4] и упредителя-компенсатора [5].

Постановка задачи

Рассматривается нестационарный нелинейный объект управления, динамика которого описывается уравнениями

$$\begin{aligned} \frac{dx(t)}{dt} &= A(t, x(t))x(t) + b(t)u(t-h) + f(t), \quad y(t) = L^T x(t), \\ u(\tau) &= \varphi(\tau), \quad \tau \in [-h, 0], \quad x(0) = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где $x(t) \in R^n$ – вектор состояния; $u(t-h), y(t)$ – скалярные вход и выход объекта; $L^T = [1, 0, \dots, 0]$ – вектор выхода размерности n ; вектор ограниченного возмущения $f(t) = [0, \dots, 0, \tilde{f}_n(t)]$; $h > 0$ – известное запаздывание, $\varphi(t) \in C_h$ – начальная функция; C_h – пространство ограниченных непрерывных функций.

Предполагается, что нестационарные и нелинейные части математического описания объекта (1) представимы в виде

$$A(t, x(t)) = A_m + b_m \tilde{\alpha}^T(t, x(t)), \quad b(t) = b_m(1 + \tilde{\beta}(t)), \quad (2)$$

где $A_m \in R^{n \times n}$ – известная гурвицева матрица, $b_m = [0, \dots, 0, 1]^T$ – вектор размерности n .

Векторная $\tilde{\alpha}^T(t, x(t))$ и скалярные $\tilde{f}_n(t), \tilde{\beta}(t)$ функции ограничены: $|\tilde{\alpha}_i(t, x(t))| \leq \alpha_{0i}, i = 1, \dots, n$; $\alpha_0^T = [\alpha_{01}, \dots, \alpha_{0n}]$, и $|\tilde{f}_n(t)| < f_0, |\tilde{\beta}(t)| < \beta_0$.

Полагаются известными строго положительные величины $h, \alpha_{0i}, i = 1, \dots, n, \beta_0$ и f_0 .

Решается задача слежения выхода объекта управления (1) за скалярным эталонным сигналом $z_m(t)$, заданным следующим уравнением:

$$\frac{dz_m(t)}{dt} = -a_0 z_m(t) + a_0 r(t). \quad (3)$$

Здесь $r(t)$ – ограниченное скалярное задающее воздействие $|r(t)| < r_0$, где r_0 известно; величина $a_0 \geq 1/h$ определяет желательную длительность переходных процессов в замкнутой системе.

Для компенсации запаздывания используется упредитель-компенсатор вида [5]:

$$\frac{dz_k(t)}{dt} = -a_0 z_k(t) + a_0 (u(t) - u(t-h)), \quad (4)$$

где $z_k(t)$ – скалярный выход.

Цель управления формулируется аналогично [6] относительно измеряемых выходов объекта (1), эталона (3) и компенсатора (4):

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |z_m(t) - y(t) - z_k(t)| \leq \delta^2 = const, \quad (5)$$

где δ^2 достаточно мала.



Для реализации целевого условия (5) требуется найти закон управления $u(t)$, явный вид которого определяется только известными в постановке задачи числовыми значениями h , α_{0i} , $i=1, \dots, n$, β_0 и f_0 , r_0 , a_0 .

Синтез системы управления

В соответствии с методикой [7] синтез закона управления на основе критерия гиперустойчивости проводится в четыре этапа.

Первый этап синтеза. Получим эквивалентное описание модели, выделив линейную стационарную и нелинейную нестационарную части замкнутой системы управления.

Запишем эквивалентное представление уравнений (3) и (4) в виде систем полного порядка:

$$\frac{dx_m(t)}{dt} = A_m x_m(t) + b_m r(t), \quad z_m(t) = g^T x_m(t), \quad (6)$$

$$\frac{dx_k(t)}{dt} = A_m x_k(t) + b_m (u(t) - u(t-h)), \quad z_k(t) = g^T x_k(t), \quad (7)$$

где $x_m(t)$ и $x_k(t)$ – соответственно векторы состояния эталона и компенсатора. Гурвицева матрица A_m и вектор g^T задаются в соответствии с (2) таким образом, чтобы для передаточной функции эталонной модели

$$W_m(s) = \frac{g^T (sE - A_m)^+ b_m}{\det(sE - A_m)} = \frac{a_0 (s + a_0)^{n-1}}{(s + a_0)^n} = \frac{a_0}{s + a_0}, \quad (8)$$

где s – комплексная частота, $(\cdot)^+$ – обозначает присоединенную матрицу.

Запишем уравнения для ошибки слежения $\varepsilon(t) = x_m(t) - x(t) - x_k(t)$:

$$\begin{aligned} \frac{d\varepsilon(t)}{dt} &= A_m \varepsilon(t) + b_m \mu(t), \\ \mu(t) &= r(t) - u(t) - f(t) - \tilde{\alpha}^T(t, x(t))x(t) - \tilde{\beta}(t)u(t-h), \\ \nu(t) &= g^T (x_m(t) - y(t) - x_k(t)), \end{aligned} \quad (9)$$

где $\mu(t)$ и $\nu(t)$ – скалярные обобщенные управление и выход.

Для восстановления не измеряемого вектора состояния объекта управления по его выходу, аналогично [10], воспользуемся стационарным наблюдателем полного порядка вида:

$$\frac{dx_H(t)}{dt} = A_* x_H(t) + b_m u(t) + Ny(t), \quad y_H(t) = L^T x_H(t), \quad \bar{y}_H(t) = g^T \bar{x}(t), \quad (10)$$

где $\bar{x}_H(t)$ – измеряемый вектор состояния наблюдателя, нормированный для согласования коэффициентов усиления передаточных функций эталонной модели и наблюдателя на нулевой частоте, величиной $K = -g^T A_*^{-1} N$; $\bar{y}_H(t)$ – обобщенный скалярный выход наблюдателя, а вектор N выбирается таким образом, чтобы собственные значения матрицы $A_* = (A_m - NL^T)$ располага-

лись существенно левее точки $(-a_0, 0)$ на комплексной плоскости. Это обеспечивает быстрый темп стабилизации невязки между истинным и восстановленным векторами состояния и, следовательно, их асимптотическую близость. Введение контура наблюдателя (10) позволяет получить технически реализуемую систему управления и записать систему (9) в виде

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{\varepsilon}(t)}{dt} &= A_m \bar{\varepsilon}(t) + b_m \bar{\mu}(t), \\ \bar{\mu}(t) &= r(t) - u(t) - f(t) - \tilde{\alpha}^T(t, x(t)) \bar{x}_H(t) - \tilde{\beta}(t) u(t-h), \\ \bar{v}(t) &= g^T \bar{\varepsilon}(t) = g^T (x_m(t) - \bar{x}_H(t) - x_k(t)), \end{aligned} \quad (11)$$

где $\bar{\mu}(t)$ – модифицированное управление, $\bar{v}(t)$ – обобщенный выход.

Второй этап синтеза. Покажем выполнимость условия строгой положительной определенности линейной стационарной части системы (11). В силу последнего равенства (8) данные условия выполнимы.

Третий этап синтеза. Докажем выполнимость для нелинейной нестационарной части системы (9) интегрального неравенства В. М. Попова (ИНП):

$$\eta(0, t) = -\int_0^t \bar{\mu}(s) \bar{v}(s) ds \geq -\gamma^2 = const, \quad \forall t > 0. \quad (12)$$

С учетом явного вида выражения $\bar{\mu}(t)$ в соответствии с (9), обозначив для краткости $\xi \equiv \bar{v}(t)$, запишем модифицированное ИНП вида

$$\begin{aligned} \mathcal{H}(0, t) &= -\int_0^t [Q_1(\xi)r(s) - Q_2(\xi)u(s) - Q_3(\xi)\tilde{f}(s) - \\ &- Q_4(\xi)\tilde{\alpha}^T(s, x(s))\bar{x}_H(s) - Q_5(\xi)\tilde{\beta}(s)u(s-h)] \xi ds \geq -\gamma^2, \end{aligned} \quad (13)$$

где $Q_i(\xi)$ – произвольные положительно либо неотрицательно определенные функции своего аргумента, причем во втором случае $Q_i(\xi) = 0$ тогда и только тогда, когда $\xi = 0$, $i = 1, \dots, 5$.

В работе [9] показано, что из выполнения видоизмененного такими весовыми функциями ИНП (13) следует выполнение оценки (12).

Положим $Q_1(\xi) \equiv Q_3(\xi) \equiv Q_4(\xi) \equiv Q_5(\xi) \equiv |\xi|$, $Q_2(\xi) \equiv 1$ и запишем (13) в виде

$$\begin{aligned} \mathcal{H}(0, t) &= -\int_0^t [r(s)|\xi|\xi \pm r_0|\xi|^2 - u(s)\xi - \tilde{f}(s)|\xi|\xi \pm f_0|\xi|^2 - \\ &- \tilde{\alpha}^T(s, x(s))\bar{x}_H(s)|\xi|\xi \pm \alpha_0^T|\bar{x}_H(s)||\xi|^2 - \tilde{\beta}(s)u(s-h)|\xi|\xi \pm b_0|u(s-h)||\xi|^2] ds. \end{aligned} \quad (14)$$

Опустив комбинации слагаемых, дающих неотрицательные величины, получим оценку

$$\mathcal{H}(0, t) \geq -\int_0^t [-u(s) + \xi(r_0 + f_0 + \alpha_0^T|\bar{x}_H(s)| + b_0|u(s-h)|)] \xi ds. \quad (15)$$



Приравняв к нулю выражение в квадратных скобках уравнения (15), получим, с одной стороны, выполнения условия (13) и (12), а с другой – явный вид закона управления

$$u(t) = (z_m(t) - y(t) - z_k(t))(r_0 + f_0 + \alpha_0^T |\bar{x}_H(t)| + b_0 |u(t-h)|), \quad (16)$$

содержащий только известные и измеряемые величины.

Четвертый этап синтеза. Покажем выполнимость целевого условия (5). Так как полученный закон управления обеспечивает выполнимость ИНП (12), а линейная стационарная часть эквивалентной системы (11), с учетом (8), устойчива, то исходная замкнутая система (1)–(4), (16) гиперустойчива, и для нее выполнимо условие (5). Что и требовалось показать.

Иллюстративный пример

В качестве примера сравним функционирование полученного закона управления с рассмотренной в работе [8] системой адаптивного управления. Модель неустойчивого, параметрически неопределенного объекта взята из этой же работы. Для адаптивной системы параметры объекта управления стационарны. Числовые значения соответствующих (1) и (2) матриц и векторов приведены ниже.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & -9 & 0,2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 7,5 \end{pmatrix}, \quad L^T = (1 \ 0 \ 0). \quad (17)$$

Для проверки работоспособности робастного закона управления (16) взят тот же объект, однако его параметры содержат следующие ограниченные возмущения:

$$A(t, x(t)) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 + \tilde{\alpha}_1(t, x(t)) & -9 + \tilde{\alpha}_2(t) & 0,2 + \tilde{\alpha}_3(t) \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 7,5 + \tilde{\beta}(t) \end{pmatrix}, \quad (18)$$

$$\tilde{\alpha}_1(t, x(t)) = 2 \sin(t/70) + 0,5 \sin^2 x_1(t), \quad \tilde{\alpha}_2(t) = 4 \sin(t/80), \quad \tilde{\alpha}_3(t) = 0,1 \sin(t/90), \\ \tilde{\beta}(t) = \sin(t/60).$$

И в первой, и во второй системах управления значения числовых параметров эталонной модели, упредителя и наблюдателя взяты из работы [8]:

$$A_m = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -125000 & -7500 & -150 \end{pmatrix}, \quad b_m = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad G^T = (2500 \ 100 \ 1), \\ N^T = (1350 \ 540000 \ 33750000).$$

В ходе имитационного моделирования сравнивалось поведение двух систем управления при различных значениях запаздывания $0,6 \geq h \geq 1$ и амплитуды внешнего возмущения $0,25 \geq f_0 \geq 1,6$. Задающее воздействие в обоих случаях было определено как $r(t) = \sin 0,01t$.

Результаты моделирования представлены на рис. 1–4. Регулируемый выход объекта показан сплошной линией, эталонный сигнал и внешнее возмущение – соответственно точечной и пунктирной линиями.

Поведение адаптивной и робастной систем управления для $h = 0,6$ и $f_0 = 0,25$ представлены соответственно на рис. 1 и 2.

Очевидно, робастная система в этих условиях показывает сравнимое с адаптивной качество слежения за эталонным сигналом, не смотря на то, что объект управления (18) существенно сложнее исходного (17).

Рис. 3, демонстрирующий динамику робастной системы при максимальных значениях $h = 1$ и $f_0 = 1,6$, показывает, что, несмотря на большую, до 10 % ошибку слежения, полученная система остается работоспособной в условиях неизвестных нелинейных параметрических возмущений неустойчивого объекта и сравнимого по амплитуде не измеряемого внешнего возмущения с задающим воздействием.

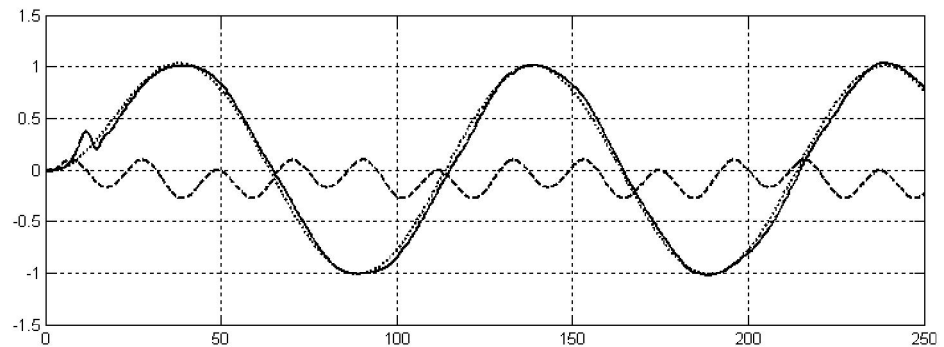


Рис. 1. Адаптивное управление стационарным объектом при $h = 0,6$ и $f_0 = 0,25$

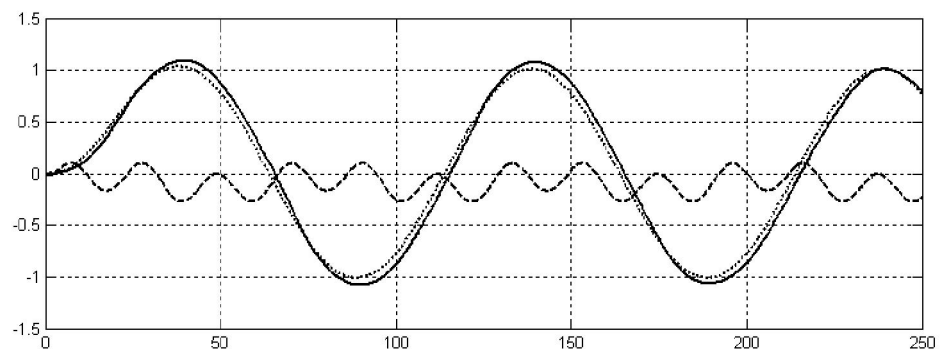


Рис. 2. Робастное управление нестационарным нелинейным объектом при $h = 0,6$ и $f_0 = 0,25$

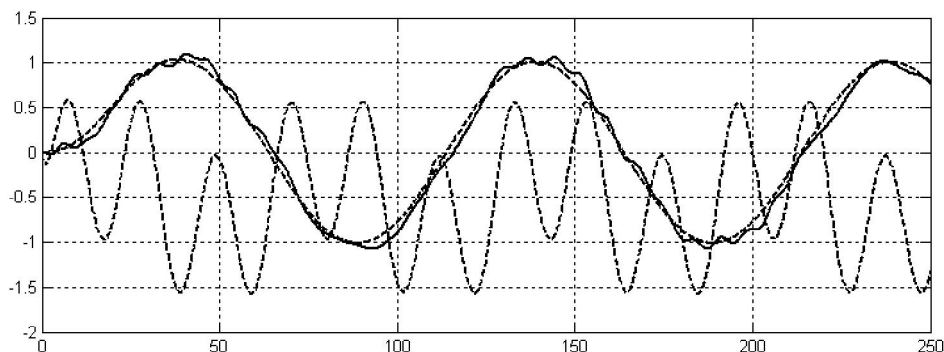


Рис. 3. Робастное управление нестационарным нелинейным объектом при $h = 1$ и $f_0 = 1,6$

Рассматривая поведение системы адаптивного управления соответствующим стационарным объектом (17) при наличии нестационарных помех, вполне очевидно (рис. 4), что адаптивная система не только не справляется с заданной задачей управления, но и вообще теряет устойчивость.

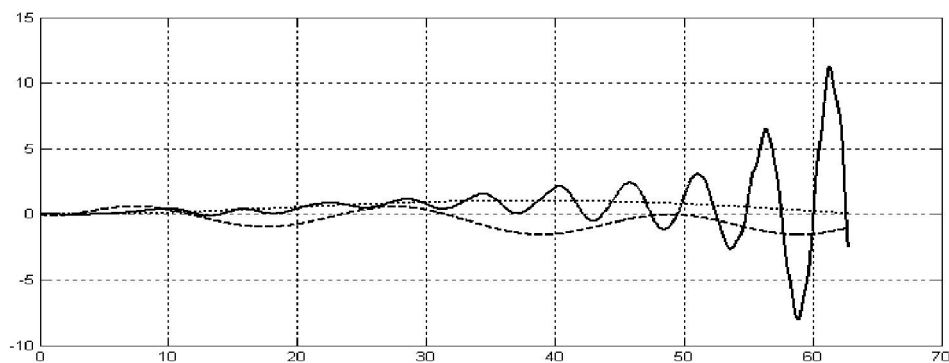


Рис. 4. Адаптивное управление стационарным объектом при $h = 1$ и $f_0 = 1,6$

Заключение

На основе критерия гиперустойчивости В. М. Попова синтезирован робастный закон управления априорно неопределенным объектом с относительным порядком передаточной функции, равным n . Параметрическая неопределенность объекта нестационарна и нелинейна. Внешнее возмущающее воздействие неизвестно.

При синтезе системы управления были использованы: быстродействующая явно-неявная эталонная модель минимальной структурной сложности, упредитель-компенсатор, стационарный наблюдатель полного порядка.

Численное моделирование показало, что, в сравнении с аналогичной системой адаптивного управления неопределенным стационарным объектом,

полученная система управления работоспособна при достаточно больших величинах запаздывания и нестационарных внешних возмущениях.

К достоинствам полученной системы управления следует отнести невысокий порядок и отсутствие настраиваемых параметров. Недостатком является отсутствие теоретической оценки δ^2 в зависимости от степени неопределенности параметров объекта управления и внешнего возмущающего воздействия. В этой связи для реализации полученного закона управления на практике необходим этап имитационного моделирования, позволяющий сделать оценку данной величины.

Работа выполнена в рамках АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы (2009–2010 г.)», проект 2.1.2/373.

Библиографические ссылки

1. Курдюков А. П., Тимин В. Н. Синтез робастного $H\text{-inf}$ регулятора для управления энергетической котельной установкой // Управление большими системами. 2009. Вып. 25.
2. Еремин Е. Л., Теличенко Д. А. Адаптивное и робастное управление в теплоэнергетике. Благовещенск, 2009.
3. Попов В. М. Гиперустойчивость автоматических систем. М., 1970.
4. Еремин Е. Л., Кван Н. В., Семичевская Н. П. Робастное управление нелинейным объектом со стационарным наблюдателем и быстродействующей эталонной моделью // Информатика и системы управления. 2008. № 4(18).
5. Еремин Е. Л., Теличенко Д. А., Чепак Л. В. Адаптивная периодическая система для объекта с запаздыванием по управлению // Информатика и системы управления. 2008. № 1(15).
6. Еремин Е. Л., Теличенко Д. А., Чепак Л. В. Синтез адаптивных систем для скалярных объектов с запаздыванием по управлению. Благовещенск, 2006.
7. Еремин Е. Л. Гиперустойчивость системы управления нелинейным объектом с запаздыванием // Автоматизация технологических процессов. Фрунзе, 1987.
8. Еремин Е. Л., Теличенко Д. А. Адаптивная система управления с эталонным упредителем и стационарным наблюдателем для SISO-объектов с запаздыванием по управлению // Информатика и системы управления. 2007. № 1(13).
9. Галаган Т. А., Еремин Е. Л., Семичевская Н. П. Нелинейное робастное управление нестационарными объектами. Благовещенск, 2006.
10. Лебянов Б. Н., Теличенко Д. А., Шеленок Е. А. Комбинированная система управления априорно неопределенным объектом с запаздыванием по состоянию // Информатика и системы управления. 2010. № 1(23).