



УДК 621.941–229.01

© В. И. Кулик, 2009

## ФОРМА ОБРАБОТАННОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПРИ ОБРАБОТКЕ НА СТАНКАХ ТАНГЕНЦИАЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ

Кулик В. И. – канд. тех. наук, доц. кафедры «Компьютерное проектирование и сертификация машин» (ТОГУ), тел. (4212) 37-52-59

При обработке тел вращения по схемам тангенциального резания невозможно получить идеальную цилиндрическую поверхность детали. Форма поверхности в сечении, перпендикулярном к оси детали, имеет вид многоугольника. Стороны многоугольника могут быть как выпуклыми, так и вогнутыми и являются участками циклических кривых – траекториями вершин (точек лезвия) зубьев инструмента в теле заготовки. Пересечения траекторий соседних зубьев инструмента образуют на поверхности детали гребешок  $h$  – отклонение от идеальной окружности детали. В статье показаны условия, при которых эту особенность тангенциального резания можно использовать для получения многогранных деталей.

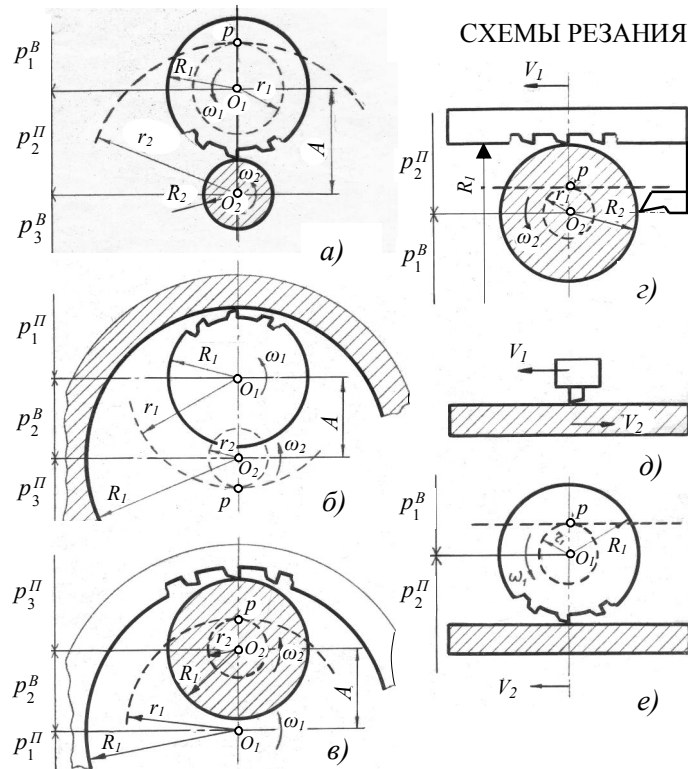
In machining bodies of rotation with tangential cutting it is impossible to obtain an ideal cylindrical surface of a component. The form of the surface in section perpendicular to the component's axis looks like a polygon. The sides of the polygon can be both convex and concave and are sites of cyclic curves – trajectories of tops (points of an edge) cutters of the tool within a preform. Crossings of trajectories of the neighboring tool's teeth form on the surface of a component a comb  $h$  – a deviation from an ideal circle of the component. In this paper conditions at which this feature of tangential cutting can be used for realizing many-sided components are shown.

*Ключевые слова:* форма обработанной поверхности, схемы тангенциального резания, инструмент, деталь, траектория резания, кинематическая погрешность.

**Общая часть.** Анализ схем станков, процесс обработки на которых осуществляется в результате двух вращательных движений или любых сочетаний вращательного и поступательного [1, 2, 3, 4] (рис. 1), показывает, что они обладают одним общим свойством – вектора скорости и подачи при прохождении линии центров лежат на одной прямой, перпендикулярной к этой осевой центральной линии, что позволяет применить единую методику для их исследования и дать им единое название: *схемы тангенциальной обработки*.

На рис. 1 и 2 показаны схемы резания и траектории вершины резца в теле заготовки. Символ  $p$  с нижним индексом 1, 2 или 3 указывает место расположения мгновенного центра вращения – полюс  $p$  (на межосевой линии). Верхний индекс  $\Pi$  или  $B$  при полюсе  $p$  означает вид обработки *попутный* или *встречный*.

На рис. 1  $A$  – межцентровое расстояние,  $R_1$  и  $R_2$  – радиус инструмента и детали,  $r_1$  и  $r_2$  – радиусы центроид (показаны пунктирными линиями) инструмента и детали,  $\omega_1$  и  $\omega_2$  – угловые скорости инструмента и детали, а стрелка показывает направление вращения,  $V_i$  – скорость резания на межцентральной линии.



$a$	$b$	$v$	$z$	$e$	ТРАЕКТОРИЯ ВЕРШИНЫ РЕЗЦА	
				$p_1^B$ $p_2^\Pi$	ЦИКЛОИДА	удлиненная укороченная $r_1 < R_1$ $r_1 > R_1$
$p_2^\Pi$	$p_2^B$	$p_2^B$			ЭПИЦИКЛОИДА	удлиненная укороченная $r_1 < R_1$ $r_1 > R_1$
$p_1^B$	$p_1^\Pi$				ГИПОЦИКЛОИДА	удлиненная укороченная $r_1 < R_1$ $r_1 > R_1$
$p_3^\Pi$	$p_3^\Pi$	$p_1^\Pi$ $p_3^\Pi$			ПЕРИЦИКЛОИДА	удлиненная укороченная $r_1 < R_1$ $r_1 > R_1$
		$p_1^B$ $p_2^\Pi$			ЭВОЛЬВЕНТА	удлиненная укороченная $r_2 > R_2$ $r_2 < R_2$
					спираль Архимеда	$r_1 = \infty$ ; $\infty > R_2 \geq 0$



При перекачивании без скольжения окружности по прямой или по другой окружности траектории точек, связанных с катящейся окружностью, образуют циклические кривые (циклоида, гипоциклоида, пероциклоида), как укороченные, так и удлиненные. При перекачивании прямой по окружности точки прямой образуют эвольвенты. Эти кривые и их частные случаи, известные под самостоятельными названиями (спираль Архимеда, эллипс, окружность, улитка Паскаля, кардиоида, астроида и др.), являются траекториями точки рабочего лезвия инструмента. Созданные на основе схем (рис. 1), станки охватывают как обработку деталей резанием, так и без снятия стружки.

При обработке тел вращения по рассматриваемым схемам (рис. 1) часто невозможно получить идеальную цилиндрическую поверхность, т. к. на поверхности детали образуются гребешки  $h$ , см. рис. 2, а, б, в. Форму сечения, перпендикулярного к оси детали, можно представить в виде многоугольника. Стороны многоугольника могут быть как выпуклыми, так и вогнутыми, и являются участками циклических кривых – траекториями вершин (точек лезвия) зубьев инструмента в теле заготовки. Пересечения траекторий соседних зубьев инструмента образуют на поверхности детали гребешок  $h$  – отклонение от идеальной окружности детали. В общем случае число гребешков на детали может быть: 0, 1, 2, 3 ... При  $\omega_1 = 0$  гребешки отсутствуют.

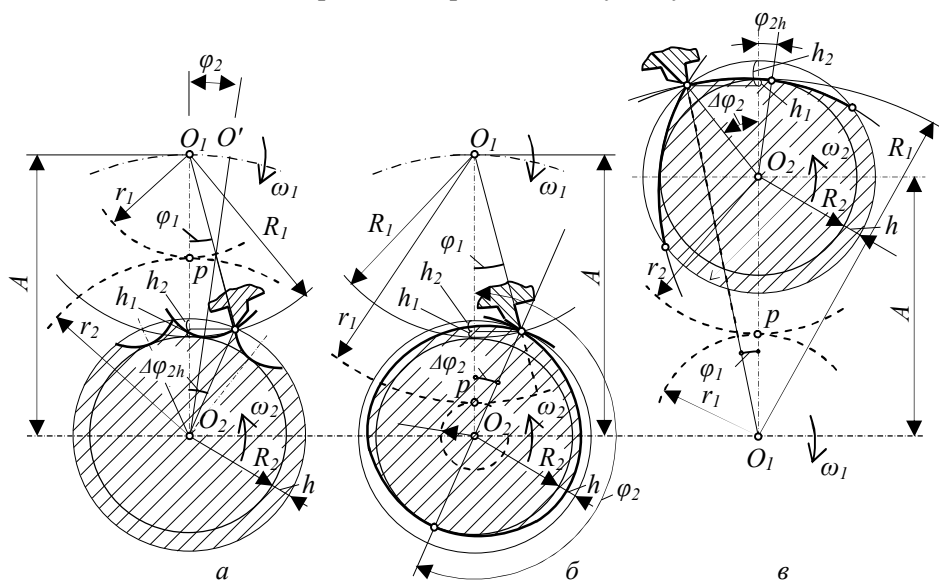


Рис. 2. Примеры образования гребешков  $h$  при обработке на станках с тангенциальной подачей:

а – рис. 1 а, полюс  $p_2^H$  – попутное фрезерование; б – рис. 1 а, полюс  $p_2^H$  – попутное точение; в – рис. 1 в, полюс  $p_2^B$  – встречное строгание

В дальнейшем мы покажем условия для образования на поверхности детали любого числа гребешков, т. е условия получения  $N$ -гранной детали. Рассмотрим подробнее форму обработанной поверхности при точении.

**Основная часть.** Как известно (см. рис. 3), при попутном точении весь припуск снимается одним резцом за несколько оборотов детали. Однако формирование поверхности детали происходит на последнем обороте детали за угол поворота инструмента, равный  $\varphi_{1\varphi} = 2\varphi_{1h}$ . (1)

При попутном точении в сечении, перпендикулярном оси заготовки, имеем укороченную эпициклоиду (рис. 3, 4), которая описывает вокруг заготовки петлю, образуя на поверхности детали один гребешок  $h$ . Будем считать, что в сечении деталь имеет форму «одноугольника».

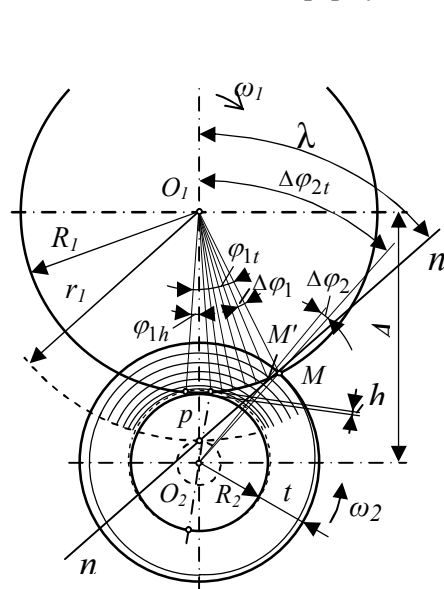


Рис. 3. Снятие припуска при попутном точении

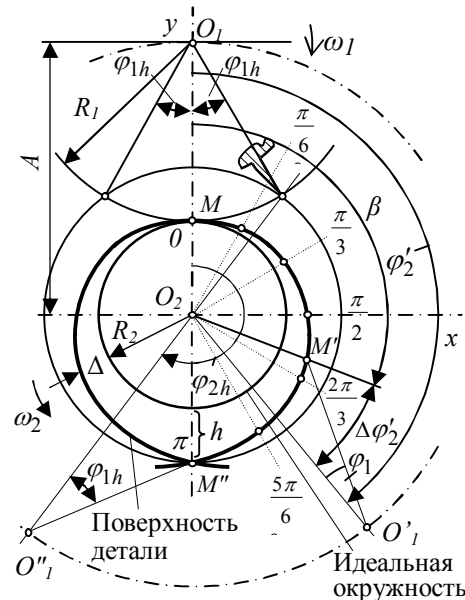


Рис. 4. Формирование поверхности детали в конце резания попутным точением

Согласно рис. 3, 4, текущий радиус траектории вершины резца имеет выражение:  $O_2M' = \rho' = \sqrt{A^2 + R_1^2 - 2AR_1 \cos \varphi_1}$ , (2)

где  $\varphi_1 = \frac{r_2}{r_1} (\beta + \Delta\varphi_2')$ ;  $0 \leq \beta \leq \pi$ .

Отклонение от окружности выразится следующим образом:

$$\Delta = \rho' - R_2 = \sqrt{A^2 + R_1^2 - 2AR_1 \cos \frac{r_2}{r_1} (\beta + \Delta\varphi_2')} - R_2. \quad (3)$$

Величина  $\Delta\varphi_2'$  определяется по формуле:

$$\Delta\varphi_2' = \arcsin \frac{R_1 \sin \frac{r_2}{r_1} (\beta + \Delta\varphi_2')}{\sqrt{A^2 + R_1^2 - 2AR_1 \cos \frac{r_2}{r_1} (\beta + \Delta\varphi_2')}}. \quad (4)$$

На рис. 4 показана форма сечения детали, обработанной попутным точением. Отклонения от идеальной окружности детали даны в увеличенном



масштабе, а в таблице 1 показаны отклонения формы сечения детали от идеальной окружности для схемы резания по рис. 1 а при обработке детали при различных режимах резания.

Таблица 1

Заданная величина кинематической погрешности $h$ (рис. 4) и соответствующие ей радиусы центроид		Для схемы рис. 1 а (в мм): $A = 260$ ; $R_1 = 229,38$ ; $R_2 = 30,62$						
		Величина $\Delta$ на соответствующем луче (рис. 4)						
		1	2	3	4	5	6	7
		0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\pi$
1	$h = 0,002$ $r_1 = 259,8819$ ; $r_2 = 0,1181$	0	0,00006	0,00022	0,0005	0,00089	0,00139	0,002
2	$h = 0,02$ $r_1 = 259,6294$ ; $r_2 = 0,3706$	0	0,00055	0,00222	0,0050	0,00889	0,01389	0,020
3	$h = 0,05$ $r_1 = 259,4181$ ; $r_2 = 0,5819$	0	0,00139	0,00555	0,1250	0,02222	0,0347	0,050
4	$h = 0,1$ $r_1 = 259,1831$ ; $r_2 = 0,8169$	0	0,00278	0,1112	0,0250	0,04444	0,0694	0,100

Итак, при точении поверхность детали есть «одногранник», а в сечении – «одноугольник». Причем формообразование поверхности детали осуществляется одним зубом инструмента. Чтобы последующие резцы многозубого инструмента при дальнейшем взаимном вращении инструмента и детали не искажали полученную поверхность обработки, необходимо, чтобы они повторяли одну и ту же траекторию. Чтобы каждый последующий резец касался детали в одной и той же точке, должно быть выполнено следующее условие: инструмент поворачивается на 1 зуб, а деталь делает полный оборот, т. е.

$r_2 \cdot 2\pi = r_1 \cdot \varphi_{1Z}$ . Откуда  $\frac{r_2}{r_1} \cdot \varphi_{1Z} = 2\pi$ . Однако деталь может успеть сделать не 1, а 2, 3, 4 и т. д. полных оборота, пока инструмент повернется на угол между зубьями –  $\varphi_{1Z}$ . Тогда условие для нарезания «одногранной» поверхности детали в общем виде будет:

$$\varphi_{2Z} = \frac{r_1}{r_2} \cdot \varphi_{1Z} = 2\pi \frac{n}{N} = 2\pi n, \quad (5)$$

где  $n = 1, 2, 3 \dots$ ;  $N = 1$ .













В таблице 2 даны формулы для обработки  $N$ -гранных деталей, которые позволяют обнаружить определенную закономерность. Например, при обработке  $N$ -гранной поверхности детали, где  $N$  – целое число, можно предложить следующую формулу:  $\varphi_{2Z} = \frac{r_1}{r_2} \cdot \varphi_{1Z} = 2\pi \frac{n}{N}$ .

$$(6)$$

Здесь  $N = 1, 2, 3, 5, 7, 11 \dots$  и т. д. простые числа, выражающие число граней детали;  $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6 \dots$  натуральный ряд чисел, за исключением тех чисел натурального ряда, которые делятся на число  $N$ -граней, образующихся на детали. Можно написать также формулу для определения угла между зубьями инструмента  $\varphi_{1Z}$  при нарезании любого числа граней на детали:

$$\varphi_{1Z} = \frac{r_2}{r_1} \cdot 2\pi \frac{1}{N}. \quad (7)$$

Таблица 2

Число граней на детали $N$	Угол между зубьями	$n$ – числа натурального ряда, $\varphi_{2Z}$ – угол поворота детали, соответствующий углу инструмента – $\varphi_{1Z}$
1	2	3
1 	$\varphi_{1Z} = \frac{r_2}{r_1} \cdot 2\pi \frac{n}{1}$	$n$ 1 2 3 4 ... $\varphi_{2Z}$ $2\pi$ $4\pi$ $6\pi$ $8\pi$ ...
2 	$\varphi_{1Z} = \frac{r_2}{r_1} \cdot 2\pi \frac{2n-1}{2}$	$n$ 1 2 3 4 ... $\varphi_{2Z}$ $\pi$ $3\pi$ $5\pi$ $7\pi$ ...
3 		
4 	$\varphi_{1Z} = \frac{r_2}{r_1} \cdot 2\pi \frac{2n-1}{4}$	$n$ 1 2 3 4 5 ... $\varphi_{2Z}$ $\frac{\pi}{2}$ $\frac{3\pi}{2}$ $\frac{5\pi}{2}$ $\frac{7\pi}{2}$ $\frac{9\pi}{2}$ ...
5 	$\varphi_{1Z} = \frac{r_2}{r_1} \cdot 2\pi \frac{n}{5}$	
6 		
7 	$\varphi_{1Z} = \frac{r_2}{r_1} \cdot 2\pi \frac{n}{7}$	$n$ 1 2 3 4 5 6 – 8 9 ... $\varphi_{2Z}$ $\frac{2\pi}{7}$ $\frac{4\pi}{7}$ $\frac{6\pi}{7}$ $\frac{8\pi}{7}$ $\frac{10\pi}{7}$ $\frac{12\pi}{7}$ $\frac{16\pi}{7}$ ...
8 		$n$ 1 2 3 4 5 6 7 8 9 ... $\varphi_{2Z}$ $\frac{\pi}{4}$ $\frac{3\pi}{4}$ $\frac{5\pi}{4}$ $\frac{7\pi}{4}$ $\frac{9\pi}{4}$ $\frac{11\pi}{4}$ $\frac{13\pi}{4}$ $\frac{15\pi}{4}$ ...
9 	$\varphi_{1Z} = \frac{r_2}{r_1} \cdot 2\pi \frac{n}{9}$	$n$ 1 2 – 4 5 – 7 ... $\varphi_{2Z}$ $\frac{2\pi}{9}$ $\frac{4\pi}{9}$ – $\frac{8\pi}{9}$ $\frac{10\pi}{9}$ – $\frac{14\pi}{9}$ ...
10 		$n$ 1 2 – 4 5 6 7 – 9 ... $\varphi_{2Z}$ $\frac{\pi}{5}$ $\frac{3\pi}{5}$ – $\frac{7\pi}{5}$ $\frac{9\pi}{5}$ $\frac{11\pi}{5}$ $\frac{13\pi}{5}$ – $\frac{17\pi}{5}$ ...
11 	$\varphi_{1Z} = \frac{r_2}{r_1} \cdot 2\pi \frac{n}{11}$	$n$ 1 2 3 4 5 6 7 8 9 ... $\varphi_{2Z}$ $\frac{2\pi}{11}$ $\frac{4\pi}{11}$ $\frac{6\pi}{11}$ $\frac{8\pi}{11}$ $\frac{10\pi}{11}$ $\frac{12\pi}{11}$ $\frac{14\pi}{11}$ $\frac{16\pi}{11}$ ...
12 	$\varphi_{1Z} = \frac{r_2}{r_1} \cdot 2\pi \frac{2n-1}{12}$	



Здесь принято  $n = 1$ , поэтому формула (7) позволяет определить лишь один из возможных углов между зубьями инструмента, который может оказаться, например, недопустимо мал (по конструктивным соображениям). Для определения других возможных значений угла  $\varphi_{1Z}$  необходимо в формулу поставить  $n$  большего значения, см. табл. 2.

На рис. 5 в табличной форме при условии  $n = 1$  даны формулы, связывающие число граней  $N$ , получающихся на детали, с другими параметрами схемы резания. На рис. 5 прямая линия  $O_1O_2$ , проведенная через центры инструмента и детали, разделена на участки 1-2-3-4, и для каждого участка сгруппированы соответствующие формулы.

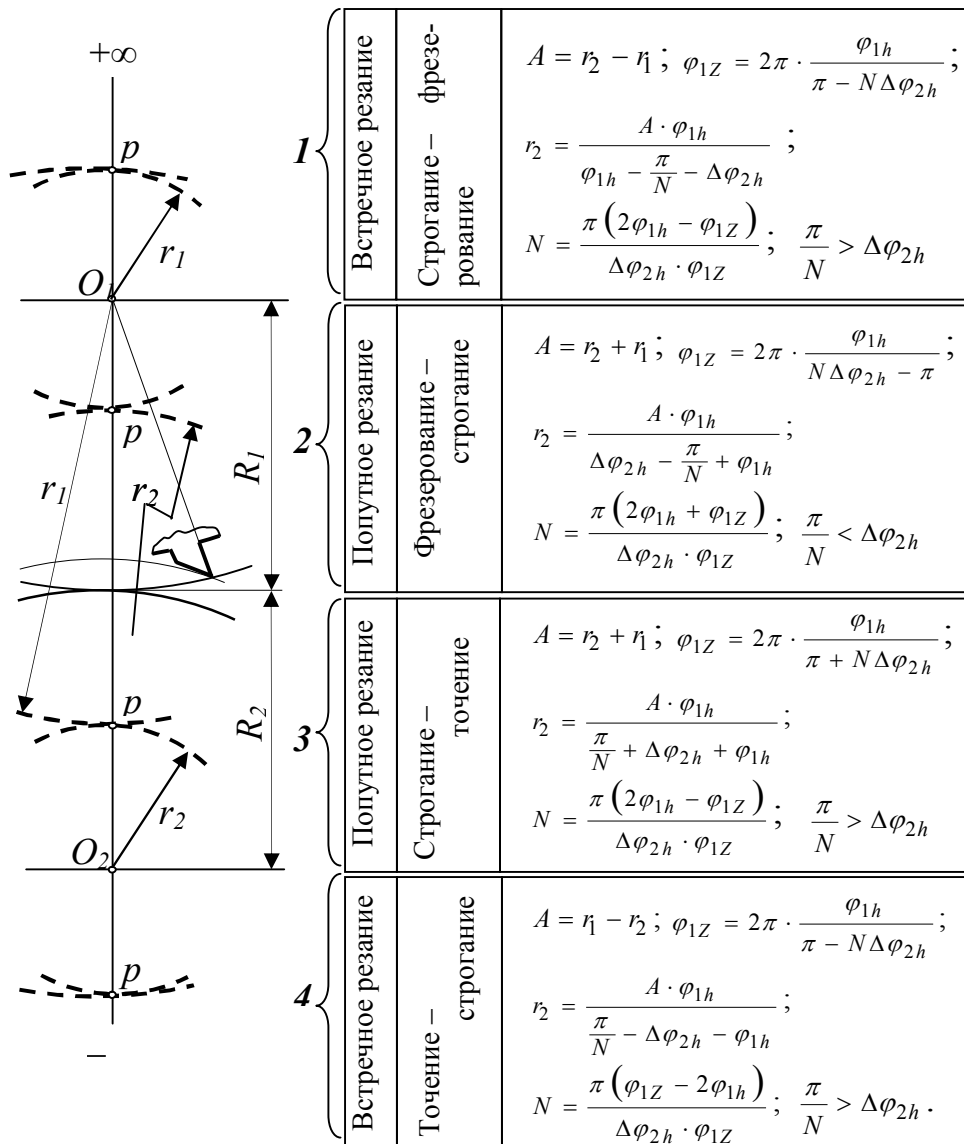


Рис. 5. Режимы обработки по схеме рис. 1 а и выражения центроид

Воспользовавшись рис. 6 и 7, покажем, как определяются формулы-условия нарезания  $N$ -гранной детали методом «попутного строгания». Из рис. 7 следует:

$r_1\varphi_{1h} = r_2\varphi_{2h}$ . Так как  $\varphi_{2h} = \frac{\varphi_{2Z}}{2} + \Delta\varphi_{2h} = \frac{\pi}{N} + \Delta\varphi_{2h}$ , и, учитывая, что в данном

случае  $N = \frac{2\pi}{\varphi_{2Z}}$ , запишем:  $r_1\varphi_{1h} = r_2 \left( \frac{\pi}{N} + \Delta\varphi_{2h} \right)$  или  $\frac{r_1}{r_2} = \frac{\frac{\pi}{N} + \Delta\varphi_{2h}}{\varphi_{1h}}$ .

$$\text{Решая систему уравнений} \begin{cases} r_1 = \frac{\pi}{N} + \Delta\varphi_{2h} \\ r_2 = \varphi_{1h} \\ r_1 + r_2 = A \end{cases}, \quad (8)$$

находим: 
$$r_2 = \frac{A \cdot \varphi_{1h}}{\frac{\pi}{N} + \Delta\varphi_{2h} \cdot \varphi_{1h}}. \quad (9)$$

Поступая аналогичным образом, можно дать выражения для определения радиусов центровид для всех возможных режимов резания для схем, показанных на рис. 1. Для некоторых режимов обработки по схеме рис. 1 а эти выражения приведены на рис. 5.

В выражении (9) неизвестны три величины:  $N$  – число граней детали;  $\varphi_{1h}$  и  $\Delta\varphi_{2h}$  – углы в треугольнике, вершинами которого являются центры инструмента  $O_1$ , детали  $O_2$  и вершина гребешка  $h$ , а сторонами – величины  $R_1$ ,  $(R_2+h)$  и  $A$ . Эти углы определяются по формулам (2 б и 7, см. [4]) и (4 б, см. [5]), где вместо  $t$  надо подставить  $h$ .

Таким образом, задавшись величиной кинематической погрешности  $h$ , можно найти углы  $\Delta\varphi_{2h}$  и  $\varphi_{1h}$ . Затем, задавшись величиной  $N$ , можно определить  $r_1$  и  $r_2$  и другие параметры обработки для выбранной схемы резания.

В результате, можно обработать деталь с любым числом граней (гребешков) с одним и тем же размером  $h$ .

Если принято  $N = 1$  и при этом условия определены режимы обработки, то резание осуществляется точением. При этом снятие всего припуска и формирование поверхности осуществляется одним резцом, см. рис. 3, 4.

Если  $N = 2, 3, 4, 5$  и т. д., то мы из области точения «уходим» в область строгания или фрезерования, когда снятие припуска и формирование поверхности осуществляется несколькими резцами, см. рис. 6, 7.

Задаввшись числом  $N$  гребешков на детали, определяем угол  $\varphi_{1Z}$  между зубьями на инструменте. Например, для попутной обработки (зона 3, рис. 5) запишем:

$$\frac{\varphi_{2h}}{\varphi_{1h}} = \frac{\frac{\pi}{N} + \Delta\varphi_{2h}}{\varphi_{1h}} = \frac{2\pi}{N} \cdot \frac{1}{\varphi_{1Z}} = \frac{\varphi_{2Z}}{\varphi_{1Z}}, \text{ откуда } \varphi_{1Z} = \frac{2\pi \cdot \varphi_{1h}}{\pi + N \cdot \Delta\varphi_{2h}}. \quad (10)$$

Задаввшись  $\frac{2\pi}{\varphi_{1Z}} = Z$  – числом зубьев инструмента, находим  $Z = \frac{\pi + N \cdot \Delta\varphi_{2h}}{\varphi_{1h}}. \quad (11)$





Напротив, задавшись величиной угла между зубьями на инструменте, находим число граней, которое получится на детали  $N = \frac{\pi(2\varphi_{1h} - \varphi_{1Z})}{\Delta\varphi_{2h} \cdot \varphi_{1Z}}$ . (12)

**Примеры.** Например, для схемы резания рис. 7 (встречная обработка, полюс  $p$  находится в зоне 4, см. рис. 5) при  $A = 56$ ,  $R_1 = 40$ ,  $R_2 = 16$ ,  $Z=24$ , задавшись погрешностью  $h = 2$ , находим:  $\Delta\varphi_{2h} = 0,25$  по формуле (33, с. 27 и 77 [6]);  $\varphi_{1h} = 0,1$  по формуле (28, с. 26 и 77 [6]);  $\varphi_{1Z} = 0,262$  по формуле (38, с. 31 [6]).

$$\text{Число граней на детали } N = \frac{\pi(\varphi_{1Z} - 2\varphi_{1h})}{\Delta\varphi_{2h} \cdot \varphi_{1Z}} = \frac{3,14(0,262 - 2 \cdot 0,1)}{0,25 \cdot 0,262} = 3.$$

$$\text{Радиусы центровид: } r_2 = \frac{A \cdot \varphi_{1h}}{\frac{\pi}{N} - \Delta\varphi_{2h} - \varphi_{1h}} = \frac{56 \cdot 0,1}{\frac{\pi}{3} - 0,25 - 0,1} = 8,$$

$$r_1 = A + r_2 = 56 + 8 = 64.$$

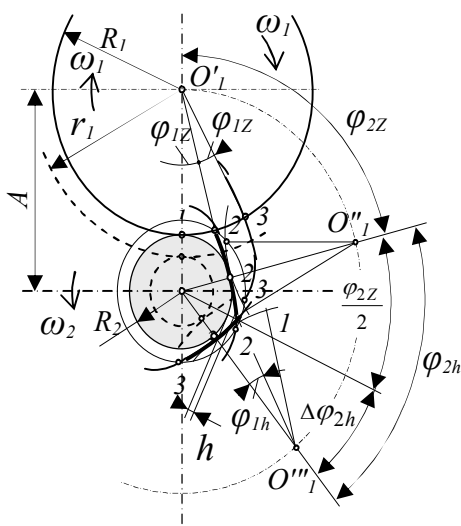


Рис. 6. Попутное резание  
(см. зона 3, рис. 5)

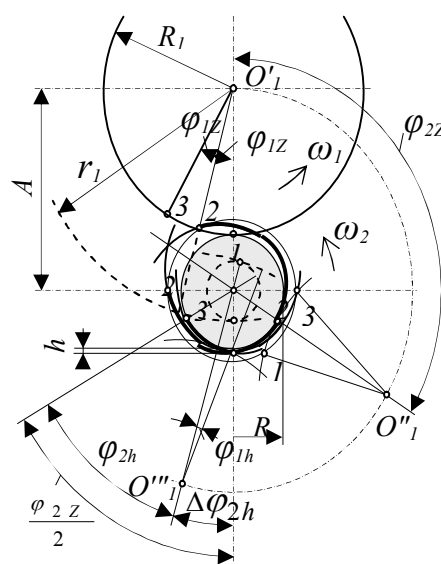


Рис. 7. Встречное резание  
(см. зона 4, рис. 5)

Отношение центровид, а, следовательно, и чисел оборотов инструмента и детали:  $\frac{r_1}{r_2} = \frac{n_2}{n_1} = 8$ . Для схемы резания по рис. 7 при  $A = 56$ ,  $R_1 = 40$ ,  $R_2 = 16$ ,  $Z = 24$ , задавшись погрешностью  $h = 3$ , находим:  $r_1 = 46,4$ ;  $r_2 = 9,6$ ;  $N = 5$ ;  $\Delta\varphi_{2h} = 0,47027$ ;  $\varphi_{1h} = 0,21693$ ;  $\varphi_{1Z} = 0,262$ ;  $(\varphi_{2Z} = \frac{2\pi}{N} = \frac{2\pi}{5} = 1,256637)$ .



Отношение центроид,  $a$ , следовательно, и чисел оборотов инструмента и детали:

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{n_2}{n_1} = 4,84.$$

Итак, задаваясь величиной кинематической погрешности  $h$ , мы определяем радиусы центроид инструмента и детали, а затем можно определить интересующие нас параметры рассматриваемой схемы резания и геометрию сечения среза. При большой величине  $h$  обработка может вестись с осевой подачей.

### Библиографические ссылки

1. Кулик В. И. О смещении максимума силы резания при тангенциальной обработке // Вестник ТОГУ. 2007. № 1 (4).
2. Кулик В. И. Особенности попутного и встречного метода резания в станках тангенциальной обработки // Вестник ТОГУ. 2008. № 1 (8).
3. Кулик В. И., Чернянский П. М. Погрешности обработки, зависящие от кинематики резания // Известия вузов. Машиностроение. 1972. № 7.
4. Кулик В. И. Углы контакта инструмента и детали при обработке с тангенциальной подачей // Сб. науч. трудов. – Хабаровск: Хабаровский политехн. ин-т, 1979.
5. Кулик В. И. Изменение (трансформация) углов резания в станках тангенциальной обработки // Вестник ТОГУ. 2009. № 2 (13).
6. Кулик В. И. Исследование кинематики и потоков мощности в станках тангенциальной обработки – М.: Изд-во МВТУ им. Н. Э. Баумана, 1973.