УДК 626.01: 627.151.12: 532.543

К ПРОБЛЕМЕ КАТЯЩИХСЯ ВОЛН

Пуляевский А. М. – д - р техн. наук, проф. кафедры «Гидравлика, водоснабжение и водоотведение», тел. (4212) 37-52-20 (ТОГУ)

Рассматривается проблема катящихся волн, возникающих при определенных условиях в потоках со свободной поверхностью. Кратко приведена история вопроса. Даны определения L- и S- устойчивости движения жидкости. Сформулированы выводы относительно условий возникновения катящихся волн, вытекающие из теоретических и экспериментальных работ. Получен общий критерий устойчивости в малом стационарного движения в призматическом русле и показана связь устойчивости по отношению к возмущениям начальных условий с устойчивостью по отношению к условиям краевым.

Rolling waves arising under certain conditions in fluxes with free surfaces are considered. The definitions for L- and S-stability of the flowing liquid are given. Conclusions concerning the conditions of rolling wave appearance, which stem from theory and experiment, are formulated. The general criterion for the stability in small of a stationary motion in a prism-like channel is deduced. The link between the stability with respect to initial condition perturbations and that between the stability with respect to boundary condition perturbations is shown.

Ключевые слова: открытые потоки, уравнение Сен-Венана, устойчивость движения, гидравлические сопротивления, катящиеся волны.

Безнапорные потоки в некоторых случаях приобретают особую форму движения, получившую название катящихся, бегущих или блуждающих волн (“roll waves” в англоязычной литературе). С появлением таких волн поток становится нестационарным и при достаточном их развитии приобретает способность оказывать существенное воздействие на одежду канала и сооружения, в нем установленных. Отдельные элементы (водобойные колодцы и стенки, перепады и т. п.) перестают работать удовлетворительно, поскольку ориентированы на взаимодействие со стационарными потоками, а повышение уровня в гребне волны может вызвать выход воды на берму канала и путевые потери расхода.

По-видимому, первое документально зафиксированное наблюдение катящихся волн относится к 1884 г., когда Г. Моу обнаружил их образование в канале с уклоном 1/9 – 1/12. В 1903 г. Т. Христен наблюдал катящиеся волны на двух ручьях. Но первое экспериментальное исследование волн было выполнено Ф. Форхгеймером, установившим, что «при шероховатой, неправильной поверхности, как в естественных диких ложах в горах, блуждающих волн не наблюдается» и «наименьший уклон дна, необходимый для образования блуждающих волн, равен 0,02» [1].

В 1925 г. Г. Джеффрис [2] опубликовал результаты своих теоретических и экспериментальных исследований, в ходе которых пришел к выводу о том, что минимальный уклон, при котором могут возникнуть катящиеся волны, составляет величину 0,01.

Известны наблюдения развития катящихся волн в бетонном натурном канале, когда высота их достигала 1,5 м, в то время как на расстоянии 120 м вверх по течению она была в два раза меньше [3]. По мнению Холмеса, волны имели клиновидную форму, причем, длина клина составляла около половины расстояния между гребнями. Толщина потока в пространстве между гребнями была настолько малой, что создавалось впечатление полностью сухого канала. Во время другого наблюдения Холмес вначале обнаружил появление в равномерном потоке коротких стоячих волн, очень похожих на песчаные или эрозивные волны. Через 20 мин было замечено образование перемещающихся волн, наибольшая высота которых была около 0,9 м.

В дальнейшем экспериментальные исследования волнообразования проводились как в бывшем Советском Союзе [4], [5], [6], [7], так и на Западе [8], [9]. Катящиеся волны наблюдались автором этой работы на быстротоках Самур-Апшеронского канала (Азербайджан) при пропуске строительных расходов в 1966–1968 гг.

Впервые принципиальная возможность катящихся волн была предсказана еще Д. Буссинеском [10]. В дальнейших теоретических работах были установлены некоторые важные для волнообразования условия [2], [11], [11, 12], [13]. Наиболее систематические исследования перехода к волновой форме движения впервые были выполнены В. В. Ведерниковым в 1945–1947 гг. [10], получившим с помощью метода характеристик на основе уравнений Сен-Венана открытого потока условия роста малых возмущений. В более поздних работах [14, 15], [16] были уточнены уравнения для открытого потока и критерии устойчивости стационарного движения.

Несмотря на привлечение к этой проблеме больших интеллектуальных ресурсов, она остается, наряду с задачей гидродинамической устойчивости и возникновением турбулентности, одной из интереснейших и сложнейших задач современной механики жидкости. При этом между этими двумя задачами есть много общего, на что указывают некоторые исследователи (см., например, [15]).

Обычно возникновение катящихся волн считают следствием потери устойчивости стационарного течения, описываемого уравнениями открытого потока типа уравнений Сен-Венана, одно из которых – динамическое уравнение, другое – уравнение неразрывности.

Введем, следуя проф. Н. А. Картвелишвили [15], понятия устойчивости движения, вытекающей из устойчивости решений дифференциальных уравнений (см., например, [17]). Пусть движение некоторой динамической системы описывается функциональным уравнением

$$\mathrm{W}\,(\mathbf{u}, \mathbf{r}, t) = 0, \tag{1}$$

в котором W – функциональный векторный оператор; **u** – вектор неизвестных функций; **r** – вектор пространственных координат; t – время.

В случае движения жидкости **u** – вектор действительных (или усредненных в случае турбулентного режима) компонентов скорости и давления.

Пусть $\| \mathbf{u} \|$ – норма вектора **u**, введенная каким-либо способом; $\mathbf{u}^*(\mathbf{r}, t)$ – решение системы (1) невозмущенного движения; $\mathrm{u}^{**}(\mathbf{r}, t)$ – решение системы (1) возмущенного движения.

Если из неравенства

$$\| \mathbf{u}^{**}(\mathbf{r}, t_0) - \mathbf{u}^*(\mathbf{r}, t_0) \| < \delta \tag{2}$$

для всех $t > t_0$ и для всех **r** в области определения решений системы (1) вытекает неравенство

$$\| \mathbf{u}^{**}(\mathbf{r}, t) - \mathbf{u}^*(\mathbf{r}, t) \| < \varepsilon, \tag{3}$$

где ε и $\delta(\varepsilon)$ – положительные числа, система устойчива в смысле Ляпунова. Если выполнено условие (2) и

$$\lim_{t \to \infty} \| \mathbf{u}^{**}(\mathbf{r}, t) - \mathbf{u}^*(\mathbf{r}, t) \| = 0, \tag{4}$$

система асимптотически устойчива в смысле Ляпунова. В дальнейшем для краткости устойчивость в смысле Ляпунова, следуя Н. А. Картвелишвили, будем называть L-устойчивостью.

Другой вид устойчивости, S-устойчивость, вводится следующим образом. Пусть условие

$$\| \mathbf{u}^{**}(\mathbf{r}, t) - \mathbf{u}^*(\mathbf{r}, t) \| = \max \mathbf{r} \tag{5}$$

определяет функцию $t == \theta(\mathbf{r})$ или семейство таких функций. Если для каждой функции этого семейства можно указать ограниченную положительную функцию $f(\mathbf{r})$ такую, что из неравенств

$$\| \mathbf{u}^{**}(\mathbf{r}, t_0) - \mathbf{u}^{*}(\mathbf{r}, t_0) \| < f(\mathbf{r}), \tag{6}$$

$$t_0 < \theta(\mathbf{r}') < \theta(\mathbf{r}'') \tag{7}$$

следует, что в некоторой подобласти области определения решений системы (1) выполняется неравенство

$$\|\mathbf{u}^{**}[(\mathbf{r}'', \theta(\mathbf{r}'')] - \mathbf{u}^{*}[(\mathbf{r}'', \theta(\mathbf{r}'')]\| < \|\mathbf{u}^{**}[(\mathbf{r}', \theta(\mathbf{r}')] - \mathbf{u}^{*}[(\mathbf{r}', \theta(\mathbf{r}')]\|, \tag{8}$$

то система устойчива в этой подобласти в S–смысле, т. е. обладает S-устойчивостью.

Если открытый поток движется без образования катящихся волн, то он устойчив в L-смысле асимптотически. Если катящиеся волны наблюдаются, математически это может означать либо обычную (неасимптотическую) L-устойчивость, если катящиеся волны, достигнув определенной амплитуды, дальше не увеличивают ее, либо неустойчивость, если высота волн при перемещении вдоль канала неограниченно растет. Для гидротехники важно, чтобы поток оставался безволновым, т. е. был устойчивым «в малом», иначе говоря, сохранял устойчивость по отношению к случайным малым возмущениям. Отсюда следует, что наличие асимптотической L-устойчивости есть необходимое и достаточное условие безволнового движения жидкости в открытом канале. С другой стороны, невыполнение условия асимптотической L-устойчивости не означает наступление волнообразного движения, обязательно опасного для гидросооружений, т. к. волны ограниченной небольшой амплитуды не могут существенно повлиять на их работоспособность. При оценке возможности волнообразования необходимо учитывать еще и то, что причиной его могут быть возмущения конечной величины, создаваемые, например, неравномерностью подачи расхода в канал, значительные нерегулярности поперечного сечения канала на начальном участке, ондуляции, порождаемые первичными волнами другой природы, и т. д. Очевидно, что из L-устойчивости линейной системы в малом вытекает L-устойчивость системы в большом, т. е. по отношению к конечным возмущениям [18], [19]. Но дело осложняется тем, что все уравнения гидродинамики являются нелинейными, а на устойчивость в малом исследуются линеаризованные уравнения. При этом вопрос о влиянии линеаризации (отбрасывания нелинейных членов, учитывающих искривление свободной поверхности и кривизну линий тока, изменение закона гидравлических сопротивлений и т. д.) на общий критерий устойчивости движения открытого потока в общем случае остается открытым. Еще одно допущение, которое приходится вводить при исследовании устойчивости движения открытого потока, выражается в замене фактического трехмерного движения на одномерную модель, хотя это частично связано с предыдущим. Трехмерность движения обеспечивается поперечной циркуляцией жидкости, наличие которой создает линии тока осредненных скоростей в стационарном течении в виде спиралей, а не прямых линий.

После основополагающих работ В. В. Ведерникова интерес к проблеме катящихся волн вновь существенно оживился, результатом чего стало появление целого ряда цитированных выше теоретических [8, 9, 11–16] и экспериментальных [4–7] работ, причем полный список публикаций по этому вопросу гораздо обширнее приведенного. Анализ результатов этих исследований, а также собственных работ автора [20–24] приводит к следующим выводам.

1. Самопроизвольный переход стационарного открытого потока к волнообразной форме в виде катящихся волн есть проявление некоего общего принципа саморегулирования движения жидкости, который может выражаться также в смене режима движения, возникновении поперечной циркуляции (вторичных течений), стоячих волн, аэрации, переходе безнапорного потока из бурного состояния в спокойное и обратно и т. д.

2. Катящиеся волны возникают как при ламинарном, так и при турбулентном режимах движения, в том числе и в слабо турбулизированных потоках.. Поэтому уточнения исходных уравнений открытого потока за счет учета влияния внутренней энергии турбулентности с целью получения более точных критериев устойчивости принципиального значения не имеют.

3. Трехмерные течения наиболее устойчивы по отношению к малым возмущениям начальных условий в сравнении с двумерными и, тем более, с одномерными течениями. При этом неважно, какими причинами создается пространственность течения – поперечным сечением канала (треугольным, параболическим, круговым при наполнениях, меньших его радиуса, составным сечением) или нерегулярностью шероховатости по смоченному периметру.

4. Существующие теоретические критерии волнообразования представляют собой фактически критерий неустойчивости «в малом» стационарного потока, а поэтому дают только необходимые условия образования волн. Условие достаточности должно еще дополнительно учитывать возможность роста возмущений, при котором закономерности гидравлических сопротивлений могут отличаться от тех, которые присущи стационарному движению.

5. При прочих равных условиях склонность к волнообразованию выше в глад-

ких каналах.

6. В связи с тем, что гидравлические сопротивления являются одним из определяющих факторов устойчивости движения, развитие катящихся волн, в свою очередь, может влиять на закономерности сопротивлений.

7. Теоретические критерии волнообразования являются избыточно жесткими, т. е. они предсказывают волнообразное движение, в то время как на самом деле движение остается безволновым.

8. Расчетный критерий устойчивости предъявляет высокие требования к точности формул сопротивления в открытых руслах.

9. Течение более устойчиво в сужающемся и менее устойчиво в расширяющемся каналах по сравнению с призматическим каналом, что совпадает с поведением гидродинамической устойчивости течения в пограничном слое. Поэтому, в частности, развитие катящихся волн должно быть связано с особенностями процессов, происходящих в пограничном слое открытого потока.

10. Катящиеся волны в каналах разомкнутых форм сечения возникают, как правило, в бурных потоках (число Фруда Fr > 1); в каналах замкнутых сечений волновое движение может возникать и в спокойных потоках (при числах Fr < 1).

11. Неустойчивость открытого потока может реализовываться в виде прямых волн повышения или прямых волн понижения..

12. Общий критерий устойчивости движения весьма чувствителен к типу формы поперечного сечения канала, распластанности потока, а также к локальным нерегулярностям на стенках канала, что может способствовать волнообразованию или предотвращать его.

Для подтверждения последнего положения приведем вывод общего критерия устойчивости в малом движения равномерного открытого потока в призматическом русле. В качестве исходных принимаем уравнения открытого плавно изменяющегося неаэрированного потока

$$\begin{cases} \dfrac{1}{B}F'\cos\theta + \dfrac{\beta}{g}\upsilon\upsilon' + \dfrac{1}{g}\dot{\upsilon} = i - I, \\ Q' + \dot{F} = 0, \end{cases} \tag{9}$$

где $Q = \upsilon F$ – расход потока; F – площадь живого сечения; υ – средняя скорость; $i = sin\,\theta$ – уклон канала; θ – угол наклона дна канала к горизонту; B – ширина потока поверху; I – гидравлический уклон; β – коэффициент количества движения (коэффициент Буссинеска); g – ускорение свободного падения.

Штрих означает дифференцирование по переменной x, точка сверху – дифференцирование по времени t. Ось x направлена в сторону понижения дна канала.

Следуя С. А. Христиановичу [25] и В. В. Ведерникову [10] , в уравнениях (9) перейдем к новым переменным по формулам преобразования

$$\upsilon = \upsilon^{*}(F,t), x = x*(F,t), \tag{10}$$

в результате чего будем иметь

$$\dot{\upsilon} = \dot{\upsilon}^{*} - \omega \frac{(\partial \upsilon^{*} / \partial F)}{\partial x / \partial F};$$

$$\upsilon' = \frac{(\partial \upsilon^{*} / \partial F)}{\partial x / \partial F}; \tag{11}$$

$$F' = \left(\frac{\partial x}{\partial F} \right)^{-1}.$$

Знак «звездочка» означает принадлежность постоянной глубине. Тогда $dF / dt = 0$ и, поскольку $dF / dt = \dot{F} + F'\dot{x}*$, получим

$$\omega = -\dot{F} / F', \tag{12}$$

где $\omega = \dot{x}^{*}$ – быстрота волны, т. е. скорость распространения постоянной глубины.

Второе уравнение системы (9) (уравнение неразрывности), исключая вершину и подошву волны, для которых $F' = 0$, можно записать в виде:

$$\omega = \upsilon + F(\partial \upsilon / \partial F)$$

или

$$\partial \upsilon^{*} / \partial F = (\omega - \upsilon) / F, \tag{13}$$

т. к. $$\partial \upsilon^{*} / \partial F \equiv \partial \upsilon / \partial F.$$

Тогда динамическое уравнение системы (9) можно привести к виду

$$(1/B)\cos\theta - (\beta / g)(\omega - \upsilon)^{2} / F + (1/g)\dot{\upsilon}^{*}(\partial x / \partial F) = (i - I)\partial x / \partial F. \tag{14}$$

Дифференцируя его по F, выражая производную $(\partial \omega / \partial F)_0$, с учетом условий на фронте волны, нарушающей равномерное установившееся движение

$$\upsilon = \upsilon_0;\ B = B_0;\ R = R_0;\ F = F_0;\ i = I;\ \omega = \omega_0;$$

$$\beta = \beta_0; \partial F / \partial t = 0; d\upsilon / dt = \partial \upsilon^{*} / \partial t = \partial^{2} \upsilon^{*} / \partial t \partial F = 0, \tag{15}$$

где индекс «ноль» относит все величины к равномерному движению, получим:

$$(\partial\omega/\partial F)_0 = (3/2)(\omega_0 - \upsilon_0)/F_0 - gF_0(dB/dF)_0\cos\theta/[2\beta_0 B_0^2(\omega_0-\upsilon_0)] -$$
$$-(\omega_0-\upsilon_0)(\partial\beta/\partial F)_0/2\beta_0 + gF_0(\partial I/\partial F)_0(\partial x/\partial F)_0/[2\beta_0(\omega_0-\upsilon_0)]\,. \qquad (16)$$

Представляя уклон трения по формуле равномерного движения (R – гидравлический радиус)

$$I = \lambda\upsilon^2/(8gR), \qquad (17)$$

будем иметь

$$\partial I/\partial F = \upsilon/8gR[2\lambda(\omega-\upsilon)/F + \upsilon(\partial\lambda/\partial R - \lambda/R)(\partial R/\partial F)]. \qquad (18)$$

Кроме того,

$$\partial R/\partial F = (\partial/\partial F)(F/\chi) = [1 - R(\partial\chi/\partial F)]/\chi = M/\chi\,, \qquad (19)$$

$$\partial\beta/\partial F = (\partial\beta/\partial\lambda)(\partial\lambda/\partial R)(\partial R/\partial F) = (M/\chi)(\partial\beta/\partial\lambda)(\partial\lambda/\partial R), \qquad (20)$$

где χ – смоченный периметр.

Уравнение (16) с учетом (18) – (20) перепишется в виде:

$$(\partial\omega/\partial F)_0 = (3/2)(\omega_0-\upsilon_0)/F_0 - gF_0(dB/dF)_0\cos\theta/[2\beta_0(\omega_0-\upsilon_0)B_0] -$$
$$-(\omega_0-\upsilon_0)(\partial\beta/\partial\lambda)_0(\partial\lambda/\partial R)_0(M_0/\chi_0)/2\beta_0 + \begin{bmatrix} F_0\upsilon_0(\partial x/\partial F)_0/ \\ 16\beta_0(\omega_0-\upsilon_0) \end{bmatrix} \qquad (21)$$
$$\{2\beta_0(\omega_0-\upsilon_0)/F_0 + \upsilon_0[(\partial\lambda/\partial R)_0 - \partial\lambda_0/\partial R_0](M_0/\chi_0)\}.$$

Из уравнения (14) можно получить формулу для быстроты волны ω_0 на фронте с равномерным установившимся потоком, для которого выполнены условия (15):

$$\omega_0 = \upsilon_0 \pm \sqrt{(gF_0/\beta_0 B_0)\cos\theta}\,. \qquad (22)$$

Знак перед радикалом зависит от типа волны: «плюс» относится к прямой волне, «минус» – к обратной.

Подставив формулу (22) в (21), получим:

$$(\partial\omega/\partial F) = \pm(3/2)\sqrt{g\cos\theta/\beta_0 B_0 F_0}\,[N_0 - M_0 R_0(\partial\beta/\partial\lambda)_0(\partial\lambda/\partial R_0/3\beta_0] +$$
$$+ gi(\partial x/\partial F)_0/\beta_0\upsilon_0\{1 - M_0\upsilon_0/[\pm 2\sqrt{(gF_0/\beta_0 B_0)\cos\theta}]\,[(R_0/\lambda_0)(\partial\lambda/\partial R)_0 - 1]\}\,, \qquad (23)$$

где через N обозначено

$$N = 1 - (1/3)(F/B)(dB/dF)\,. \qquad (24)$$

Из уравнения (14), при условиях $i - J = 0$ и $\dot{\upsilon}^* = 0$, скорость W точки фронта волны на любой высоте её профиля

$$W = \upsilon \pm \sqrt{(gF/\beta B)\cos\theta}\,. \qquad (25)$$

Дифференцируя, получим

$$(\partial W / \partial F) = \pm \frac{3}{2} \sqrt{g \cos \big/ (\beta B F)} \left[N - (MR / 3\beta)(\partial \beta / \partial \lambda)(\partial \lambda / \partial R) \right]. \quad (26)$$

Тогда уравнение (15) можно записать так:

$$(\partial \omega / \partial F)_0 = (\partial W / \partial F)_0 + E_0 (\partial x / \partial F)_0 , \quad (27)$$

где

$$E = (gi / \beta_0 \upsilon_0) \left\{ 1 + M_0 \upsilon_0 / \left[\pm 2\sqrt{(gF_0 / \beta_0 B_0) \cos\theta} \right] \left[(R_0 / \lambda_0)(\partial \lambda / \partial R)_0 - 1 \right] \right\} \quad (28)$$

С помощью соотношений

$$(\partial \omega / \partial F) \lesseqqgtr (\partial W / \partial F) \quad (29)$$

решается вопрос о трансформации волны. Если выполняется верхнее неравенство, малое возмущение в виде волны повышения при перемещении вдоль потока будет затухать, если нижнее – будет расти. Поэтому в первом случае течение будет L-устойчиво асимптотически, волнообразование невозможно, во втором случае – течение либо L-устойчиво, когда катящиеся волны, достигнув определенной высоты, дальше движутся без ее увеличения, либо неустойчиво, когда высота волн при перемещении вдоль канала неограниченно растет. При равенстве левой и правой частей неравенства (29) течение также будет устойчивым, т. к. возмущение хотя и не затухает, но и не растет. Таким образом, неравенство (29) способно привести лишь к необходимому и достаточному условию устойчивости течения в малом. Это и понятно, поскольку соотношение (29) получено из уже линеаризованных уравнений открытого потока.

С учетом направления изменения глубины в волнах повышения и понижения для прямой волны повышения условие распластывания или неизменности возмущения (устойчивости движения) будет

$$(\partial \omega / \partial F) - (\partial W / \partial F) \le 0 , \quad (30)$$

условие роста (неустойчивости движения) –

$$(\partial \omega / \partial F) - (\partial W / \partial F) > 0 . \quad (31)$$

Для прямых волн понижения в неравенствах (30) и (31) знаки изменяются на противоположные.

Отсюда и из (28) для прямых волн повышения $(\partial F / \partial x < 0)$ и прямых волн понижения $(\partial F / \partial x < 0)$, условие устойчивости оказывается одинаковым и может быть представлено в виде

$$E_0 \ge 0 . \quad (32)$$

Обратный знак дает условие неустойчивости (роста волн).

Поэтому критерий устойчивости движения может быть записан в виде:

$$1+\left[M_0\upsilon_0/2\sqrt{(gF_0/\beta_0B_0)\cos\theta}\right]\left[(R_0/\lambda_0)(\partial\lambda/\partial R)_0-1\right]\geq 0 \quad , \qquad (33)$$

откуда

$$1\text{-}\,(R_0/\lambda_0)(\partial\lambda/\partial R)_0 \quad\leq\quad \left[M_0\upsilon_0/2\sqrt{(gF_0/\beta_0B_0)\cos\theta}\right]^{-1} \qquad (34)$$

или

$$Fr_0 \leq Fr_{кр} = 4\,[M\,(1-(R/\lambda)(\partial\lambda/\partial R)]^{-2}\,(\alpha/\beta)\,\mathrm{Cos}\,\theta, \qquad (35)$$

где число Фруда представлено в виде Fr = $\alpha\upsilon^2/(gF/B)$, α – коэффициент Кориолиса.

Таким образом, устойчивость «в малом» течения в призматическом канале будет обеспечена, если число Фруда равномерного потока Fr_0 не будет больше критического числа Фруда $Fr_{кр}$, определяемого по формуле (35). В соответствии с этой же формулой, устойчивость этого типа определяется двумя основными факторами: формой сечения канала и гидравлическими сопротивлениями, что было экспериментально обнаружено в предыдущих исследованиях. Но при оценке этих влияний важно уяснить следующее.

Общий критерий (35) дает оценку устойчивости движения по отношению к малым возмущениям начальных условий и зависит не только от величины гидравлических сопротивлений, но и от интенсивности их изменений с изменением гидравлического радиуса. Поэтому расчетный критерий устойчивости, включающий конкретную формулу сопротивления, предъявляет высокие требования к ее точности, намного превышающие те, которые достаточны для расчета только пропускной способности канала. На это фактически указывал еще В. В. Ведерников [10], а экспериментально было показано в работе автора [24].

Общий критерий устойчивости (35) включает в себя еще параметр M, учитывающий форму сечения русла и равный, в соответствии с выражением (19),

$$M = 1\text{-}\,(F/\chi)(\partial\chi/\partial F). \qquad (36)$$

О влиянии формы сечения канала на устойчивость потока было известно давно и из теоретических, и экспериментальных работ. Но мимо внимания всех исследователей прошел тот очевидный факт, что по структуре параметр M является интегро-дифференциальным, т. е. он способен учитывать форму сечения в целом, так и местные, в том числе и небольшие по размерам отклонения на идеалированном профиле поперечного сечения. Причем эти малые отклонения могут приводить к большим конечным изменениям величины критического числа Фруда $Fr_{кр}$, но влиять они могут только тогда, когда находятся в зоне свободной поверхности потока. Таким образом, если на профиле канала окажутся какие-то местные нерегулярности даже небольших размеров, это может привести к существенному изменению, в том числе и в сторону увеличения, критического числа Фруда. Этим и может объясняться несовпадение наблюдаемых безволновых течений, в то время как теоретические критерии, рассчитанные для «правильных» идеализированных сечений, предсказывали движение волновое. Здесь мы имеем парадоксальный случай, когда устойчивость по отношению к возмущениям начальных условий сопрягается с влиянием возмущений краевых условий.

В заключение отметим, что наличие конечных влияний малых возмущений начальных и краевых условий на устойчивость движения дает основание классифицировать эту задачу как задачу особых возмущений [28].

Библиографические ссылки

1. *Форхеймер Ф.* Гидравлика. М., 1935.
2. *Jeffrtys H.* // Philosophical Magazine. 1925. V. 49.
3. *Holmes W. H. //* Civil Engineering. 1936. V. 6, 7.
4. *Федоров Е. П.* Результаты исследований катящихся волн на быстротоках // Тр. координационных совещаний по гидротехнике. М., 1963.
5. *Арсенишвили К. И.* Координационное совещание по гидротехнике «ГВВС – 68»: Тезисы докладов. Ч. II. Л., 1968.
6. *Гамбарян А. О., Маилян Н. Н.* // Известия АН Арм. ССР. 1958. Т.XI.
7. *Айвазян О. М.* Гидротехника и мелиорация. 1968. № 10.
8. *Priest M.S. & Baligh A.* // Transactions/ Amer. Geoph. Union. V. 35, 1. 1954.
9. *Binnie A.M.* // Journal Fluid Mechanics. 1959. V. 5.
10. *Ведерников В.В., Мастицкий Н.В., Потапов М.В.* Неустановившееся движение водного потока в открытом русле. М., 1947.
11. *Dressler R. F.* //Communications on Pure and Applied Math. V. 2, 3. 1949.
12. *Dressler R. F.* Stability of uniform flow and roll-wave formation // US Nat. Bureau of Standarts, Gravity Waves. NDS Circular 521, 1952.
13. *Iwasa Y.* The criterion for instability of steady uniform flows in open channels // Mem. Fac.
14. *Картвелишвили Н. А.* Неустановившиеся открытые потоки. Л., 1968.
15. *Картвелишвили Н. А.* Потоки в недеформируемых руслах. Л., 1973.
16. *Войнич-Сяноженцкий Т. Г.* Проблема устойчивости течения потока реальной жидкости в каналах конечной глубины // Известия ТНИСГЭИ. 1965.
17. *Эльсгольц Л. Э.* Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М., 1965.
18. *Ляпунов А. М.* Общая задача об устойчивости движения. М., 1950.

19. *Неймарк Ю. И.* О допустимости линеаризации при исследовании устойчивости // ДАН СССР. 1959. Т.127.

20. *Пуляевский А. М.* Об устойчивости установившегося равномерного течения в открытом призматическом русле // Труды координационных совещаний по гидротехнике. Л., 1969.

21. *Пуляевский А. М.* О критерии устойчивости равномерного установившегося движения в открытом призматическом русле // Сборник трудов МИСИ. М., 1969.

22. *Пуляевский А. М.* Об устойчивости равномерного установившегося движения жидкости и волновых явлениях в открытых призматических руслах // Гидродинамика (материалы совещания секции физики по гидродинамике 14-15 апреля 1970 г.) М., 1970.

23. *Пуляевский А. М.* Об устойчивости “в малом” равномерного движения в каналах замкнутого сечения // Технология и комплексная механизация лесозаготовительных работ. Хабаровск, 1973.

24. *Пуляевский А. М.* Об экспериментальной проверке критериев устойчивости равномерного установившегося движения в открытом канале // Известия ВУЗов. Строительство и архитектура. 1984. № 6.

25. *Христианович С. А.* Неустановившееся движение в каналах и реках. Некоторые новые вопросы механики сплошной среды. М., 1938.

26. *Powell R. W.* Proceedings ASCE, 1944. V. 70. № 10б.

27. *Пуляевский А. М.* Экспериментальные исследования гидравлического сопротивления в технически гладком открытом канале // Сборник трудов МИСИ. 1969. № 67

28. *Ван-Дайк М*. Методы возмущений в механике жидкости. М., 1967.