



УДК 539.3

© А. А. Лукашевич, 2008

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПОШАГОВОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ С ОДНОСТОРОННИМИ СВЯЗЯМИ И ТРЕНИЕМ КУЛОНА

Лукашевич А. А. – канд. техн. наук, доц. кафедры «Механика деформируемого твердого тела», тел. (4212) 22-43-40, e-mail: aaluk@bk.ru (ТОГУ)

Предлагается численный подход к решению задач с односторонними связями и трением Кулона, в основе которого лежит пошаговое моделирование контактного взаимодействия с использованием контактных конечных элементов рамного типа. Изложенный алгоритм применен для расчета реального сооружения.

A numerical approach is proposed to the solution of problems with unilateral constraints and Coulomb's friction, behind which is a step-by-step modeling of the contact interaction with the use of frame-type finite contact elements. The algorithm proposed is applied for the calculation of a real structure.

Ключевые слова: контактная задача, односторонние связи, трение, конечные элементы, пошаговое моделирование, контакт, отрыв, сцепление, проскальзывание.

При рассмотрении контактного взаимодействия сооружений с дискретными опорами или с основанием часто возникают задачи, где, наряду с односторонними связями, требуется учитывать трение между контактирующими поверхностями. Возможность выполнения расчетов с учетом отрыва и проскальзывания на контакте позволяет точнее оценивать НДС рассчитываемого объекта и, таким образом, принимать более верное проектировочное решение. Разработке численных алгоритмов, позволяющих решать контактные задачи при наличии односторонних связей с трением, и посвящена настоящая работа.

Для моделирования контактных условий здесь предлагается использовать контактные конечные элементы (ККЭ) в виде стержневой системы (плоской рамы) [1]. ККЭ вводятся на участках контакта между поверхностями соприкасающихся тел, тем самым дискретизируя некоторый очень тонкий слой псевдосреды – фиктивный или имеющий место в реальных условиях между контактирующими поверхностями. Этот контактный слой деформиру-

ется вместе с взаимодействующими телами и, благодаря особым нелинейным свойствам, учитываемым посредством пошагового численного моделирования, может удовлетворять необходимым условиям контакта.

На рис. 1 представлены некоторые контактные элементы из семейства рамных ККЭ, совместимые с обычными, в частности треугольными конечными элементами двумерных задач, и предназначенные для моделирования контактного взаимодействия как сплошных, так и дискретных деформируемых систем.

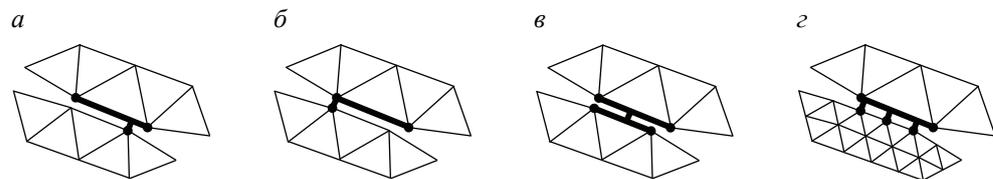


Рис. 1. Семейство рамных контактных конечных элементов

Например, Т и Г-образные рамные ККЭ (рис. 1, а, б) обеспечивают контакт между стороной конечного элемента одной граничной поверхности и узлом другой (тип реализуемого контакта «поверхность–узел»). Н-образный ККЭ (рис. 1, в) реализует контакт типа «поверхность–поверхность». Укрупненный контактный элемент (рис. 1, г), построенный на базе простых ККЭ, обеспечивает контакт между конечным элементом одной граничной поверхности и несколькими узлами противоположной.

Стержни рамных ККЭ могут иметь, в общем случае, нелинейные характеристики продольной и поперечной жесткости, в основе которых принята кусочно-линейная аппроксимация закона упругости. При использовании таких контактных элементов нет необходимости в совпадении координат узлов контактирующих поверхностей (т. е. могут применяться несогласованные сетки), а также в согласовании нормалей к граничным поверхностям. Данные ККЭ могут быть использованы при решении статических и динамических задач, в которых реализуется контактное взаимодействие как линейно, так и нелинейно деформируемых тел.

Методика построения подобных ККЭ, а также их применение к решению задач с односторонними связями представлена в работах [1, 2]. Решение задач при наличии фрикционного взаимодействия между контактирующими телами, как при заданных, так и изменяющихся в процессе загрузки предельных силах трения, рассматривается соответственно в [3, 4]. Здесь будет изложен алгоритм, который позволяет совместно учитывать односторонние связи по нормали и трение по касательной к контактными поверхностям.

Для последующих рассуждений представим расчетную схему контактного взаимодействия двух тел (I и II) в виде, показанном на рис. 2, а. Для дискретизации контактного слоя воспользуемся Т-образными ККЭ, расположив



их между контактирующими поверхностями опорным стержнем I вверх (рис. 2, б).

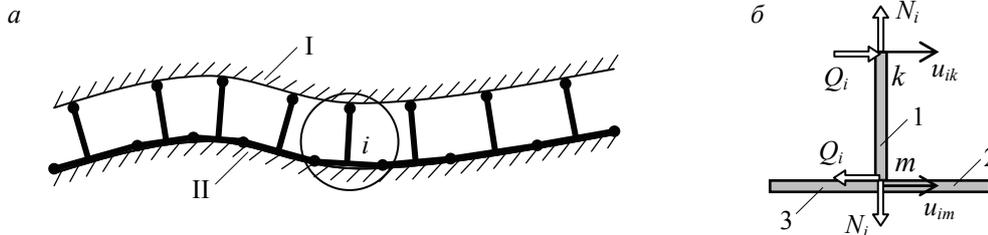


Рис. 2. Расчетная схема контактного взаимодействия при помощи рамных ККЭ

Представим каждый i -й рамный контактный элемент (рис. 2, б) как i -ю дискретную связь (опору) между взаимодействующими телами I и II . Запишем соотношения, описывающие условия трения в форме закона Кулона для случая простого нагружения [5], применительно к i -й дискретной опоре:

$$1. |F_{ii}| \leq f_i |F_{ni}| = -f_i F_{ni}, \quad F_{ni} \leq 0; \quad 2. (|F_{ii}| + f_i F_{ni}) \cdot u_i = 0; \quad 3. F_{ii} \cdot u_i \leq 0. \quad (1)$$

Здесь F_{ii} – реакция трения на i -й опоре, в данном случае равная по модулю, но противоположная по направлению поперечной силе Q_i в опорном стержне контактного элемента, т. е. $F_{ii} = -Q_i$; $f_i \geq 0$ – коэффициент трения на i -й опоре; F_{ni} – реакция на i -й опоре, действующая в направлении нормали и равная продольной силе N_i в опорном стержне контактного элемента, т. е. $F_{ni} = N_i$; u_i – взаимное смещение противоположащих граничных поверхностей в направлении касательной (т. е. взаимное смещение смежных узлов k и m в i -м контактном элементе: $u_i = u_{ik} - u_{im}$). Предельная сила трения на i -й опоре по модулю равна: $|F_{ii p}| = f_i |N_i|$, направление же противоположно возможному взаимному смещению контактных поверхностей.

Для дальнейших пояснений введем понятие предельной поперечной силы в опорном стержне контактного элемента, равной по модулю, но противоположной по направлению предельной силе трения: $Q_{i p} = -F_{ii p}$.

На основании изложенного перепишем условия (1) в терминах усилий и смещений в опорном стержне i -го контактного элемента:

$$1. |Q_i| \leq |Q_{i p}| = -f_i N_i, \quad N_i \leq 0; \quad 2. (Q_i - Q_{i p}) \cdot u_i = 0; \quad 3. Q_i \cdot u_i \geq 0. \quad (2)$$

Аналогично условиям трения (2) запишем через усилия и смещения в i -м контактном элементе соотношения, описывающие условия контактного взаимодействия по нормали к граничным поверхностям:

$$1. (\Delta_i - \Delta_i^0) \geq 0; \quad 2. N_i \leq 0; \quad 3. (\Delta_i - \Delta_i^0) \cdot N_i = 0. \quad (3)$$

Здесь Δ_i – текущая толщина контактного слоя, равная длине опорного стержня i -го контактного элемента; Δ_i^0 – заданная толщина фиктивного контактного слоя (начальная длина опорного стержня – назначается на несколько порядков меньше, чем размер дискретной сетки для контактирующих тел); N_i – продольная сила в опорном стержне i -го контактного элемента.

Рассмотрим условия на контакте в случае фрикционного взаимодействия. Предположим, что в каждый момент одна часть контактных связей будет находиться в условиях допредельного трения: $|Q_i| < |Q_{ip}|$, т. е. имеет место полное сцепление тела I с телом II посредством примыкающих ККЭ – условно назовем это состояние – состоянием сцепления. Другая же часть опор (контактных элементов) находится в условиях предельного трения: $|Q_i| = |Q_{ip}|$, т. е. между ними осуществляется идеальное скольжение (состояние скольжения). Момент, когда происходит переход от состояния сцепления к состоянию скольжения (и наоборот), условно назовем событием. В первом случае это событие проскальзывания, во втором – событие зацепления. Очевидно, что между двумя последовательными ближайшими событиями на данной опоре ее состояние (сцепления или скольжения) не меняется. Возможно и то, что одновременно могут произойти несколько событий проскальзывания или зацепления на разных опорах. Таким образом, в процессе загрузки системы происходит цепь событий (проскальзывания – зацепления), определяющих соответствующее состояние контакта на каждой опоре. Решение задачи с трением и будет заключаться в определении моментов наступления этих событий.

Аналогично вышеизложенным условиям взаимодействия в направлении касательной введем понятия, характеризующие условия на контакте в направлении нормали к граничным поверхностям. Так, если $(\Delta_i - \Delta_i^0) = 0$ и, следовательно, $N_i < 0$, то имеет место жесткий контакт по нормали между граничными поверхностями обоих тел – состояние жесткого контакта. Если $(\Delta_i - \Delta_i^0) > 0$ и, следовательно, $N_i = 0$, то имеет место разрыв контакта по нормали – состояние отрыва. Изменение текущего состояния, а именно момент перехода от состояния жесткого контакта к состоянию отрыва и наоборот, условно назовем событием – соответственно это будет событие отрыва либо событие контакта.

Подчеркнем во избежание недоразумений, что здесь нами рассматривается квазистатическая задача контактного взаимодействия. В этом случае процесс загрузки можно смоделировать с помощью пошагового нагружения, при котором заданная нагрузка прикладывается не сразу, а некоторыми



шагами – $\Delta P^s = \kappa^s P_0$, вплоть до достижения окончательного значения P_0 . Параметр κ^s определяет величину шага нагружения (приращения нагрузки на шаге s); $P^s = \lambda^s P_0$ – текущий уровень нагружения; λ^s – параметр, определяющий уровень нагружения (возрастает от 0 до 1). На каждом шаге нагружения определяются приращения взаимных смещений для каждой контактной связи – Δu_i^s , по ним – приращения значений поперечных ΔQ_i^s и продольных ΔN_i^s сил в опорном стержне i -го контактного элемента. В результате взаимные смещения и усилия для текущего уровня нагружения определяются следующим образом:

$$u_i^s = u_i^{s-1} + \Delta u_i^s; \quad Q_i^s = Q_i^{s-1} + \Delta Q_i^s; \quad N_i^s = N_i^{s-1} + \Delta N_i^s. \quad (4)$$

Отличительной особенностью предлагаемого подхода является то, что если обычно при пошаговом нагружении осуществляется строго последовательное наращивание нагрузки, а пересчет отдельных шагов допускается лишь в особых случаях, то здесь в большой мере используются пробные (пристрелочные) шаги. С их помощью отслеживается характер изменения сил взаимодействия между контактирующими поверхностями, в результате чего устанавливаются моменты наступления очередных событий и, соответственно, величины основных (пересчитываемых) шагов, фиксирующих наступление этих событий.

Что касается моделирования состояний на контакте, то оно осуществляется посредством пошагового изменения жесткостных свойств контактного слоя, для дискретизации которого применяются рамные ККЭ. Так, при использовании Т-образного контактного элемента (рис. 2, б) предполагается жесткость контактного слоя по касательной к граничным поверхностям моделировать изгибной жесткостью опорного стержня I . Тогда состояние сцепления (жесткого контакта в касательном направлении) будет моделироваться заданием большой, по сравнению с жесткостью деформируемого тела, изгибной жесткостью опорного стержня. В состоянии скольжения изгибная жесткость опорного стержня, наоборот, устанавливается достаточно малой (назначением ее величины на несколько порядков меньше, чем коэффициентов матрицы жесткости для наименее жесткого тела).

Продольная же жесткость опорного стержня определяет жесткость контактного слоя в направлении нормали к граничным поверхностям и служит для моделирования односторонних связей между контактирующими телами. При отсутствии контакта (отрыве поверхностей) назначается нулевая жесткость. Задание же очень большой жесткости стержня I , по сравнению с жесткостью деформируемых тел, реализует условие жесткого контакта между поверхностями.

Изложим последовательность операций, реализующих алгоритм совместного учета односторонних связей по нормали и трения по касательной ме-

жду контактирующими телами. Данная последовательность состоит из чередующихся пробных шагов (величины, относящиеся к пробному шагу, обозначаются волнистой чертой сверху) и основных шагов нагружения. Цель пробного шага – определить момент наступления очередного (в процессе загрузки) события – проскальзывания, зацепления, отрыва или контакта. Основной шаг, пересчитываемый по результатам пробного шага, фиксирует наступившее событие (т. е. при выполнении соответствующего условия устанавливается должное состояние на контакте) и подготавливает следующий пробный шаг.

Рассмотрим тот случай, когда нормальные силы взаимодействия и, соответственно, предельные силы трения на контакте меняются в процессе загрузки (как это чаще всего бывает в практических задачах). Будем также считать, что между двумя последовательными событиями, т. е. между переключениями состояний на контакте, система деформируется по линейному закону.

Примем за исходный уровень нагружения – P^s . Предположим, что на данном уровне часть контактных связей находится в состоянии сцепления, другая часть – в состоянии скольжения, а оставшиеся – в состоянии отрыва. Определены значения приращений смещения, поперечной и продольной силы для каждой i -й опоры: Δu_i^s , ΔQ_i^s , ΔN_i^s , а также, согласно (4), значения результатов при данном уровне нагружения: u_i^s , Q_i^s , N_i^s . Если пошаговый процесс только начат (нулевой уровень нагружения), то на всех опорах изначально задается состояние жесткого контакта со сцеплением.

1. Пробный (s+1)-й шаг нагружения

1.1. Делаем пробный (s+1)-й шаг нагружения: $\Delta \tilde{P}^{s+1} = \tilde{\kappa}^{s+1} P_0$. Параметр $\tilde{\kappa}^1$ для первого пробного шага (который также определяет максимально допустимый шаг нагружения – как пробный, так и основной) должен быть задан. Для последующих пробных шагов значение $\tilde{\kappa}$ пересчитывается.

1.2. Определяем приращения смещений, поперечных и продольных сил на данном пробном шаге: $\Delta \tilde{u}_i^{s+1}$, $\Delta \tilde{Q}_i^{s+1}$ и $\Delta \tilde{N}_i^{s+1}$, а с помощью выражений (4) – значения \tilde{u}_i^{s+1} , \tilde{Q}_i^{s+1} , \tilde{N}_i^{s+1} для уровня нагружения $\tilde{P}^{s+1} = P^s + \Delta \tilde{P}^{s+1}$.

1.3. Определяем предельную поперечную силу на пробном шаге: $\tilde{Q}_{ip}^{s+1} = \text{sign}(\Delta \tilde{Q}_i^{s+1}) \cdot f_t |\tilde{N}_i^{s+1}|$ – при состоянии сцепления на контакте; либо $\tilde{Q}_{ip}^{s+1} = \text{sign}(\Delta \tilde{u}_i^{s+1}) \cdot f_t |\tilde{N}_i^{s+1}|$ – при состоянии скольжения.

1.4. Проверяется возможность обратного перехода в состояние сцепления опор, находящихся в текущий момент в состоянии скольжения. С этой



целью на пробном шаге оцениваются приращения взаимных смещений $\Delta \tilde{u}_i^{s+1}$ точек контакта с опорами, для которых установлено состояние скольжения. Выбирается опора, имеющая наибольшее по модулю приращение взаимных смещений $|\Delta \tilde{u}_{\max}^{s+1}|$, при условии, что знак приращения $\Delta \tilde{u}_{\max}^{s+1}$ на ней сменился по сравнению со знаком приращения Δu_i^s на предыдущем s -м основном шаге:

$$|\Delta \tilde{u}_{\max}^{s+1}| = \max(|\Delta \tilde{u}_i^{s+1}|), \text{ если } \Delta \tilde{u}_i^{s+1} \neq 0, \text{ sign}(\Delta \tilde{u}_i^{s+1}) \neq \text{sign}(\Delta u_i^s). \quad (5)$$

Считается, что на найденной таким образом опоре, находившейся до сих пор в состоянии скольжения, наступает событие зацепления – соответственно для нее устанавливается состояние сцепления. После изменения расчетной схемы проверка выполняется повторно.

1.5. Проверяется характер изменения предельных сил трения для опор, находящихся в данный момент в состоянии скольжения. Данная процедура направлена на то, чтобы своевременно корректировать состояние на контакте в зависимости от меняющихся условий взаимодействия. Так, например, в случае сохранения состояния скольжения, на основном шаге к противоположащим поверхностям прикладываются корректирующие усилия (с соответствующими знаками), равные приращению предельной силы трения. Также корректируется и величина поперечной силы в контактном элементе. Подробно порядок учета изменяющихся предельных сил трения рассмотрен в работе [4].

1.6. С помощью линейной интерполяции решения на пробном шаге определяем значение параметра κ_i^{s+1} , при котором будет выполняться условие предельного трения $Q_i^{s+1} = Q_{ip}^{s+1}$ для каждой i -й опоры, находящейся до этого момента в состоянии сцепления (т. е. определяется момент наступления события проскальзывания для i -й опоры):

$$\kappa_i^{s+1} = \tilde{\kappa}^{s+1} \frac{(Q_{ip}^s - Q_i^s)}{(\Delta \tilde{Q}_i^{s+1} - \Delta \tilde{Q}_{ip}^{s+1})} \text{ при } (\Delta \tilde{Q}_i^{s+1} - \Delta \tilde{Q}_{ip}^{s+1}) \neq 0, \text{ иначе } \kappa_i^{s+1} = \tilde{\kappa}^1. \quad (6)$$

1.7. Аналогично определяется значение κ_i^{s+1} , при котором будет выполняться условие разрыва контакта по нормали $N_i^{s+1} = 0$ для каждой i -й опоры, находящейся до этого момента в состоянии контакта (т. е. определяется момент наступления события отрыва по нормали):

$$\kappa_i^{s+1} = \tilde{\kappa}^{s+1} \left| \frac{N_i^s}{\Delta \tilde{N}_i^{s+1}} \right| \text{ при } \Delta \tilde{N}_i^{s+1} \neq 0, \text{ иначе } \kappa_i^{s+1} = \tilde{\kappa}^1; \Delta \tilde{N}_i^{s+1} = \tilde{N}_i^{s+1} - N_i^s. \quad (7)$$

1.8. Определяется значение κ_i^{s+1} , при котором выполнится условие жесткого контакта по нормали – $(\Delta_i^{s+1} - \Delta_i^0) = 0$ для каждой i -й опоры, находящейся до этого момента в состоянии отрыва (т. е. определяется момент наступления события контакта по нормали):

$$\kappa_i^{s+1} = \tilde{\kappa}^{s+1} \left| \frac{\Delta_i^s - \Delta_i^0}{\tilde{\Delta}_i^{s+1} - \Delta_i^s} \right| \text{ при } \tilde{\Delta}_i^{s+1} - \Delta_i^s \neq 0, \text{ иначе } \kappa_i^{s+1} = \tilde{\kappa}^1. \quad (8)$$

1.9. Из всех найденных с помощью выражений (6)–(8) значений κ_i^{s+1} выбирается минимальное значение параметра шага:

$$\kappa_{\min}^{s+1} = \min(\kappa_i^{s+1}). \quad (9)$$

2. Основной шаг нагружения

2.1. Выполняем основной $(s+1)$ -й шаг нагружения: $\Delta P^{s+1} = \kappa^{s+1} P_0$. Здесь κ^{s+1} – уточненный параметр основного шага, который принимается равным: $\kappa^{s+1} = \kappa_{\min}^{s+1}$, если $\kappa_{\min}^{s+1} < \tilde{\kappa}^{s+1}$ (в этом случае выполняется перерасчет пробного шага); либо $\kappa^{s+1} = \kappa_{\min}^{s+1} - \tilde{\kappa}^{s+1}$, если $\kappa_{\min}^{s+1} > \tilde{\kappa}^{s+1}$ (выполняется дорасчет пробного шага). Заметим, что величина основного шага нагружения ограничена сверху максимально возможным уровнем нагружения ($\lambda_{\max} \leq 1$), таким образом: $\lambda^s + \kappa^{s+1} \leq 1$.

2.2. Определяем приращения взаимных смещений, а также усилий на данном основном шаге: Δu_i^{s+1} , ΔQ_i^{s+1} и ΔN_i^{s+1} , а по выражениям (4) окончательные значения u_i^{s+1} , Q_i^{s+1} , N_i^{s+1} для $(s+1)$ -го уровня нагружения – $P^{s+1} = P^s + \Delta P^{s+1}$.

2.3. Определяем предельную поперечную силу на каждой из опор: $Q_{ip}^{s+1} = \text{sign}(\Delta Q_i^{s+1}) \cdot f_t |N_i^{s+1}|$, либо $Q_{ip}^{s+1} = \text{sign}(\Delta u_i^{s+1}) \cdot f_t |N_i^{s+1}|$. Далее проверяются условия наступления соответствующих событий.

2.4. Так, при наступлении события проскальзывания полученная на основном шаге поперечная сила Q_i^{s+1} должна быть равна предельной поперечной силе Q_{ip}^{s+1} (с учетом, конечно, заданной относительной погрешности решения ε_Q):

$$(1 - \varepsilon_Q) \cdot Q_{ip}^{s+1} \leq Q_i^{s+1} \leq (1 + \varepsilon_Q) \cdot Q_{ip}^{s+1}. \quad (10)$$

2.5. При наступлении события отрыва по нормали полученная на основном шаге продольная сила N_i^{s+1} должна быть равна нулю (обратно же с уче-



том заданной относительной погрешности решения для продольной силы ε_N):

$$|N_i^{s+1}| \leq \varepsilon_N \cdot N_i^0. \quad (11)$$

2.6. В случае же установления жесткого контакта полученная в результате перерасчета текущая длина опорного стержня контактного элемента Δ_i^{s+1} должна быть равна (с учетом заданной погрешности ε_Δ) начальной длине этого стержня Δ_i^0 :

$$(1 - \varepsilon_\Delta) \cdot \Delta_i^0 \leq \Delta_i^{s+1} \leq (1 + \varepsilon_\Delta) \cdot \Delta_i^0. \quad (12)$$

2.7. При выполнении какого-либо из условий (10), (11) или (12) считается, что момент наступления данного события найден и на опоре устанавливается соответствующее состояние – скольжения, отрыва, либо жесткого контакта. Пересчитанный шаг и соответственно его результаты: u_i^{s+1} , Q_i^{s+1} , N_i^{s+1} считаются конечными для $(s+1)$ -го уровня нагружения P^{s+1} , $\lambda^{s+1} = \lambda^s + \kappa^{s+1}$.

2.8. Если же условия (10)–(12) не проходят, то текущий шаг будет считаться пробным. Повторно выполняются действия, начиная с п. 1.5.

2.9. Основной шаг используется одновременно для назначения параметра $\tilde{\kappa}^{s+2}$ для следующего – $(s+2)$ -го пробного шага. При этом используются выражения, аналогичные выражениям (6)–(8).

2.10. Снова выполняются все перечисленные действия, но уже для следующего – $(s+2)$ -го шага нагружения.

Практическое применение изложенного алгоритма продемонстрируем на примере расчета железобетонной подпорной стенки, взаимодействующей со скальным основанием. Расчет производился на строительную нагрузку с учетом раскрытия и проскальзывания поверхностей шва, расположенного на контакте стенки с основанием. Целью расчетов являлась оценка влияния контактного взаимодействия на напряженное состояние нижней части подпорной стенки.

Схема расчетного фрагмента и приложенных нагрузок приведена на рис. 3, а. Учитывались: q_x и q_y – горизонтальное и вертикальное давление засыпки на боковые поверхности стенки; q_6 – вертикальная пригрузка весом грунта; q_n и q_t – нагрузка по верхнему торцу фрагмента, передаваемая отсеченной частью конструкции; собственный вес фрагмента (объемный вес бетона – 24 кН/м³). Модули упругости бетона и скального основания равны соответственно $E_\sigma = 26500$ МПа, $E_o = 20000$ МПа, коэффициенты Пуассона – $\nu_\sigma = 0,15$, $\nu_o = 0,2$; коэффициент трения $f = 1,0$. Напряженное состояние принималось плоским деформированным. Объемный вес основания в число нагрузок не входил.

На рис. 3, б представлена разбивка нижней части подпорной стенки на конечные элементы. Контактный шов моделировался с помощью 35 рамных ККЭ. В трех левых узлах на контакте задавалось постоянное сцепление фундаментной плиты с основанием (с целью невозможности смещения тела как жесткого целого), в остальных узлах в процессе загрузки могло происходить раскрытие и проскальзывание поверхностей контактного шва. На нулевом уровне в этих узлах задавалось состояние сцепления. На боковых и на нижней границах учитываемой зоны основания ставились условия полного закрепления.

Глобальная матрица жесткости расчетной области без учета дискретного контактного слоя формируется один раз. Ее порядок равен 1872. В процессе пошагового расчета она дополнялась жесткостями контактных элементов – согласно текущему состоянию на контакте. Наиболее трудоемкая операция решения системы уравнений – факторизация матрицы – в пределах каждого изменения расчетной схемы выполнялась один раз. В итоге всего было выполнено 12 основных шагов нагружения.

Результаты расчетов представлены в виде эпюр взаимных горизонтальных смещений контактных поверхностей – u (здесь ординаты, отложенные сверху, соответствуют относительному смещению подпорной стенки влево) и отрыва этих поверхностей друг от друга, т. е. раскрытия шва – Δ (рис. 3, в, з). Эпюры напряжений σ_x , σ_y в приконтактной зоне фундаментной плиты приведены на рис. 3, д, е.

Как показывают результаты расчета, под левой консолью фундаментной плиты контактный шов находится в состоянии допредельного трения. Под правой консолью происходит проскальзывание контактных поверхностей шва при предельном трении: максимальное смещение нижней поверхности подпорной стенки влево относительно основания составляет 0,071 мм. Отметим наличие небольшого участка, где смещение контактной поверхности происходит в противоположную сторону – вправо относительно основания на 0,026 мм. В средней части контактный шов раскрывается на величину 0,072 мм.

Большой интерес представляют растягивающие напряжения в приконтактной зоне подпорной стенки, где они определяют необходимость установки расчетной горизонтальной арматуры. В левой части фундаментной плиты растягивающие напряжения σ_x достигают 0,90 МПа, а в приконтактной зоне, примыкающей к правой консоли – 1,09 МПа. Однако при трактовке полученных результатов следует учитывать, что реальный контактный шов обладает некоторой прочностью на разрыв и сдвиг, которая не отражена в рассматриваемой здесь расчетной схеме. Поэтому эффект отрыва от основания и проскальзывания поверхностей шва в действительности может быть уменьшен.

Отметим, что при моделировании контактного взаимодействия посредством представленных здесь ККЭ как раз возможна реализация и более сложных условий контакта: неидеальных односторонних связей с учетом на-



пряжений отрыва; учет напряжений скалывания по поверхности контакта; условий неидеального скольжения и т. п.

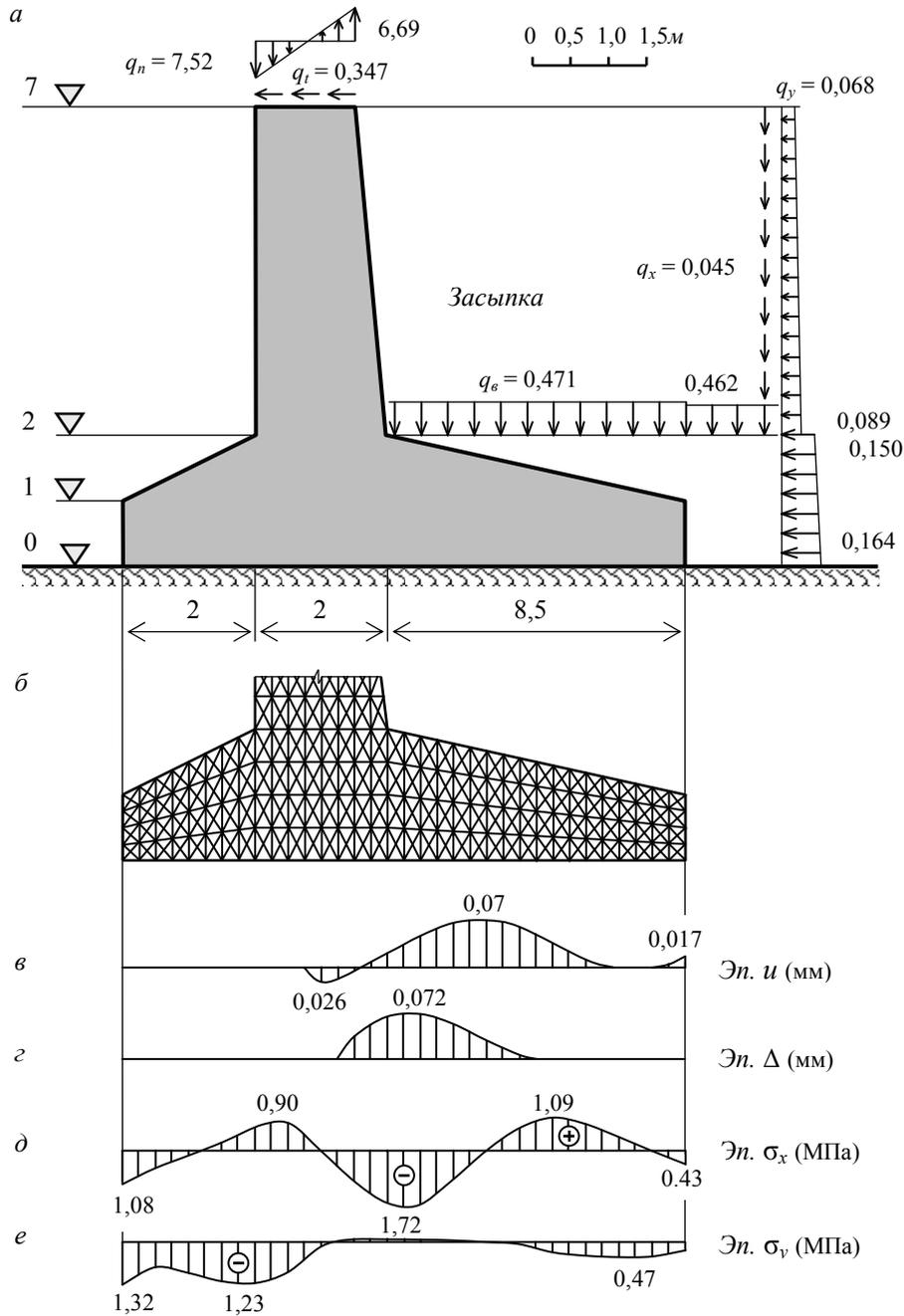


Рис. 3. Контактное взаимодействие подпорной стенки с основанием



Библиографические ссылки

1. Лукашевич А. А. Построение и реализация схем прямого метода конечных элементов для решения контактных задач // Изв. вузов. Строительство. 2007. № 12.
2. Лукашевич А. А. Моделирование контактного взаимодействия и разрушения упруго-деформируемых твердых тел при действии жесткого индентора // Вестник ТОГУ. Хабаровск, 2007. № 1 (4).
3. Лукашевич А. А. Применение рамных контактных элементов при решении задач с односторонними связями и трением Кулона // Дальний Восток: проблемы развития архитектурно-строительного комплекса. Хабаровск, 2007. Вып. 9.
4. Лукашевич А. А. Численное решение задач контактного взаимодействия с учетом изменяющихся предельных сил трения // Дальний Восток: проблемы развития архитектурно-строительного комплекса. Хабаровск, 2007. Вып. 9.
5. Вовкушевский А. В., Шойхет Б. А. Расчет массивных гидротехнических сооружений с учетом раскрытия швов. М., 1981.